À propos des recherches sur la rotation de l'ellipsoïde fluide hétérogène (note présentée par M. R. Wavre)

Autor(en): **Dive, Pierre**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **8 (1926)**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-742447

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Pierre DIVE. — *A propos des recherches sur la rotation de l'ellipsoïde fluide hétérogène.* (Note présentée par M. R. Wavre.)

Dans sa thèse de doctorat (n° 1467)[1] « *Rotation de l'ellipsoïde hétérogène et figure exacte de la Terre* », Paris, 17 juin 1912, M. VÉRONNET donne (p. 14) une relation générale (formule fondamentale) entre la variation de la vitesse angulaire ω en profondeur $\left(\frac{\partial \omega^2}{\partial a_n}\right)$ et en latitude $\left(\frac{\partial \omega^2}{\partial x_n^2}\right)$ et la variation de l'aplatissement $\left(\frac{d\lambda^2}{da_n}\right)$:

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial a_n} + 2a_n \frac{\partial \omega^2}{\partial x_n^2} = \frac{2\pi f C}{(1+\lambda^2)^2} \cdot \frac{d\lambda^2}{da_n} \cdot \qquad (14)$$

La vraisemblance des conclusions que l'on peut tirer de cette formule a paru en confirmer la justesse. Cependant la formule (14) est inexacte et cela pour deux raisons, nous semble-t-il.

Il y a tout d'abord une faute de signe dans le passage de la formule (12) (§ 3, p. 12) donnant la vitesse angulaire d'un point situé sur la couche d'axe polaire a_n, à la formule (13) donnant la dérivée de cette vitesse par rapport à a_n. C'est l'expression opposée de

$$\frac{\partial D}{\partial a_n} - \frac{a_n^2}{b_n^2} \cdot \frac{\partial E}{\partial a_n}$$

qui devrait figurer dans le deuxième membre de la formule (13). Il résulte de cette correction que la conclusion du n° 4 (p. 15 et 16) devrait être renversée. L'aplatissement des couches croîtrait donc du centre à la surface; ce qui est en contradiction avec l'état défini par Clairaut.

Mais il faut tenir compte aussi d'une identification faite entre deux dérivées partielles de la fonction μ prises par rapport à x_n^2 dans des conditions différentes.

[1] Prière de se référer à la thèse en question pour les numéros des formules.

Il est facile de reconnaître en effet, que ω^2 dépend de a_n, b_n, c_n et de x_n, y_n, z_n par l'intermédiaire de la fonction μ définie par (1); mais il est évident qu'en raison de leur sens concret les variables b_n et c_n sont des fonctions de a_n. Dans ces conditions, (3) définit l'une des variables x_n, y_n, z_n en fonction des deux autres et de a_n. Dès lors, ω^2 ne dépend en définitive que de a_n et de deux seulement des variables x_n, y_n, z_n, par exemple, x_n et z_n. Nous soulignons les quantités fixes:

$$\omega^2 = \omega^2(\underline{a}_n, x_n, \underline{z}_n) .$$

Si donc on étudie la variation de ω^2 en fonction de x_n^2 (§ 2, p. 11), la dérivée $\frac{\partial \omega^2}{\partial x_n^2}$ devra être prise en considérant a_n et z_n comme des constantes.

Dans ce calcul, l'auteur utilise la dérivée de la fonction

$$\mu = \mu(x_n, y_n, \underline{z}_n)$$

par rapport à x_n^2. Or, d'après une remarque que nous venons de faire, y_n étant fonction de $\underline{a}_n$, x_n, $\underline{z}_n$ par (1) et (3), μ dépend de x_n directement, et indirectement par l'intermédiaire de y_n. Pour éviter toute confusion, nous désignerons par le symbole ordinaire $\frac{\partial \mu}{\partial x_n^2}$ la dérivée partielle de μ par rapport à x_n^2 quand on y considère μ comme dépendant de x_n^2 à la fois explicitement et implicitement par l'intermédiaire de y_n, et par la notation

$$\frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)}$$

la dérivée de μ par rapport à x_n^2 lorsqu'on y considère y_n et les autres quantités qui pourraient éventuellement dépendre de x_n comme des constantes. Dans le cas actuel, la règle de dérivation des fonctions composées permet donc d'écrire:

$$\frac{\partial \mu}{\partial x_n^2} = \frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)} + \frac{\partial \mu}{\partial y_n^2} \cdot \frac{dy_n^2}{dx_n^2} . \qquad (\alpha)$$

En effectuant ce calcul, l'auteur obtient la formule (9) et en déduit la formule (11).

