Sur la transmission d'un effort tournant constant dans les mécanismes à ressort

Autor(en): **Tiercy, G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **3 (1921)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741111

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Reste à examiner maintenant l'absence du type grand-parental Angora albinos qui, bien qu'ayant été inscrit sur la liste des descendants de l'hybride $F_1 \times F_1$, ne nous est pas encore sorti[1]. On ne peut guère envisager qu'il soit exclu de cette descendance; aussi pensons-nous le voir surgir un jour avec l'augmentation du nombre des portées.

G. Tiercy. — *Sur la transmission d'un effort tournant constant dans les mécanismes à ressort.*

1. — Le présent travail vise à l'édification d'une théorie nouvelle de la courbe directrice de la fusée, dans le cas où elle est employée pour compenser l'affaiblissement dû à la détente d'un ressort moteur dans la transmission d'un effort tournant constant.

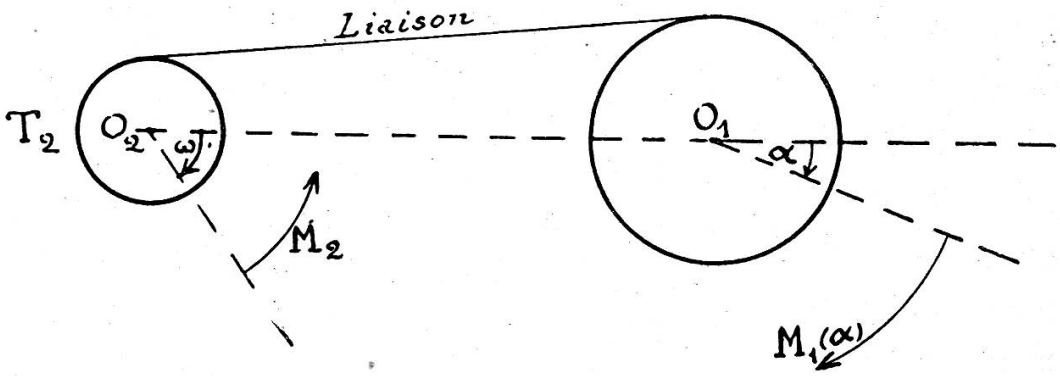

Fig. 1.

Cherchons à réaliser, au moyen d'un ressort de torsion enfermé dans le tambour T_2, l'équilibre indifférent d'un tambour T_1 tournant autour d'un axe fixe O_1 et sollicité par un moment $M_1(\alpha)$; $M_1(\alpha)$ est une fonction quelconque de l'angle de rotation α; un fil s'enroule sur T_2 circulairement, et sur T_1 sur une retraite, appelée fusée. Lorsque T_1 a tourné d'un certain angle α, T_2 se trouve armé d'un angle ω; ω est une fonction de α. Le moment de la tension du fil par rapport à l'axe O_2 est une fonction M_2 de ω, et par conséquent de α; on peut écrire :

[1] Il s'obtient dans une très large proportion, en accouplant l'hybride F_1 avec l'Angora albinos **P**.

$$\left\{\begin{array}{l} |M_2| = M_2(\omega) = \omega \cdot \dfrac{M_2(\omega)}{\omega} = k\omega \ , \\ \text{en posant} \\ \qquad k = \dfrac{M_2(\omega)}{\omega} = k(\alpha) \ . \end{array}\right.$$

L'énergie potentielle du ressort T_2 est alors :

$$E = \int_{\omega_0}^{\omega} M_2(\omega)\, d\omega \ .$$

Désignons ensuite par $\varphi(\alpha)$ et $\psi(\omega)$ les moments des frottements des tambours autour de leurs axes ; nous pouvons même considérer que ces fonctions comprennent les efforts, très faibles, des résistances passives autres que les frottements.

