Relation entre la surface d'une came orbiforme régulière et l'amplitude du mouvement rectiligne obtenu

Autor(en): **Tiercy, G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **6 (1924)**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741915

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

G. TIERCY. — *Relation entre la surface d'une came orbiforme régulière*[1] *et l'amplitude du mouvement rectiligne obtenu.*

1. On a vu[2] que, pour un contour $2\pi a$ donné, le minimum d'amplitude du mouvement rectiligne alternatif final correspond au maximum de l'aire de la came : et le maximum d'amplitude du mouvement au minimum de l'aire. Il est facile d'établir qu'entre ces deux cas extrêmes, les choses se passent de telle façon que, si l'on fait croître d'une manière continue l'amplitude du mouvement final, l'aire du disque orbiforme décroît de manière continue. Voici une démonstration.

2. Montrons d'abord que, pour un contour donné, l'aire de l'orbiforme est plus grande dans le cas d'une développée régulière curviligne, que dans le cas particulier où cette développée devient un polygone régulier étoilé; et que, de plus, l'aire est d'autant plus grande que les arcs de la développée curviligne sont plus *creusés*. Faisons la démonstration pour une orbiforme à trois sommets; la démonstration est la même dans le cas de $(2k + 1)$ sommets.

Soit donc une développée régulière à trois rebroussements (fig. 1); faisons rouler sur cette courbe une droite XY de longueur $(2a)$; les extrémités X et Y tracent l'orbiforme.

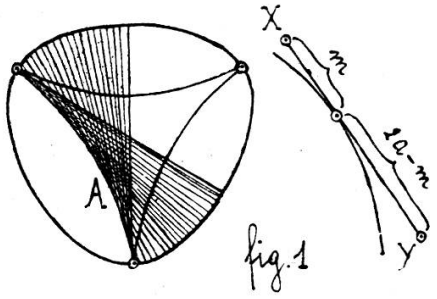


fig. 1

L'aire balayée par la droite XY, en un roulement total correspondant à un changement d'orientation de π, comprend trois fois la surface contenue à l'intérieur de la développée; il faudra

[1] Toh. Mathematical Journal, 1920. — C. R. Soc. de Physique Genève, novembre 1923.

[2] C. R. Soc. de Physique Genève, décembre 1923.

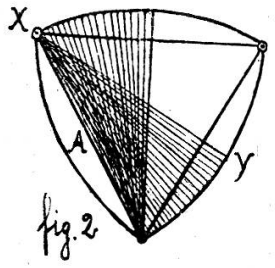
donc, pour obtenir l'aire du disque orbiforme, soustraire deux fois l'aire de la développée de l'aire totale balayée.

L'aire balayée par XY pendant le roulement sur l'arc (A) est:

$$\frac{S_1}{3} = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega\,[m^2 + (2a - m)^2] = 2a^2\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega + \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega\,(m^2 - 2am)$$

$$= \frac{2\pi a^2}{3} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega\,(m^2 - 2am)\ ;$$

l'intégrale du dernier membre est négative, puisque $m \leqq 2a$. Soit d'autre part le cas d'une développée ayant dégénéré en triangle rectiligne équilatéral de côté $(2a)$, (fig. 2); on peut considérer qu'aux sommets de ce triangle se trouvent des pointes



en rebroussement infiniment petites. L'aire balayée par XY pendant le roulement sur l'arc (A) est:

$$\frac{S_2}{3} = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{3}} 4a^2\,d\omega = \frac{2\pi a^2}{3}\ .$$

On a donc, pour les aires balayées pendant un roulement complet sur les courbes triangulaires:

$$\left\{\begin{aligned} S_1 &= 2\pi a^2 + 3\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega\,(m^2 - 2am)\ ; \\ S_2 &= 2\pi a^2\ ; \end{aligned}\right.$$

chacun de ces résultats comprend trois fois l'aire de la développée correspondante; et on a $S_1 < S_2$. On va voir que. cepen-

dant, la surface du disque orbiforme est plus grande dans le premier cas que dans le second.

A cet effet, considérons les aires balayées pendant un tiers du roulement total (fig. 3); et superposons les deux résultats (3me dessin).

