Sur la possibilité d'exprimer d'exprimer la théorie de la relativité en fonction du temps et les longueurs universels

Autor(en): **Guillaume, Ed.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **44 (1917)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-743214

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

COMPTE RENDU DE LA SÉANCE

DE LA

SOCIÉTÉ SUISSE DE PHYSIQUE

tenue à Bienne le 5 mai 1917

Président : Aug. Hagenbach

Secrétaire : H. Veillon

Ed. Guillaume. Sur la possibilité d'exprimer la théorie de la relativité en fonction du temps et des longueurs universels. — H. Veillon. Application du détecteur à l'appareil de Lodge pour la démonstration de la résonance électrique. H. Zickendraht. Sur deux oscillographes simples. — A.-L. Bernouilli et E. Krummenacher. Sur l'enregistrement des mesures de points de fusion. — W. Schmid. *a)* De l'influence de la couche d'oxyde sur les pertes dans le fer en feuilles. *b)* Un laboratoire de physique appliquée. — A. Jaquerod. Sur la mesure des capacités. — E. Mühlstein. Traces de rayons α sur plaques sensibles. — J. Brentano. Sur un monochromateur pour rayons Rœntgen. — Perret. Radioactivité des eaux du Jura. — S. Ratnowski et S. Rotszajn. Application de l'hypothèse des quanta à des systèmes tournants.

Ed. Guillaume (Berne). — *Sur la possibilité d'exprimer la Théorie de la relativité en fonction du temps et des longueurs universels.*

Faire de la *Géométrie*, c'est faire l'étude d'un « groupe de déplacements », c'est-à-dire des lois suivant lesquelles des figures peuvent prendre des positions différentes les unes par rapport aux autres, sans « se déformer » ; cette étude se ramène à celle de transformations projectives. On obtient la *Cinématique* ou science du mouvement, lorsqu'on convient d'exprimer les déplacements en fonction d'un paramètre servant à définir le déplacement d'une des figures, choisie arbitrairement. On donne le nom d' « horloge » à cette figure, et le paramètre ou un paramètre en fonction duquel il est exprimé, reçoit le nom de « temps ». Pour bien mettre le rôle du temps en évidence, nous introduirons ce que nous appellerons le « Principe cinématographique ». A cet effet, considérons des figures « déplacées », c'est-à-dire obtenues par des transformations projectives, choisies d'ailleurs comme nous vou-

lons. Il nous est loisible, en prenant des transformations différant très peu les unes des autres, de tracer sur un film autant d'épures que nous voudrons d'images très peu différentes. Pour définir la succession de nos épures, nous introduirons une sorte de « numérotage géométrique » de la façon suivante : sur chaque épure, autour d'un point invariable, nous tracerons un angle dont un côté, OA, restera fixe, tandis que l'autre, OB, sera déplacé d'un angle constant d'une épure à la suivante ; ce sera l' « horloge angulaire ». En projetant et tournant le film, nous réaliserons le « mouvement » de ces figures avec une exactitude aussi grande que l'on veut. L'angle τ dont a tourné la droite OB du début à la fin de l'opération donne une mesure du temps écoulé. Il pourra arriver que l'opérateur tourne le film de façon que nous déclarions que la droite OB est animée d'une « rotation uniforme » ; nous dirons alors que le film est tourné « régulièrement », et nous poserons τ proportionnel à un paramètre t que nous appellerons le « temps universel » ; c'est une variable indépendante.

Analytiquement, les transformations projectives, dans l'espace à 3 dimensions, s'expriment en coordonnées homogènes par des équations de la forme

$$x' = f_1(x, y, z, u) \; ; \quad y' = f_2(x, y, z, u) \; , \quad z' = f_3(x, y, z, u) \; ,$$
$$u' = f_4(x, y, z, u)$$

qui établissent une correspondance entre les deux systèmes de variables S (x, y, z, u), S' (x', y', z', u'), de sorte que si l'on donne un groupe de valeurs pour l'un des systèmes, on peut calculer le groupe correspondant pour l'autre ; nous dirons que ces deux groupes sont *simultanés*. Pour exprimer analytiquement les mouvements visibles sur l'écran, il faut se donner les lois de variation de x, y, z, u par exemple, en fonction de t ; les « vitesses » seront alors les dérivées de x, y, z, u, x', y', z', u' par rapport à t.

