Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 6 (1924)

Artikel: Un instrument pour tracer les grands cercles et mesurer des angles dans les projections stéréographiques

Autor: Staring, A.-J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741881

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Un instrument pour tracer les grands cercles

ET MESURER DES ANGLES

DANS LES PROJECTIONS STÉRÉOGRAPHIQUES

PAR

A.-J. STARING

(Avec 3 figures.)

L'instrument décrit dans cet article permet l'exécution aisée et rapide des constructions géométriques fondamentales de la projection stéréographique, notamment dans son application à la minéralogie [1]; le tracé des arcs de cercle à grand rayon en particulier est simplifié. Rappelons en quelques mots les propriétés principales de la projection stéréographique.

La projection stéréographique sert à représenter sur un plan des figures tracées sur une sphère et n'est autre chose qu'une projection centrale ayant comme centre un point quelconque C de la sphère, tandis que le plan de projection est perpendiculaire au rayon de C et passe par le centre de la sphère. Le centre de projection C est donc le pôle du plan de projection. Ce plan coupe la sphère suivant un grand cercle, dit *cercle fondamental*; ce dernier coïncide avec sa projection.

Il est clair sans autre que les projections des grands cercles de la sphère qui passent par C sont des lignes droites passant par le centre du cercle fondamental; celles des petits cercles

[1] V. p. e. Duparc et Pearce. *Traité de technique minéralogique et pétrographique, première partie;* H.-E. Boeke, *Die Anwendung der stereographischen Projektion bei kristallographischen Untersuchungen.*

parallèles au plan de projection sont des cercles concentriques au cercle fondamental.

Plus généralement la projection stéréographique a les propriétés suivantes:

1. La projection d'un cercle est un cercle.
2. L'angle de deux courbes se projette en vraie grandeur.

Il s'en suit que la projection d'un grand cercle est un cercle qui coupe le cercle fondamental suivant deux points diamétralement opposés. Le diamètre du cercle fondamental qui joint ces deux points est la *trace* du grand cercle.

Quelques problèmes fondamentaux de la projection stéréographique.

Nous indiquerons ici quelques problèmes que l'on résout simplement à l'aide de l'instrument. Nous n'en donnerons pas les solutions géométriques ordinaires que nous supposons connues.

Il est important de remarquer que, dans la projection stéréographique appliquée en minéralogie, on peut toujours s'arranger de façon que la partie de la projection située en dehors du cercle fondamental soit remplacée par des points correspondants à l'intérieur; ainsi on n'a pas à s'occuper des points extérieurs.

Les problèmes dont il s'agit ici sont:

1. Construire un grand cercle dont on connaît:
   a) la trace et un point;
   b) la trace et l'angle qu'il fait avec le cercle (plan) fondamental;
   c) deux points.
2. Construire en projection le pôle d'un grand cercle donné.
3. Mesurer la distance angulaire de deux points donnés sur la projection.

1. *Construction des grands cercles.*

Problème 1 *a.* — Ce problème est en principe très facile à résoudre, en pratique il l'est souvent moins. L'arc de cercle cherché doit passer par les extrémités de la trace (diamètre du cercle fondamental) et le point donné; on peut donc tracer

le cercle avec les compas dès qu'on a trouvé son centre. Mais souvent le centre est trop loin et le rayon trop grand. C'est pourquoi M. de Fédoroff a proposé, pour tracer les cercles de grand rayon, un instrument à lame flexible, dont on peut modifier la courbure. On ne peut l'employer pour les arcs de cercles dont le rayon est plus petit que 25 cm environ. Par contre, notre instrument peut tracer également bien *tous* les arcs de grands cercles à l'intérieur du cercle fondamental. Son principe est le fait géométrique bien connu que les sommets de tous les triangles qui ont la même base et le même angle opposé à cette base, sont situés sur un arc de cercle passant par les extrémités de la base.

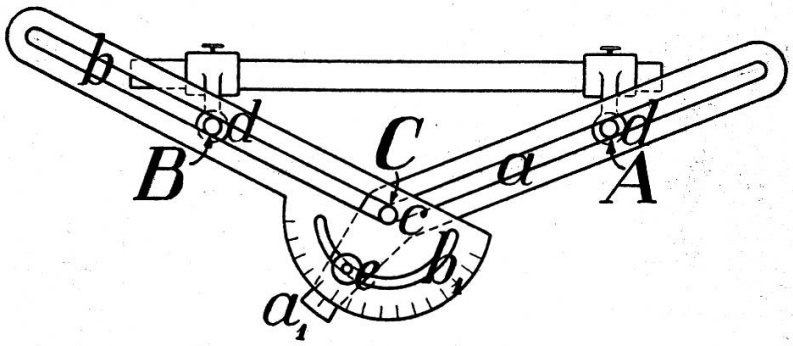

Fig. 1.