On voit que, après un roulement de $\frac{\pi}{3}$, la surface balayée dans le deuxième cas comprend deux segments (s) et deux segments (e) en plus de la surface balayée dans le premier cas;

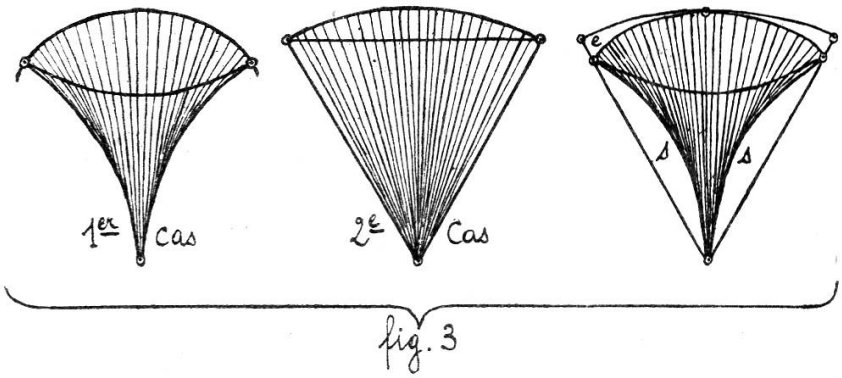


fig. 3

après trois roulements de 60°, l'aire S_2 dépassera l'aire S_1 de la quantité ($6s + 6e$):

$$S_2 = S_1 + 6s + 6e \ .$$

Mais, dans chaque cas, il faut, pour trouver l'aire du disque orbiforme, retrancher deux fois la surface de la développée. Or, en appelant t le trapèze qui représente la différence entre

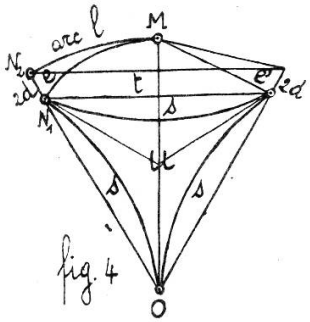


fig. 4

les deux triangles équilatéraux de la fig. 4, la développée du deuxième cas comprend ($3s + t$) de plus que la développée curviligne du premier cas (fig. 4); il en résulte que, dans le

deuxième cas, on retranchera de S_2 une aire valant $(6s + 2t)$ de plus que l'aire $(2u)$ retranchée de S_1. On a donc:

$$\left\{\begin{array}{ll} O_1 = \text{aire orbiforme, 1er cas} & = S_1 - 2u \ ; \\ O_2 = \text{aire orbiforme, 2me cas} & = S_2 - (2u + 6s + 2t) \\ & = S_1 + 6s + 6e - 2u - 6s - 2t \\ & = (S_1 - 2u) + 6e - 2t \ ; \end{array}\right.$$

d'où:

$$O_1 - O_2 = 2t - 6e \ .$$

Il est facile de montrer que $2t > 6e$. On a (fig. 4):

$$\text{hauteur de } e' = a \ ; \quad \text{surface de } e' = ad \ ;$$

donc

$$e < ad \ , \quad \text{et} \quad 6e < 6ad \ ; \quad \text{car} \quad e < e' \ .$$

En effet, les arcs $\widehat{MN_1}$ et $\widehat{MN_2}$ sont égaux, et chacun mesure $\left(\frac{2\pi a}{12}\right)$; la corde $\overline{MN_2}$ est égale au côté C_{12} du dodécagone régulier inscrit dans le cercle de rayon $(2a)$, et vaut $2a\sqrt{2-\sqrt{3}}$; la corde $\overline{MN_1}$ est plus petite que $\overline{MN_2}$, son minimum étant (a) et correspondant au maximum $a(2-\sqrt{3})$ de $(2d)$; cette valeur minima est atteinte lorsque la développée curviligne se *creusant* de plus en plus se réduit à trois segments de droites de longueur a (fig. 5); la différence entre les cordes $\overline{MN_2}$ et $\overline{MN_1}$ est

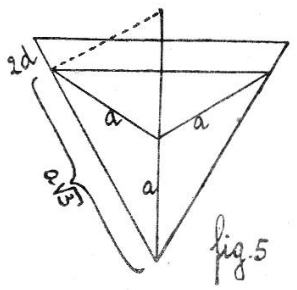


fig. 5

donc, au maximum, égale à:

$$a\left[2\sqrt{2-\sqrt{3}} - 1\right] = 0{,}036\, a \ .$$

D'autre part, la courbure le long de $\widehat{MN_1}$ est toujours supérieure à la courbure constante de $\widehat{MN_2}$; car le rayon de courbure

sur $\widehat{MN_1}$ est $\leqq 2a$; et la flèche de l'arc $\widehat{MN_1}$ est plus grande que celle de l'arc $\widehat{MN_2}$.