L'équation de l'équilibre indifférent, de α_0 à α, dans le cas où T_1 va l'emporter, s'écrit alors comme suit :

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha} M_1(\alpha)\, d\alpha - \int_{\omega_0}^{\omega} M_2(\omega)\, d\omega - \int_{\alpha_0,\,\omega_0}^{\alpha,\,\omega} [\varphi(\alpha)\, d\alpha + \psi(\omega)\, d\omega] = 0 \ . \qquad (1)$$

Posons encore :

$$\int_{\alpha_0,\,\omega_0}^{\alpha,\,\omega} [\varphi(\alpha)\, d\alpha + \psi(\omega)\, d\omega] = [\Phi(\alpha)]_{\alpha_0}^{\alpha} \ ;$$

cette fonction $\Phi(\alpha)$ est très complexe ; on ne la connaît pas ; tout ce qu'on peut affirmer, c'est qu'elle est sensiblement une fonction linéaire de α ; posons donc :

$$\Big[\Phi(\alpha)\Big]_{\alpha_0}^{\alpha} = (\alpha - \alpha_0)\,\xi \ ;$$

où le facteur ξ est une fonction de α presque constante ; pratiquement, ce sera une constante très faible, représentant la valeur moyenne du moment des frottements, de α_0 à α. L'équation (1) prend donc la forme :

$$\int_{\omega_0}^{\omega} M_2(\omega)\, d\omega = \int_{\alpha_0}^{\alpha} M_1(\alpha)\, d\alpha - (\alpha - \alpha_0)\,\xi \ . \qquad (2)$$

Pour trouver la relation entre α et ω, on est alors conduit à admettre une forme simple de $M_2(\omega)$, qui donne des résultats concordant avec les mesures pratiques, dans un certain domaine. Il nous suffira, pour cela, de considérer la fonction $k(\alpha)$ comme constante, pour le ressort T_2; cela concorde très nettement avec tout ce que peut nous donner l'expérience. On obtient, pour l'énergie potentielle de T_2:

$$\mathcal{E} = \int k\omega d\omega = \frac{k\omega^2}{2} = \frac{M_2^2}{2k} \; ;$$

et l'équation (2) de l'équilibre indifférent devient:

$$\left(\mathcal{E}\right)_{\alpha_0}^{\omega} = \int_{\alpha_0}^{\alpha} M_1(\alpha)\, d\alpha - (\alpha - \alpha_0)\xi \, . \tag{3}$$

La solution du problème est enfin donnée par les formules:

$$\left\{\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{2}{k}\int_{\alpha_0}^{\alpha} M_1(\alpha)\, d\alpha - \frac{2}{k}(\alpha - \alpha_0)\xi + \omega_0^2} \; ; \\ M_2 &= -\sqrt{2k\left[\int_{\alpha_0}^{\alpha} M_1(\alpha)\, d\alpha - (\alpha - \alpha_0)\xi + \mathcal{E}_0\right]} \; ; \end{aligned}\right. \tag{4}$$

où les radicaux possèdent le double signe.

Pour avoir les relations d'équilibre indifférent dans le cas où T_2 va l'emporter, il suffira de changer le signe de ξ dans les formules (4).

$$\left\{\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{2}{k}\int_{\alpha_0}^{\alpha} M_1(\alpha)\, d\alpha + \frac{2}{k}(\alpha - \alpha_0)\xi + \omega_0^2} \; ; \\ M_2 &= -\sqrt{2k\left[\int_{\alpha_0}^{\alpha} M_1(\alpha)\, d\alpha + (\alpha - \alpha_0)\xi + \mathcal{E}_0\right]} \, . \end{aligned}\right. \tag{5}$$

Ces formules (5) définissent complètement le mouvement des tambours T_1 et T_2; elles permettent de tracer la courbe d'enroulement du fil sur T_1.

2. — Imaginons un plan Π_1 entraîné par T_1, et un plan Π_2

entraîné par T_2. On établira facilement la base et la roulante du mouvement de l'un de ces plans par rapport à l'autre. Le point de contact A des deux courbes est évidemment sur la ligne $\overline{O_1O_2}$; en désignant par r_1 et r_2 respectivement les longueurs $\overline{O_1A}$ et $\overline{O_2A}$, on obtient :

$$\begin{cases} r_1 d\alpha = r_2 d\omega \ ; \\ r_1 + r_2 = \text{constante} = l \ ; \end{cases}$$

les formules (5) conduisent ensuite aux suivantes :

$$r_1 = \frac{lM_1}{M_2 + M_1} \ ; \quad r_2 = \frac{lM_2}{M_2 + M_1} \ , \tag{6}$$

qui déterminent les deux courbes roulantes.