La fig. 1 donne une idée de l'application de ce principe au tracé d'un arc de cercle passant par trois points donnés A, B et C.

L'appareil consiste en deux branches *a* et *b* qui sont articulées à une de leurs extrémités par l'axe vertical *c*, lequel porte une lettre inscrivante (style, mine de crayon). Elles sont coulissées de manière à pouvoir glisser autour des axes *d*, lesquels, à l'aide d'un dispositif approprié, sont placés verticalement sur les points donnés A et B. Autour de l'axe d'articulation *c*, les branches *a* et *b* se terminent l'une par un disque gradué b_1, l'autre par un index a_1, indiquant l'angle formé par les deux branches, tandis qu'une vis d'arrêt *e* permet de caler ces deux branches *a* et *b* à l'écartement voulu.

La vis *e* étant desserrée, on place la pointe inscrivante *c* sur le troisième point donné C. On fixe alors les deux secteurs a_1 et b_1 avec la vis *e*. En faisant coulisser les branches *a* et *b*

autour des axes *d*, on fait décrire à la pointe marquante *c* l'arc de cercle cherché.

Les axes *d* sont fixés à des supports, qui, eux-mêmes, sont adhérents à une règle sur laquelle l'un d'eux peut glisser; leur distance peut ainsi varier au besoin. Un point important de la

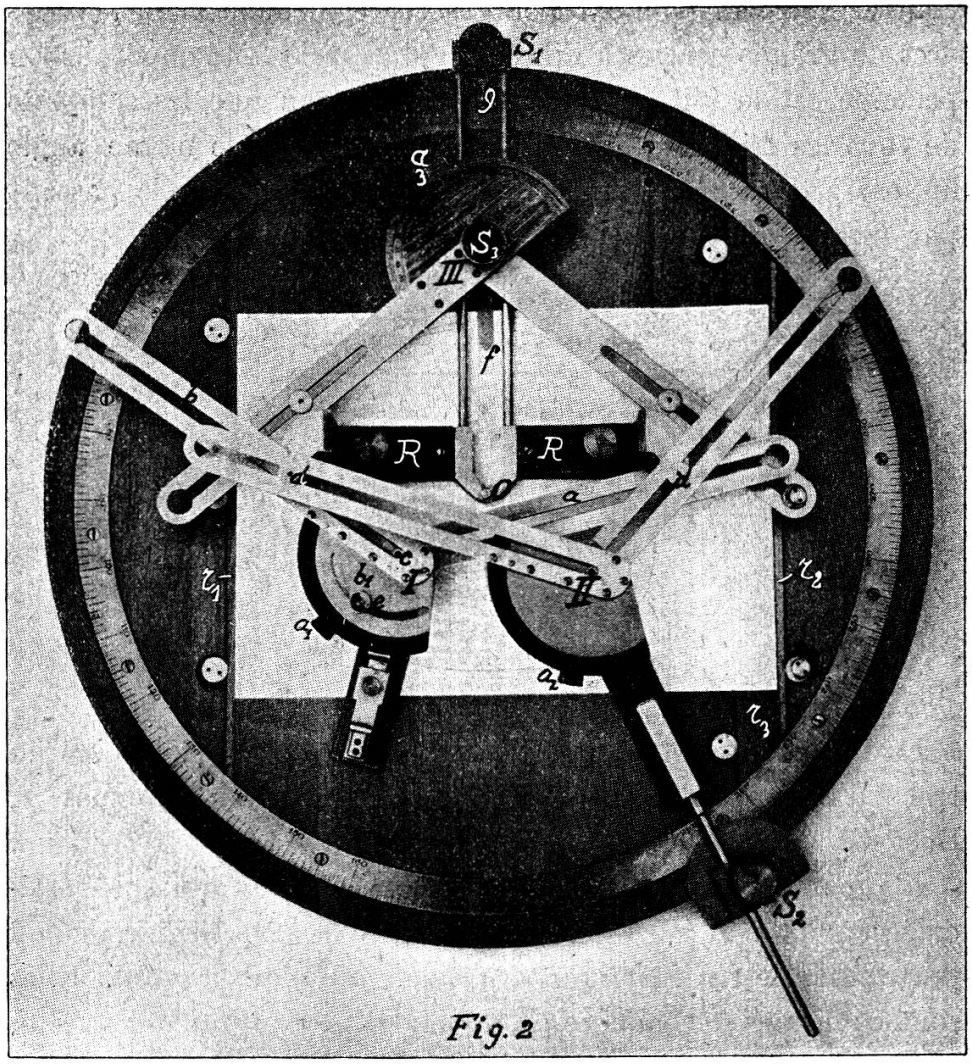

Fig. 2.

construction de l'appareil est que *les axes d n'empêchent pas l'axe c d'atteindre les points* A *et* B. La construction des branches *a* et *b* en étages permet de tourner la difficulté. Mais nous ne nous arrêterons pas aux détails de la construction.