Il résulte de tout cela que l'aire comprise entre l'arc $\widehat{MN_1}$ et sa corde est plus grande que celle comprise entre l'arc $\widehat{MN_2}$ et sa corde; autrement dit $e < e'$; et la différence ε entre e et e' s'évanouit avec (d) et croît avec (d); on peut donc écrire:

$$e = e' - \varepsilon = ad - \varepsilon \ ;$$

on a donc bien $6e < 6ad$.

D'autre part, on a pour $(2t)$:

$$t = (2a - d)\,d\sqrt{3} \ ; \qquad 2t = 2ad\sqrt{3}\left(2 - \frac{d}{a}\right) ;$$

le maximum de $(2d)$ étant, comme on l'a dit plus haut, $a(2-\sqrt{3})$, on en tire:

$$\frac{2d}{a} \leqq 2 - \sqrt{3} \ ; \qquad 2 - \frac{d}{a} \geqq \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \ ;$$

$$2t \geqq 2ad\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) ;$$

$$2t \geqq ad\left(3 + 2\sqrt{3}\right) \qquad \text{ou} \qquad 2t \geqq 6{,}464\,ad \ .$$

On voit alors qu'on a:

$$2t - 6e > ad\left(2\sqrt{3} - 3\right) \qquad \text{ou} \qquad 2t - 6e > 0{,}464\,ad \ , \quad (1)$$

ce qui montre que $2t > 6e$.

3. On peut écrire:

$$2t - 6e > 2d\left[a\left(2\sqrt{3} - 3\right) - d\sqrt{3}\right] , \qquad (1')$$

où le deuxième membre est supérieur au deuxième membre de (1); il manque, au deuxième membre de (1′), la quantité 6ε, positive et croissante avec (d).

Les racines du second membre de (1′) sont $d = o$ et $d = a(2-\sqrt{3})$; le maximum de ce second membre est atteint pour $d = \frac{a(2-\sqrt{3})}{2}$, ou $2d = a(2-\sqrt{3})$; or, $(2d)$ ne peut pas dépasser cette valeur géométriquement; elle correspond au cas du cercle; le minimum *pratique* est atteint pour $d = o$, cas de la courbe de Reuleaux.

Le deuxième membre de (1') est une fonction croissante de la variable (d), de $2d = o$ à $2d = a(2 - \sqrt{3})$. Le terme manquant (6ε) est également croissant avec (d). Donc la différence $(2t - 6e)$ est une fonction croissante de (d), quand $(2d)$ passe de o à $a(2 - \sqrt{3})$, son maximum. Il en résulte que, plus la développée curviligne de O_1 se *creuse*, plus l'aire O_1 dépasse l'aire O_2; le maximum de O_1 est atteint dans le cas du cercle (cas de la fig. 5).

Or, plus la valeur de (d) est grande, plus la développée se creuse, et plus l'amplitude du mouvement rectiligne alternatif final est petite.

J. Zender. — *Sur l'état rhizopodial des haustoriums du Cuscuta europaea.*

Au cours d'un travail sur l'anatomie des plantes parasites phanérogames, notre attention a été attirée sur un phénomène nouveau qui a été constaté sur les haustoriums de la Cuscute.

On sait que ce parasite, qui attaque une grande variété de plantes, s'introduit dans l'hôte, à partir d'un disque d'adhésion, au moyen d'un suçoir qui pénètre à une profondeur variable et ceci selon la résistance mécanique ou sérologique que lui présente la plante infectée. De ce suçoir qui présente parfois, à son extrémité, une espèce d'épithélium à cellules allongées, partent des cellules haustorium proprement dites, lesquelles sont des tubes riches en protoplasma avec un noyau hypertrophié, qui parfois pénètrent, en se glissant entre les cellules corticales, jusqu'au liber, souvent même, traversant le bois, jusque dans la mœlle. On sait que souvent l'extrémité de ces tubes se ramifie irrégulièrement et que quelques-uns, situés dans le prolongement du faisceau du suçoir, se différencient en trachées, qui viennent se raccorder au bois de l'hôte. Mais le fait nouveau qui a retenu notre attention, c'est la manière dont les haustoriums suçoirs secondaires se comportent vis-à-vis des cellules nourricières. On pourrait supposer que l'action de ces haustoriums s'exercerait au travers de la membrane de leurs cellules par le moyen de ferments qui, solubilisant les réserves et le plasma de l'hôte, prépareraient les matières solubles suscepti-