Cela posé, considérons la transformation projective :

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} x' = \beta(x - \alpha u) \; , \; y' = y \; , \; z' = z \; , \; u' = \beta(u - \alpha x) \\ \alpha = \text{constante} \; , \quad \beta = \dfrac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} \end{cases}$$

En raison de leur signification physique, les coordonnées u et u' sont des longueurs appelées « chemins optiques ».

Interprétation d'Einstein. — M. Einstein a proposé de prendre d'une façon générale des valeurs proportionnelles à la coordonnée u comme mesure du temps dans le système S, et des valeurs proportionnelles à u' pour cette mesure dans le système S' ; le facteur de proportionnalité est $\frac{1}{c}$, où c est une constante *absolue*

qui représente la vitesse de la lumière. (Principe de la constance absolue de la vitesse de la lumière.) Il en résulte ce fait singulier que les valeurs *simultanées* de u et u' étant, en général, numériquement différentes, à la succession des instants correspondront *deux* suites numériques distinctes, de sorte que des êtres liés à S et des êtres liés à S′ seront contraints de faire de la simultanéité une notion relative, et de distinguer entre la longueur « géométrique » et la longueur « cinématique » d'un segment. Selon le système envisagé, c'est u ou u' qu'il faut prendre comme variable indépendante ; par leur nature, ces variables donnent des « horloges linéaires », auxquelles, du reste, il est aisé de faire correspondre des « horloges angulaires ». Mais on ne pourra représenter sur un seul film l'état des deux systèmes à un instant donné ; il faudra *deux* films, l'un indiquant comment S′ apparaît à S, et l'autre, comment S apparaît à S′, à un instant marqué par l'horloge du système sur lequel on se suppose placé. Les vitesses sont les dérivées de x, y, z par rapport à u, et de x', y', z' par rapport à u'.

Interprétation de l'auteur. — On laisse aux variables u et u' leur caractère de cordonnées *spatiales*, et l'on introduit le temps universel t ; u et u' sont alors des fonctions de t, et leurs dérivées sont les vitesses de la lumière c et c' dans S et S′. On abandonne ainsi le Principe de la constance absolue de la vitesse de la lumière que l'on remplace par la convention suivante : *la vitesse d'un rayon lumineux est une constante invariable lorsqu'on la mesure dans le système qui contient le rayon.* C'est une constance *relative*. En désignant par $q_x \ldots, q_z'$ les dérivées de $x, \ldots, z'$, on obtient immédiatement :

$$\text{(II)} \qquad q_x' = \beta(q_x - \alpha c)\ ,\ q_y' = q_y\ ,\ q_z' = q_z\ ,\ c' = \beta(c - \alpha q_x)$$

qui donnent ce que nous appellerons l'addition *extérieure* des vitesses. L'addition *intérieure* s'obtiendra par un changement d'unité, en prenant la vitesse de la lumière comme étalon dans chaque système. En posant :

$$Q_x = \frac{q_x}{c}\ ,\ \ldots\ ;\ Q_x' = \frac{q_x'}{c'}\ ,\ \ldots$$

on a :

$$\text{(III)} \qquad Q_x' = \frac{Q_x - \alpha}{1 - \alpha Q_x}\ ;\ Q_y' = \frac{Q_y}{1 - \alpha Q_x}\ ;\ Q_z' = \frac{Q_z}{1 - \alpha Q_x}$$

On reconnaît la célèbre règle d'addition des vitesses d'Einstein, règle qui contient toute la nouvelle cinématique, comme la règle du parallélogramme contient l'ancienne. On voit que α est, comme Q_x, une vitesse réduite : la vitesse relative d'entraînement des deux systèmes.

1. Les équations (II) permettent de calculer l'*expérience de Michelson et Morley*, sans la contraction, pour l'observateur non entraîné avec les appareils (voir *Archives*, ce volume, p. 195). Dans le calcul classique, on fait usage de la règle du parallélogramme et de la contraction ; dans notre calcul, on conserve les longueurs, mais on augmente les vitesses.

