Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 9 (1927)

Artikel: Application de la loi de Gauss aux durées des colorations crépusculaires

Autor: Barreca, P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740881

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

APPLICATION DE LA LOI DE GAUSS

AUX

DURÉES DES COLORATIONS CRÉPUSCULAIRES

PAR

P. BARRECA

(Avec 2 fig.)

SOMMAIRE: *Les durées des couleurs des nuages observées au lever et au coucher du soleil se groupent autour de leurs valeurs moyennes en suivant la loi de Gauss (à une certaine restriction près), quoiqu'il ne s'agisse pas d'erreurs accidentelles, mais d'événements naturels.*

1. Nous avons montré précédemment [1] que les couleurs des nuages au lever et au coucher du soleil sont dues à des rayons lumineux, colorés, invisibles, sur le trajet desquels s'interposent les nuages. Quelquefois, ces rayons peuvent aussi donner leurs couleurs aux rochers, aux bâtiments, etc. Ils sont étalés en un étroit éventail apparemment tournant, formant deux spectres de diffraction d'ordre différent, d'une longueur d'environ mille kilomètres et d'une hauteur de quelques kilomètres.

Autour de la terre, les deux spectres sont façonnés en deux anneaux colorés, qui sont invisibles s'il n'y a pas de nuages, de poussières ou d'autres objets jouant le rôle d'écrans. Les anneaux se trouvent à l'endroit où l'ombre est séparée de la partie éclairée. Les nuages, en tournant avec le globe et l'observateur, coupent successivement les deux spectres annulaires

[1] P. BARRECA, Osservazioni qualitative di nubi colorate nei vesperi ed aurore, *Nuovo cimento*. 1926, p. 153.

immobiles (deux fois par jour dans nos latitudes) en prenant les teintes consécutives toujours dans un même ordre de succession, lequel, le matin, est opposé à l'ordre du soir.

Le jeu des perspectives et d'autres faits nous empêchent d'apercevoir sur les nuages, qui sont distribués sans aucune régularité, on pourrait dire au hasard, des colorations en stratification explicite et bien rangée. Généralement on n'aperçoit que peu de couleurs, car les colorations qui apparaissent soit au début du crépuscule du soir soit à la fin du crépuscule du matin sont toujours étouffées par la lumière du jour trop vive. Quant aux couleurs qui se produisent en dernier lieu le soir ou en premier lieu le matin, elles sont toujours trop faibles pour être nettement perçues. De plus, les nuages verts sont très rares et les nuages bleus sont peu visibles. Enfin, en regardant le soir ou le matin, dans une direction horizontale, vers l'est ou vers l'ouest, on peut voir, lorsqu'il y a des poussières à l'horizon ou de légers brouillards, donc presque toujours, les belles couleurs du ciel, qui sont un mélange des effets desdits rayons invisibles; car le rayon visuel coupe alors plusieurs des lames de l'éventail, qui est presque horizontal.

L'origine des deux spectres, d'ordre différent et dont le rouge est tourné vers le bas, doit être attribuée, grâce aux caractères mentionnés et à d'autres, à la diffraction.

2. La durée moyenne de l'apparition de chaque couleur, observée sur des nuages choisis au hasard, est proportionnelle à la longueur l'onde [1] et à un nombre caractérisant l'ordre du spectre, si on prend la moyenne de beaucoup d'observations. Nous avons démontré ce fait en appliquant aux observations la méthode des moindres carrés [1], ce qui repose sur la supposition que les écarts entre la loi et chaque durée particulière suivent la loi de Gauss des erreurs accidentelles. Mais il n'était pas indispensable de calculer de pareille façon et avec des méthodes plus grossières on aurait évidemment retrouvé la même loi d'observation en prenant seulement des moyennes approchées.

[1] P. Barreca, Osservazioni quantitative di nubi colorate, *Nuovo cimento*, 1926, p. 281.

Dans notre mémoire actuel, nous montrerons que la loi de Gauss se vérifie réellement avec la restriction habituelle que la grandeur des erreurs ne dépasse jamais une certaine valeur. Nous nous proposons d'ailleurs non seulement de montrer que le raisonnement du mémoire précédent ne manquait pas de rigueur mais de prouver que les valeurs des durées (assez variables comme elles le sont dans la nature) suivent une loi naturelle simple, laquelle leur assigne effectivement leur probabilité en fonction de la grandeur de l'écart d'une valeur déterminée.