Cet instrument peut être appliqué dans tous les cas où l'angle β, formé par les deux branches *a* et *b*, n'est pas trop

petit. Notamment pour β entre 90° (demi-cercle sur AB) et 180° (ligne droite AB), intervalle qui comprend tous les cas où les compas ordinaires sont inappliquables, le coulissement des branches s'effectue sans aucune difficulté.

Si, dans le cas d'une projection stéréographique, les points A et B sont les extrémités d'un diamètre du cercle fondamental, l'arc de cercle décrit par c est la projection d'un grand cercle dont AB est la trace.

Sur la photographie de l'instrument (fig. 2), dont la description complète suivra plus loin, on reconnaît un tel système de branches coulissées, désigné par le chiffre 1. O est le centre du cercle fondamental, d et d sont les extrémités d'un diamètre. Les axes d sont fixés à une règle R, que nous appellerons *règle diamétrale.*

Cette règle diamétrale peut pivoter autour du point O, et être calée dans un azimut quelconque par la vis S_1, qui serre le bord de la planche à dessin circulaire, sur laquelle tout l'appareil est monté.

En utilisant ce système de branches coulissées, la solution du problème 1*a* n'offre donc plus aucune difficulté. Mais un autre avantage existe encore, qui rend le champ d'application de ce système beaucoup plus vaste. C'est une conséquence du fait que l'angle β des deux branches a et b est en rapport simple avec l'angle α que font entre eux le grand cercle à projeter et le cercle méridien dont AB est la projection (c'est-à-dire le grand cercle dont le plan est perpendiculaire au plan du cercle fondamental, et dont la trace est AB).

Soient (fig. 3) a' et b' les positions des branches a et b au moment où c est confondu avec B; b' coïncide alors avec la tangente à la projection du grand cercle. On voit ainsi que

$$\alpha = 180° - \beta$$

Il est pratique de faire indiquer sur le disque gradué b_1 l'angle α, au lieu de l'angle β, en vue des applications concernant le pôle d'un grand cercle que nous traiterons plus loin.

Problème 1*b*. — Puisqu'on trouve si facilement l'angle α, l'appareil permet aussi de résoudre le problème 1*b*. On n'a qu'à fixer les deux branches dans la position où l'index indique

le complément de l'angle donné, parce que α est le complément de l'angle que font entre eux le grand cercle et le cercle fondamental.

Problème 1*c*. — Pour pouvoir construire la projection d'un grand cercle quand on donne celles de deux de ses points, D et E, il suffit de trouver sa trace, et le problème sera ramené au premier. Or, la construction géométrique de la trace est assez compliquée. Plus simple est la construction d'un troisième point du cercle, mais ce sera peine perdue si le rayon du cercle est trop grand pour pouvoir employer les compas ordinaires.

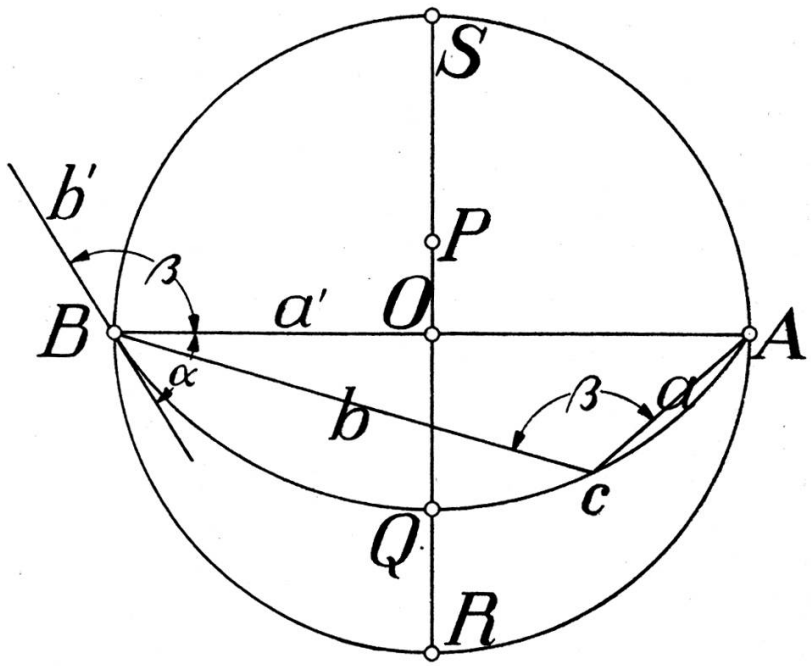

Fig. 3.