Remarquons qu'en couvrant ces courbes d'un engrenage, ou en appliquant sur elles un fil de longueur constante qui passerait de l'une à l'autre au point A, on réaliserait la transmission de mouvement de O_2 à O_1.

3. — Supposons qu'il s'agisse de mécanismes où l'on demande d'agir sur un tambour d'axe O_1 avec un moment constant $M_1(\alpha) = K$; dans ce cas, nous pouvons, sans diminuer la généralité du problème, poser : $\alpha_0 = 0$, $\omega_0 = 0$, $\mathcal{E}_0 = 0$; cela revient à compter la torsion α à partir de la position de détente complète du ressort; les formules (5) deviennent alors :

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\dfrac{2K}{k}\alpha + \dfrac{2}{k}\displaystyle\int_{\alpha_0}^{\alpha} \xi d\alpha} \ , \\ M_2 = -\sqrt{2kK\alpha + 2k\displaystyle\int_{\alpha_0}^{\alpha} \xi d\alpha} = -k\omega \ ; \end{cases} \tag{7}$$

où les radicaux possèdent le double signe; mais, comme le fil enroulé sur T_1 et T_2 ne peut évidemment pas transmettre une poussée, nous ne considérerons que le signe (+).

Cherchons, dans ces conditions, quelle doit être la fusée; c'est le problème classique de l'horlogerie. Les solutions données dans les traités de mécanique industrielle ou d'horlogerie sont loin d'être entièrement satisfaisantes; et pourtant, aujourd'hui,

on construit de plus en plus des chronomètres de marine, pour lesquels on utilise des fusées.

Si R est le rayon du tambour T_2, la force F de tension du fil s'exprime par :

$$F \cdot R = | M_2(\omega) | \; ; \quad F = \frac{k\omega}{R} \; ;$$

et si l'on appelle $p(\alpha)$ la longueur de la perpendiculaire abaissée du centre O_1 sur le fil, cette fonction $p(\alpha)$ est déterminée par la relation :

$$F \cdot p(\alpha) = M_1 + \xi = K + \xi \; ;$$

$$p(\alpha) = R \frac{K + \xi}{\sqrt{2kK\alpha + 2k\int_{\alpha_0}^{\alpha} \xi d\alpha}} . \qquad (8)$$

Cette équation (8) détermine la courbe fusée ; ou plutôt sa projection orthogonale sur un plan normal à l'axe O_1. Il suffira, pour la trouver, de chercher l'enveloppe des fils répondant à l'équation (8) et tangents à T_2. Prenons le cas pratique, où ξ est une constante ; en désignant par C le point de contact du fil avec T_2, par λ la longueur $\overline{O_1C}$, et par t la longueur de fil séparant les points de contact avec T_2 et la fusée, on trouve :

$$\lambda^2 = l^2 - R^2 + 2Rp(\alpha) \; ; \quad t = \frac{\lambda^2 - p^2}{\sqrt{\lambda^2 - p^2} + p'(\alpha)} \qquad (9)$$

Les singularités de la fusée seront donc solutions de l'une ou de l'autre des équations suivantes :

$$\sqrt{\lambda^2 - p^2} + p'(\alpha) = 0 \qquad \text{et} \qquad \lambda^2 - p^2 = 0 \; .$$

La discussion est facile à terminer.

M. Fernand Turrettini. — *Etude de graduations circulaires.*

L'auteur expose une méthode qu'il a eu l'occasion d'employer pour la vérification de machines à diviser circulaires.

Le but de l'étude est de déterminer les erreurs de position des 360 degrés d'un cercle divisé. Le programme de l'étude gé-