3. Nous ferons usage des nombres obtenus dans les observations de 1925 et contenus dans le premier tablau, page 286, du *Nuovo cimento* cité, en retranchant de chaque durée observée la valeur moyenne T de la durée de cette coloration. La durée moyenne T se trouve dans le tableau 3 (valeur calculée) du même mémoire où sa valeur a été calculée à l'aide de la méthode des moindres carrés et de la loi de proportionnalité qu'on voulait vérifier [1]. Cette différence, divisée par T, donne les écarts relatifs apparents des 84 observations, qu'il ne faut pas considérer comme des erreurs. Nous avons dressé un tableau des écarts relatifs, que nous ne reproduisons pas, pour plus de concision. Le plus grand écart relatif négatif était en valeur absolue inférieur à 0,5 et le plus grand écart positif était inférieur à 1,2. En divisant cette étendue en intervalles (ou classes), de la grandeur de 0,1 chacune, on a pu faire la statistique des écarts selon leur classe de grandeur. Nous nous occuperons en premier lieu de cette statistique: il y a 34 écarts relatifs positifs et 50 négatifs.

En même temps, on peut constater qu'il y a des écarts positifs particulièrement grands dans deux observations: une coloration de nuage violette du deuxième ordre dont la durée

[1] J'ai contrôlé récemment les calculs que j'avais faits à cette occasion et je les ai reconnus exacts en général, mais j'ai constaté une petite erreur dans la valeur de la durée calculée du violet de deuxième ordre, qui doit être de 12,8 minutes au lieu de 12,7. En portant cette correction dans le tableau en question et dans la planche du premier mémoire, il faut, dans le même tableau et dans la colonne correspondante, corriger aussi l'écart qui sera de —9,2% au lieu de —9,9%.

avait été de 24 minutes au lieu de 12,8 (selon la formule) et une coloration jaune du premier ordre qui avait duré 20 minutes au lieu de 9,1.

Ces deux écarts positifs très grands ont produit l'excédent du nombre des écarts négatifs plus petits. En effet, si les observations s'étaient rapportées toutes à une même couleur, on aurait pu simplement les porter comme des abscisses le long d'une droite. Dans ce cas, l'emploi de la méthode des moindres carrés aurait été équivalent à la recherche du point de la droite par rapport auquel le moment d'inertie des autres points est minimum, c'est-à-dire du centre de gravité des points. Mentionnons aussi que les plus petits écarts sont en même temps les plus nombreux, et, pour cette raison, il suffirait de changer de deux ou de trois pour cent les valeurs des constantes (C et K) de la loi trouvée, pour obtenir des changements des durées théoriques de cinq ou de six pour cent. On atteindrait ainsi le résultat que sept des écarts négatifs (les plus petits) devinssent positifs, ce qui revient à dire que l'excédent des écarts négatifs, au lieu d'être de seize, serait à peine de deux [1]. Comme nous avons évalué [2] à environ 15 % l'exactitude des valeurs trouvées pour les deux constantes C et K, une telle supposition est parfaitement admissible.

4. On peut donc admettre qu'avec un très grand nombre d'observations, on n'aurait plus cette asymétrie des écarts positifs et négatifs. Cependant, nous nous proposons d'utiliser tels quels les résultats numériques des observations déjà élaborées, pour tâcher de faire ensuite d'autres recherches sur le même phénomène.

Pour supprimer l'asymétrie due au hasard, on peut additionner les nombres des écarts positifs et les nombres des écarts négatifs lorsqu'ils sont d'une même classe de grandeur. On régularisera ainsi les résultats, puisque cela revient à prendre la

[1] Il ne serait pas indiqué de ne faire aucun usage des deux observations présentant un très grand écart positif, qui sont la cause de l'asymétrie, car on ne doit pas abandonner une observation si l'on n'a aucune raison de la supposer erronnée.

[2] *Loc. cit.*

moyenne entre l'ordonnée de gauche et l'ordonnée de droite de la courbe des écarts ayant pour abscisse la grandeur de chaque classe. De plus, les 84 observations sont ainsi mieux utilisées, car elles ne servent maintenant qu'à déterminer l'une des moitiés de la courbe. Nous obtiendrons ainsi un plus grand nombre de points comblant les lacunes de la courbe là où manquent des écarts d'un signe ou de l'autre. En procédant ainsi, on ne risque pas d'éliminer des perturbations asymétriques inhérentes à la nature du phénomène, puisque nous avons déjà trouvé la raison de l'asymétrie. D'ailleurs, à supposer même qu'on élimine une perturbation cela ne rendrait que plus manifeste la partie essentielle du phénomène.

