Sur l'équilibre relatif d'une masse fluide

Autor(en): **Wavre, Rolin**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **8 (1926)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-742453

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

au fur et à mesure que la température s'abaisse. Or à ces très basses températures, la proportion d'humidité contenue dans un gaz est pratiquement nulle. Il en résulte donc que si l'humidité est susceptible de catalyser la peroxydation de l'oxyde d'azote, elle ne lui est pas indispensable, et la thèse de la présence nécessaire de l'humidité pour la production de toutes les réactions chimiques ne peut être soutenue généralement.

Séance du 4 novembre 1926.

Rolin WAVRE. — *Sur l'équilibre relatif d'une masse fluide.*

Le but de cette note est d'indiquer de nouvelles équations fonctionnelles pour la détermination des figures d'équilibre des planètes.

Distinguons trois degrés de difficulté du problème.

I. *Masse liquide homogène incompressible au repos.*

Soit V le volume liquide considéré, S la surface qui le limite; a, b, c un point de V, x, y, z un point de l'espace.

Le potentiel au point x, y, z sera

$$U(x, y, z) = \rho \int\int\int_V \frac{dV}{r}$$

ρ étant la densité du liquide et r la distance des deux points a, b, c et x, y, z.

La variation du potentiel sera

$$dU = \rho \int\int\int_V \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} dx + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} dy + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} dz\right] dV$$

mais on a

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial a}, \quad \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial b}, \quad \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial c}$$

d'où

$$dU = -\rho \int\int\int_V \left[\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{dx}{r}\right) + \frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{dy}{r}\right) + \frac{\partial}{\partial c}\left(\frac{\partial z}{r}\right)\right] da\, db\, dc$$

mais la quantité entre crochets est une divergence; $d\varphi$ s'exprimera donc au moyen d'un flux au travers de la surface S

$$dU = -\rho \int\int_S \frac{\alpha\, dx + \beta\, dy + \gamma\, dz}{r}\, d\sigma$$

α, β, γ sont les cosinus directeurs de la normale n à la surface S au point a, b, c de celle-ci.

On peut donc écrire

$$dU = -\rho\, ds \int\int_S \frac{\cos(d\,,\, n)}{r}\, d\sigma$$

d désignant la direction du déplacement ds du point potentié x, y, z.

On sait que Gauss a obtenu pour le potentiel lui-même l'expression suivante

$$U = -\frac{1}{2}\rho \int\int_S \cos(r\,,\, n)\, d\sigma$$

notre expression en est la forme différentielle.

Pour que la masse fluide soit en équilibre, il faut et suffit que la surface S soit équipotentielle de sorte que, pour toute direction d tangente à S on a

$$\int\int_S \frac{\cos(d\,,\, n)}{r}\, d\sigma = 0\,. \qquad (1)$$

c'est la première équation fonctionnelle que je me proposais de donner.

Permet-elle de démontrer que la sphère seule est figure d'équilibre, je n'ai pas entrepris cette recherche.

II. *Equilibre relatif d'une masse fluide homogène et incompressible.*

La masse tourne maintenant d'un mouvement d'ensemble autour d'un axe oz avec une vitesse angulaire constante ω. Il suffira d'adjoindre à U le potentiel de la force centrifuge.

La condition d'équilibre s'exprimera sous la forme

$$\omega^2\left(x\frac{dx}{ds} + y\frac{dy}{ds}\right) = \rho \int\int_S \frac{\cos(d\,,\, n)}{r}\, d\sigma \qquad (2)$$

équation à satisfaire quel que soit le déplacement ds sur S.

III. *Equilibre relatif d'une masse fluide hétérogène.*

Distinguons la répartition $S_t (0 \leqq t \leqq 1)$ des surfaces à densité constante et la densité $\rho(t)$ de la couche répartie sur la surface S_t.

En appliquant au calcul du potentiel de notre masse de configuration quelconque un procédé indiqué par MM. Hamy et Véronnet pour des couches ellipsoïdales, en considérant le fluide hétérogène comme une superposition de fluides homogènes remplissant les volumes V_t limités aux surfaces S_t, le potentiel s'écrira

$$U = \int_0^1 \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \iiint_{V_{t'}} \frac{dV_{t'}}{r}$$

L'artifice de calcul indiqué sous la rubrique I s'applique ici et donne

$$dU = -\int_0^1 \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \iint_{S_{t'}} \frac{\cos(d, n)}{r} d\sigma .$$

Exprimons que le potentiel total est constant sur chaque surface S_t et nous obtiendrons l'équation

$$\omega^2\left(x\frac{dx}{ds} + y\frac{dy}{ds}\right) = \int_0^1 \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \iint_{S_{t'}} \frac{\cos(d, n)}{r} d\sigma . \quad (3)$$

Soit

$$a = a(u', v', t') , \qquad b = b(u', v', t') , \qquad c = c(u', v', t')$$

et

$$x = x(u, v, t) , \qquad y = y(u, v, t) , \qquad z = z(u, v, t)$$

la représentation paramétrique des surfaces $S_{t'}$ et S_t. Il faudra que l'équation (3) soit satisfaite quels que soient la valeur de t et les différentielles du et dv. De sorte que cette équation (3) donne lieu à deux équations de la forme

$$F(t, u, v) = \int_0^1\int_0^1\int_0^1 H(t')\Phi(t, u, v, t', u', v')\, dt'\, du'\, dv' .$$

c'est là une équation fonctionnelle du type de Fredholm. En supposant la répartition géométrique S_t donnée, H qui représente la dérivée de la densité sera seule fonction inconnue et l'équation précédente est bien une équation de Fredholm de première espèce. Si les surfaces S_t sont de révolution, nous n'aurons qu'une équation à satisfaire: celle qui correspond à un déplacement suivant un méridien.

La théorie des équations intégrales laisse prévoir qu'il n'y a que certaines répartitions géométriques qui seront susceptibles de provoquer un mouvement d'ensemble quand encore on les aura chargées convenablement.

Nous reviendrons plus tard ici ou ailleurs sur le cas ou ω serait variable, cas du Soleil, de Jupiter et de Saturne.

W.-H. Schopfer. — *Recherches sur le comportement de Cysticercus tenuicollis dans les sérums normaux et dilués.*

Les expériences dans lesquelles nous avons précédemment étudié le comportement de *Cyst. ten.* à l'aide de solutions de NaCl, doivent être suivies par des expériences faites dans le sérum, puisque c'est aux dépens de ce dernier que l'animal — sans être cependant en contact direct avec lui — forme son liquide et puise ses éléments constitutifs.

Le milieu utilisé dans les expériences dont nous donnons ici les principaux résultats est le sérum de cheval. Le sang de cheval est recueilli aseptiquement; après repos nous recueillons un sérum jaune citrin dont la concentration $\Delta = -0°,56$. Ce milieu constitue un excellent milieu d'étude, le cysticerque s'y contracte fortement et reste vivant beaucoup plus longtemps que dans une solution de NaCl isotonique, surtout si l'on prend la précaution de changer de temps à autre le sérum.

Ce sérum est dilué progressivement et de cette façon nous obtenons des milieux dont les concentrations sont respectivement:

1	2	3	4	5
$\Delta = -1°,60$ sérum + NaCl	$-0°,56$ sérum normal	$-0°,37$	$-0°,11$	$-0°,07$