2. Les équations (III) donnent immédiatement l'*aberration*, en posant :

$$q_x = c \cos \varphi \; ; \; \ldots \; q_x' = c' \cos \varphi' \; , \; \ldots$$

On arriverait au même résultat en identifiant, à l'aide de (I), deux vecteurs proportionnels à

$$\sin \frac{2\pi\nu}{c} \left\{ u - \left(l_x + m_y + n_z \right) \right\} ; \sin \frac{2\pi\nu'}{c'} \left\{ u' - \left(l_x' + m_y' + n_z' \right) \right\}$$

et l'on trouverait en plus le *phénomène de Doppler* sous la forme remarquable :

$$\frac{\nu}{c} = \frac{\nu'}{c'} \; . \tag{1}$$

3. Le *coefficient d'entraînement partiel* de Fresnel s'obtient en développant le dénominateur de la première équation (III) qu'on peut mettre sous la forme :

$$q_x = c \, \frac{q_x' + \alpha c'}{c' + \alpha q_x'} \quad \text{avec } q'_x = \frac{c'}{n} \quad \text{et en posant } \alpha c = v \; .$$

4. Les formules (I) et (III) laissent invariables les *équations du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz*, qu'il est possible d'écrire :

$$Q_x \varrho + \frac{\partial X}{\partial u} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \; , \; \ldots$$

Comme on a d'une façon générale :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial u} \frac{du}{dt} = \frac{\partial X}{\partial u} c \; , \quad \frac{\partial X}{\partial u} = \frac{1}{c} \frac{\partial X}{\partial t} \; , \text{ etc.} \; ,$$

ces équations peuvent encore revêtir la forme habituelle :

$$\frac{1}{c} \left(q_x \varrho + \frac{\partial X}{\partial t} \right) = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \; , \; \ldots$$

L'identification conduit aux expressions connues :

$$\varrho' = \beta (1 - \alpha Q_x) \varrho \, , X' = X \, , \; Y' = \beta (Y - \alpha N) \, , Z' = \beta (Z + \alpha M) \, , \ldots$$

dont la première donne la relation remarquable :

$$\frac{\varrho}{c} = \frac{\varrho'}{c'} \; . \tag{2}$$

Comme nous n'avons pas la contraction, le volume est un invariant, mais la *quantité d'électricité* n'en est pas un, contrairement à ce qui a lieu dans la théorie ordinaire. Pour une charge liée à S', on a

(3) $$e = \beta e'$$

5. Les équations du *mouvememt d'un point matériel* par rapport à S' sont :

$$m_o \Gamma_x' = e' X' \quad , \quad m_o \Gamma_y' = e' Y' \quad ; \quad m_o \Gamma_z' = e' Z'$$

Dérivons les équations (III), puis supposons le point momentanément au repos sur S', c'est-à-dire posons $Q_x = \alpha$:

$$\Gamma_x' = \beta^2 \Gamma_x \quad ; \quad \Gamma_y' = \beta \Gamma_y \quad ; \quad \Gamma_z' = \beta \Gamma_z$$

d'où

(IV) $$m_o \beta^3 \Gamma_x = e X \quad ; \quad m_o \beta \Gamma_y = e (Y - \alpha N) \quad ; \quad m_o \beta \Gamma_z = e (Z + \alpha M) \ .$$

On en déduit les expressions connues :

(4) $$\begin{cases} m_x = \text{masse longitudinale} = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\alpha^2}^3} \\ m_y = m_z = \text{masse transversale} = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\alpha^2}} \end{cases}$$

6. Pour s'assurer directement que la longueur *cinématique* est identique à la *longueur géométrique*, il faut indiquer la forme des variables u et u' en fonction de t. A notre connaissance, aucun phénomène physique ne permet de préciser cette forme. Des considérations géométriques simples conduisent à poser :

(5) $$u = \lambda + r \quad ; \quad u' = -\lambda + r' \ .$$

En substituant dans (I) et éliminant λ, on obtient :

(6) $$x = x' + \frac{\alpha \beta}{1+\beta} (r + r') \ ;$$

si l'on donne à t une valeur déterminée, r et r' auront des valeurs déterminées ; en considérant alors deux points x_1' et x_2' fixes sur S', on a entre leur distance mesurée dans l'un et dans l'autre système :

$$x_1' - x_2' = x_1 - x_2 \ .$$

Le plus simple est de supposer (5) fonctions linéaires du temps ; alors λ ne dépend pas de t, et r et r' sont proportionnels à t. Si le point est au repos relatif dans S', $q_x' = 0$, $c = \beta c'$, et l'équation (6) devient simplement en posant $\alpha c = v$:

(6') $$x = x' + vt \ ,$$

autrement dit le système S' se meut, pour le système S, comme un tout rigide ordinaire, non déformé.