Mise au point mathématique

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **2 (1920)**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

MISE AU POINT MATHÉMATIQUE

Sous ce titre, M. le prof. M. Grossmann de Zurich nous écrit :

Au Congrès international des mathématiciens qui a eu lieu à Strasbourg en septembre dernier, M. Guillaume a développé ses idées sur l'interprétation des transformations de Lorentz. Il m'est impossible de saisir la portée physique de sa théorie; mais du point de vue mathématique on peut toucher du doigt l'erreur commise.

M. Guillaume prétend avoir trouvé un nouvel invariant des transformations de Lorentz (le produit $t.\theta$ d'après ses notations). Or, on sait que les transformations de Lorentz conduisent, d'après Minkowski, à un élément linéaire à *coefficients constants*, et que ce dernier *n'a pas d'invariants*. Seules les formes quadratiques différentielles à *coefficients variables* ont comme invariant une fonction, la courbure de l'espace d'après Riemann-Christoffel, dont dépendent les équations différentielles ou gravifiques. L'expression qui est à la base du développement de M. Guillaume est une identité pure et simple. Elle ne peut donc avoir aucun intérêt mathématique ou physique.

M. le Dr Ed. Guillaume de Berne nous prie d'insérer la réponse suivante :

La relation dont parle M. Grossmann est la suivante

$$\theta_1 t_1 = \theta_2 t_2 = \theta_3 t_3 = \ldots$$

qu'on tire immédiatement de la transformation de Lorentz

appliquée à un train d'ondes planes observé depuis des systèmes de référence S_1, S_2... en translation relative uniforme. M. Grossmann conteste le qualificatif d'invariant donné à ces égalités. A ce propos, je ferai d'abord remarquer que la terminologie est loin d'être définitivement fixée et qu'on voit couramment les expressions « covariant » et « invariant » prises les unes pour les autres. Dans les deux mémoires que j'ai publiés ici même, je n'avais pas donné de nom à ces expressions, et si à Strasbourg cette appellation m'est venue tout naturellement, cela tient à ce que je l'avais employée souvent au cours de l'été dans une intéressante correspondance échangée avec M. Einstein qui m'en a signalé la propriété suivante : « Ihre Beziehung, $\theta t =$ Invariant bezieht sich nicht auf alle Weltpunkte, sondern nur auf eine dreifache Mannigfaltigkeit. » C'est dans cette phrase que le terme d' « invariant » appliqué à ces relations apparaît pour la première fois. C'est donc de M. Einstein lui-même que je tiens la dénomination incriminée. A l'avenir de décider de la dénomination qui conviendra le mieux. Au reste, l'étiquette ne change rien aux propriétés du produit.

M. Grossmann qualifie la relation ci-dessus d' « identité pure et simple » et en conclut qu' « elle ne peut donc avoir aucun intérêt mathématique ou physique ». Voilà qui sera bien propre à surprendre les mathématiciens, lesquels seraient fort embarrassés s'ils devaient se passer d'identités. Le binôme de Newton ne joue-t-il aucun rôle en mathématiques ? Toujours est-il qu'il ne faut jamais écrire de relations en contradiction avec une identité. M. Grossmann veut-il peut-être dire qu'on peut échanger les lettres θ et t ? Ce serait là une erreur manifeste. Ces quantités entrent dans la fonction $\sin \frac{2\pi}{\theta}\left\{t - \varphi(x, y, z)\right\}$ et on ne peut les intervertir, leurs rôles fonctionnels étant essentiellement différents. Voici d'ailleurs la signification concrète qu'on doit attacher à la relation en question :

Soient trois pendules dont les durées d'oscilllation sont respectivement d'une seconde, d'une minute et d'une heure. On a donc

$$\theta_s : \theta_m : \theta_h = 1 : 60 : 3600 .$$

Mesurons avec ces pendules une *même* durée. Les résultats de

la mesure satisferont aux proportions :

$$t_s : t_m : t_h = 3600 : 60 : 1 ,$$

de sorte que:

$$\theta_s t_s = \theta_m t_m = \theta_h t_h =$$

Telle est la signification de la relation écrite. Je suis certain que quel que soit le nom qu'on lui applique, tous les physiciens seront d'accord avec moi si je dis qu'elle est, non seulement intéressante, mais que sa portée est fondamentale. C'est la pierre angulaire de la mesure du temps. La faire apparaître dans la théorie de la relativité, c'est jeter sur celle-ci une lumière inattendue. Voilà ce que j'ai dit à Strasbourg et que je ne me lasserai jamais de répéter.

Note de la Rédaction. — M. le prof. Grossmann auquel nous avons communiqué la réponse de M. Guillaume nous déclare maintenir sa manière de voir. Pour lui, la citation que fait M. Guillaume de la lettre de M. Einstein signifie précisément que la relation θt n'a pas le caractère d'un invariant que lui attribue M. Guillaume; M. Grossmann n'admet pas en outre que la nomenclature de la théorie des invariants laisse place à aucune ambiguïté.

Nous laissons aux mathématiciens le soin de juger, et nous considérons l'incident comme clos.