Si l'on se propose maintenant d'étudier la variation de ω suivant un axe normal à l'équateur, les variables indépendantes définissant ω^2 seront a_n, y_n, z_n:

$$\omega^2 = \omega^2(a_n, \underline{y}_n, \underline{z}_n) .$$

D'après ce que nous avons dit précédemment x_n est une fonction de a_n, $\underline{y}_n$, $\underline{z}_n$.

Pour prendre la dérivée $\frac{\partial \omega^2}{\partial a_n}$ on supposera donc que $\underline{y}_n$ et $\underline{z}_n$ sont des constantes et comme x_n dépend de a_n on aura simplement:

$$\frac{\partial \mu}{\partial a_n} = \frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)} \cdot \frac{\partial x_n^2}{\partial a_n} . \qquad (\beta)$$

Cette fois, en effet, μ est une fonction directe de x_n^2 et sa dérivée par rapport à x_n^2 n'a qu'un seul terme.

La faute signalée consiste précisément à remplacer dans cette formule $\frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)}$ par l'expression déjà obtenue (9) de $\frac{\partial \mu}{\partial x_n^2}$.

La différence a donc pour expression:

$$\frac{\partial \mu}{\partial y_n^2} \cdot \frac{dy_n^2}{dx_n^2} .$$

Ajoutons d'ailleurs qu'étant donné l'axe suivant lequel on étudie ω, il résulte de 3′ (note p. 12) que l'on a seulement

$$\frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)} = 1 .$$

La formule fondamentale (14) *ne peut donc pas exister.*

Disons enfin que seule une partie de la thèse n° 1467 était fondée sur la formule fondamentale (14). Mais cette formule est reproduite avec d'autres notations dans le Mémorial des sciences mathématiques, fascicule XIII, Paris (1926): « *Figures d'équilibre et Cosmogonie* ».

La méthode que nous avons suivie dans cette recherche paraîtra dans notre thèse présentée à la Faculté des Sciences de Genève (1926).

W. H. SCHOPFER. — *Recherches sur la perméabilité des membranes de cysticerque (Cysticercus tenuicollis) pour divers sels.*

Ces recherches ont pour but d'étudier la perméabilité des membranes de cysticerque pour les sels qui ne se trouvent pas dans le liquide de cysticerque. Dans cette étude préliminaire nous avons étudié les sels de fer, faciles à déceler. Les expéricences sont ordonnées de la façon suivante: le cysticerque vivant est plongé dans un récipient contenant 20 cc d'une solution à laquelle nous ajoutons environ 1 cc. de $FeCl^3$ à 10 $^0/_{00}$ Après un temps déterminé, le liquide externe et le liquide interne sont extraits; nous essayons la réaction du bleu de Prusse; cette dernière est assez sensible pour qu'un résultat négatif nous indique avec suffisamment de précision que le sel n'a pas passé. Tous les cysticerques morts au cours ou à la fin de l'expéricence sont rigoureusement éliminés. Après plusieurs essais nous avons choisi des solutions très diluées de sels de fer. Dans chaque série les expériences se font dans trois solutions: hypotoniques (eau courante); isotoniques (NaCl 10 $^0/_{00}$ environ); hypertoniques (NaCl 20 à 25 $^0/_{00}$). Nous ne prétendons pas que la concentration moléculaire du milieu extérieur ait une influence capitale sur la perméabilité pour les sels en question; nous avons simplement voulu nous placer dans des conditions d'expériences aussi variées que possibles. Toutes les expériences sont faites à 37°.

Résultats obtenus: Durée de l'expérience: 10 heures.
milieu ext.: 20 cc de liquide + 2 cc $FeCl^3$ 10 $^0/_{09}$.

Dans solution	Hypotonique	Isotonique	Hypertonique
Liquide ext. .	++	++	+++ [1]
Liquide int. . .	0	0	0

[1] + signifie réaction positive.
0 » » négative.