Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 8 (1926)

Artikel: Sur l'équilibre relatif d'une masse fluide
Autor: Wavre, Rolin
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742453

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

au fur et à mesure que la température s'abaisse. Or à ces très basses températures, la proportion d'humidité contenue dans un gaz est pratiquement nulle. Il en résulte donc que si l'humidité est susceptible de catalyser la peroxydation de l'oxyde d'azote, elle ne lui est pas indispensable, et la thèse de la présence nécessaire de l'humidité pour la production de toutes les réactions chimiques ne peut être soutenue généralement.

Séance du 4 novembre 1926.

Rolin WAVRE. — *Sur l'équilibre relatif d'une masse fluide.*

Le but de cette note est d'indiquer de nouvelles équations fonctionnelles pour la détermination des figures d'équilibre des planètes.

Distinguons trois degrés de difficulté du problème.

I. *Masse liquide homogène incompressible au repos.*

Soit V le volume liquide considéré, S la surface qui le limite; a, b, c un point de V, x, y, z un point de l'espace.

Le potentiel au point x, y, z sera

$$U(x, y, z) = \rho \int\int\int_V \frac{dV}{r}$$

ρ étant la densité du liquide et r la distance des deux points a, b, c et x, y, z.

La variation du potentiel sera

$$dU = \rho \int\int\int_V \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} dx + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} dy + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} dz\right] dV$$

mais on a

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial a}, \quad \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial b}, \quad \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial c}$$

d'où

$$dU = -\rho \int\int\int_V \left[\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{dx}{r}\right) + \frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{dy}{r}\right) + \frac{\partial}{\partial c}\left(\frac{\partial z}{r}\right)\right] da\, db\, dc$$

mais la quantité entre crochets est une divergence; $d\varphi$ s'exprimera donc au moyen d'un flux au travers de la surface S

$$dU = -\rho \int\int_S \frac{\alpha\, dx + \beta\, dy + \gamma\, dz}{r}\, d\sigma$$

α, β, γ sont les cosinus directeurs de la normale n à la surface S au point a, b, c de celle-ci.

On peut donc écrire

$$dU = -\rho\, ds \int\int_S \frac{\cos(d\,,\, n)}{r}\, d\sigma$$

d désignant la direction du déplacement ds du point potentié x, y, z.

On sait que Gauss a obtenu pour le potentiel lui-même l'expression suivante

$$U = -\frac{1}{2}\rho \int\int_S \cos(r\,,\, n)\, d\sigma$$

notre expression en est la forme différentielle.

Pour que la masse fluide soit en équilibre, il faut et suffit que la surface S soit équipotentielle de sorte que, pour toute direction d tangente à S on a

$$\int\int_S \frac{\cos(d\,,\, n)}{r}\, d\sigma = 0\,. \qquad (1)$$

c'est la première équation fonctionnelle que je me proposais de donner.

Permet-elle de démontrer que la sphère seule est figure d'équilibre, je n'ai pas entrepris cette recherche.

II. *Equilibre relatif d'une masse fluide homogène et incompressible.*

La masse tourne maintenant d'un mouvement d'ensemble autour d'un axe oz avec une vitesse angulaire constante ω. Il suffira d'adjoindre à U le potentiel de la force centrifuge.

La condition d'équilibre s'exprimera sous la forme

$$\omega^2\left(x\frac{dx}{ds} + y\frac{dy}{ds}\right) = \rho \int\int_S \frac{\cos(d\,,\, n)}{r}\, d\sigma \qquad (2)$$

équation à satisfaire quel que soit le déplacement ds sur S.

III. *Equilibre relatif d'une masse fluide hétérogène.*

Distinguons la répartition $S_t (0 \leqq t \leqq 1)$ des surfaces à densité constante et la densité $\rho(t)$ de la couche répartie sur la surface S_t.

En appliquant au calcul du potentiel de notre masse de configuration quelconque un procédé indiqué par MM. Hamy et Véronnet pour des couches ellipsoïdales, en considérant le fluide hétérogène comme une superposition de fluides homogènes remplissant les volumes V_t limités aux surfaces S_t, le potentiel s'écrira

$$U = \int_0^1 \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \iiint_{V_{t'}} \frac{dV_{t'}}{r}$$

L'artifice de calcul indiqué sous la rubrique I s'applique ici et donne

$$dU = -\int_0^1 \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \iint_{S_{t'}} \frac{\cos(d, n)}{r} d\sigma .$$

Exprimons que le potentiel total est constant sur chaque surface S_t et nous obtiendrons l'équation

$$\omega^2\left(x\frac{dx}{ds} + y\frac{dy}{ds}\right) = \int_0^1 \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \iint_{S_{t'}} \frac{\cos(d, n)}{r} d\sigma . \quad (3)$$

Soit

$$a = a(u', v', t') , \qquad b = b(u', v', t') , \qquad c = c(u', v', t')$$

et

$$x = x(u, v, t) , \qquad y = y(u, v, t) , \qquad z = z(u, v, t)$$

la représentation paramétrique des surfaces $S_{t'}$ et S_t. Il faudra que l'équation (3) soit satisfaite quels que soient la valeur de t et les différentielles du et dv. De sorte que cette équation (3) donne lieu à deux équations de la forme

$$F(t, u, v) = \int_0^1\int_0^1\int_0^1 H(t')\Phi(t, u, v, t', u', v')\, dt'\, du'\, dv' .$$

c'est là une équation fonctionnelle du type de Fredholm. En supposant la répartition géométrique S_t donnée, H qui représente la dérivée de la densité sera seule fonction inconnue et l'équation précédente est bien une équation de Fredholm de première espèce. Si les surfaces S_t sont de révolution, nous n'aurons qu'une équation à satisfaire: celle qui correspond à un déplacement suivant un méridien.

La théorie des équations intégrales laisse prévoir qu'il n'y a que certaines répartitions géométriques qui seront susceptibles de provoquer un mouvement d'ensemble quand encore on les aura chargées convenablement.

Nous reviendrons plus tard ici ou ailleurs sur le cas ou ω serait variable, cas du Soleil, de Jupiter et de Saturne.

W.-H. Schopfer. — *Recherches sur le comportement de Cysticercus tenuicollis dans les sérums normaux et dilués.*

Les expériences dans lesquelles nous avons précédemment étudié le comportement de *Cyst. ten.* à l'aide de solutions de NaCl, doivent être suivies par des expériences faites dans le sérum, puisque c'est aux dépens de ce dernier que l'animal — sans être cependant en contact direct avec lui — forme son liquide et puise ses éléments constitutifs.

Le milieu utilisé dans les expériences dont nous donnons ici les principaux résultats est le sérum de cheval. Le sang de cheval est recueilli aseptiquement; après repos nous recueillons un sérum jaune citrin dont la concentration $\Delta = -0°,56$. Ce milieu constitue un excellent milieu d'étude, le cysticerque s'y contracte fortement et reste vivant beaucoup plus longtemps que dans une solution de NaCl isotonique, surtout si l'on prend la précaution de changer de temps à autre le sérum.

Ce sérum est dilué progressivement et de cette façon nous obtenons des milieux dont les concentrations sont respectivement:

1	2	3	4	5
$\Delta = -1°,60$ sérum + NaCl	$-0°,56$ sérum normal	$-0°,37$	$-0°,11$	$-0°,07$