Le principe de l'appareil décrit nous donne une indication pour résoudre facilement ce problème. Revenons à la figure 2.

Nous prenons un deuxième assortiment de branches coulissées (système II), égal au premier (système I), mais sans vis de serrage, et avec une pointe métallique (au lieu d'une pointe marquante) à l'extrémité inférieure de son axe d'articulation. Ces branches coulissées peuvent glisser autour de deux axes verticaux qui sont dans le prolongement des axes *d*. La pointe inscrivante (système I) étant placée sur l'un des points donnés D, et la pointe métallique (système II) sur l'autre E, les deux index indiqueront en général des angles différents pour une

position quelconque de la règle diamétrale R. Puis, maintenant les deux pointes sur les deux points donnés, on tourne cette règle diamétrale autour du centre O du cercle fondamental jusqu'à ce que les deux index indiquent le même angle. Cette position de la règle diamétrale donne la trace cherchée. — Remarquons que l'axe d'articulation du système II est maintenu immobile au-dessus du point E à l'aide de la vis de serrage S_2.

2. *Construction du pôle d'un grand cercle.*

Soit dans la figure 3: ROS perpendiculaire à la trace AB du grand cercle AQB, dont P est le pôle. Alors α est la distance angulaire des points Q et O, et en même temps celle des points P et S.

Plaçons la règle diamétrale R et le système I de branches coulissées de la fig. 2 de façon à ce que la pointe inscrivante puisse tracer le cercle donné. L'index a_1 indique alors l'angle α.

Un troisième système de branches coulissées (système III) va nous servir maintenant à indiquer le pôle P. Ce système est monté de manière à ce que son axe d'articulation ne puisse se déplacer que suivant la ligne OS; la graduation de son cercle divisé est telle que la position de l'index a_3 corresponde à la distance angulaire de l'index f jusqu'au point S. Dès qu'on connaît l'angle α (mesuré avec le système I), on déplace le système III jusqu'à ce que a_3 indique aussi l'angle α; alors l'index f marque exactement la place du pôle du grand cercle.

3. *Mesure de la distance angulaire de deux points donnés sur la projection.*

Suivant le procédé indiqué (problèmes 1*c* et 2), on détermine le pôle du grand cercle passant par les deux points. (Remarquons qu'à cet effet, il n'est nullement nécessaire de tracer le cercle lui-même.) Les lignes qui joignent ce pôle aux points donnés limitent, sur la circonférence du cercle fondamental, l'angle cherché. Pour effectuer la construction sur le papier sans qu'il soit nécessaire d'enlever l'appareil, on fera usage d'une réglette plate qui fait partie de l'instrument.

Autre problème:

Construire en projection un petit cercle dont tous les points sont également distants d'un point de la sphère, donné par sa projection stéréographique.

On voit facilement qu'à l'aide du système III et de l'index *f*, qui d'abord est placé sur le point donné, on pourra trouver les extrémités du diamètre du petit cercle cherché qui passe par O. On dessinera alors le petit cercle avec des compas ordinaires. Pour le cas où l'une des extrémités de ce diamètre est trop éloignée du centre O, on trouvera suivant une marche inverse de celle indiquée pour la solution du problème 3,deux autres points du petit cercle cherché, situés sur un grand cercle quelconque passant par le point donné. On aura ainsi 3 points pour tracer le cercle; et si le rayon est trop grand pour les compas ordinaires, on peut sans trop de peine utiliser la règle diamétrale et le système I, pourvu qu'on enlève l'aiguille du centre.

Donnons maintenant encore quelques détails sur l'instrument (fig. 2).

Les supports des axes *d* peuvent être déplacés sur la règle diamétrale, ce qui veut dire qu'on peut faire varier entre certaines limites (19-25 cm) le diamètre du cercle fondamental. Les relations angulaires sont indépendantes du choix de ce diamètre.

La planche à dessin, circulaire, a au centre une petite pièce métallique percée d'un orifice étroit dans lequel se loge l'aiguille, axe de rotation de la règle diamétrale. Le bord de la planche est muni d'un cercle divisé en demi-degrés; la position angulaire de la règle diamétrale y est repérée par un index *g*.

L'instrument permet d'effectuer des dessins en projection stéréographique *sans l'aide d'un canevas.* On peut relever la projection sur un papier blanc quelconque. En effet, les index *g* et a_3 indiquent respectivement la longitude et la latitude du point *f*.

Enfin, la planche est pourvue d'un système de fixation du papier, sans punaises ou parties saillantes, qui permet aussi de tendre la feuille à l'aide de réglettes et de petits excentriques.