Nombres des écarts relatifs apparents.

Classe de grandeurs des écarts de	à	Ecarts négatifs	Ecarts positifs	Nombre total des écarts N	log. nep. N	Moyennes des nombres des deux premières colonnes x	x^2
0	0,1	14	11	25	3,219	0,05	0,002
0,1	0,2	17	5	22	3,091	0,15	0,022
0,2	0,3	2	3	5	1,609	0,25	0,062
0,3	0,4	10	5	15	2,708	0,35	0,122
0,4	0,5	7	2	9	2,197	0,45	0,202
0,5	0,6	—	4	4	1,386	0,55	0,302
0,6	0,7	—	2	2	0,693	0,65	0,422
0,7	0,8	—	—	—	—	—	—
0,8	0,9	—	1	1	0	0,85	0,722
0,9	1,0	—	—	—	—	—	—
1,0	1,1	—	—	—	—	—	—
1,1	1,2	—	1	1	0	1,15	1,322

5. Nous pouvons maintenant tracer le diagramme qui donne le nombre des écarts relatifs en fonction de leur grandeur. Selon la loi de Gauss, la fonction de répartition des écarts est pour un nombre de 2×84 observations:

$$\varphi(x) = 168 \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} . \qquad (1)$$

$\varphi(x)\,dx$ signifie la probabilité que, dans une au moins des observations données, il y ait un écart compris entre x et $x+dx$.

Il est d'usage d'appeler la constante h, lorsqu'il s'agit des erreurs accidentelles, l'index de la précision de la suite des mesures; dans le cas actuel, elle est plutôt un index de la conformité de certains faits naturels et variables, si on les compare entre eux et avec leurs moyennes statistiques. En fait, en posant $x=0$, l'équation (1) donne:

$$\varphi(0) = 168 \frac{h}{\sqrt{\pi}} .$$

Cela signifie que la probabilité d'un écart compris entre 0 et $0+dx$, ce qui revient à dire la probabilité d'un écart nul, est proportionnelle à h.

De (1) on déduit:

$$\log \varphi(x) = \text{constante} - h^2 x^2 .$$

Prenons pour ordonnées de notre diagramme les logarithmes des nombres N des écarts rentrant dans une classe donnée et

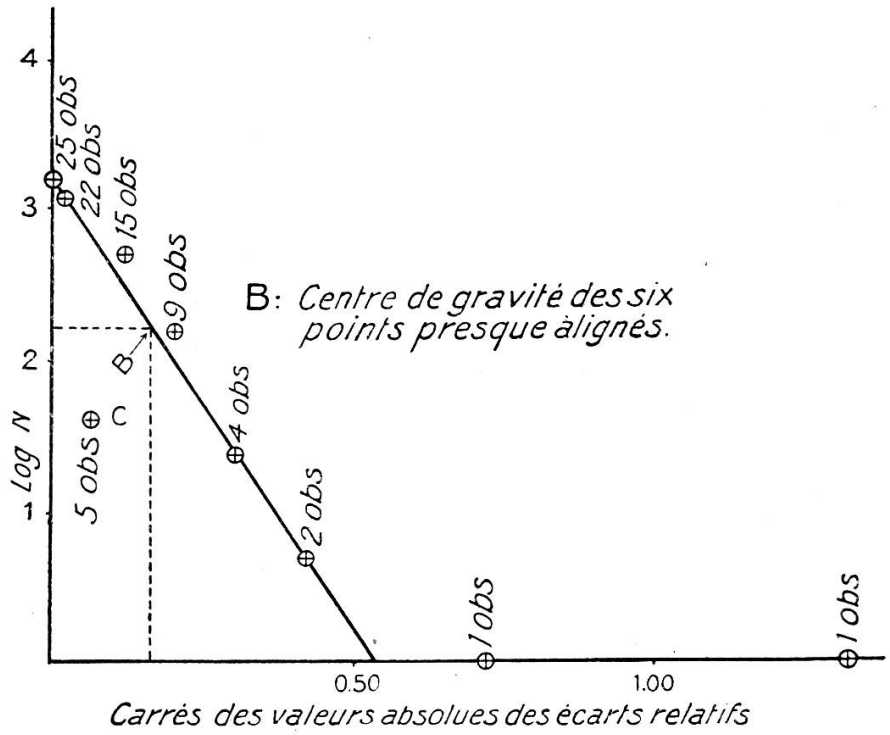

Fig. 1.

pour abscisses les carrés (x^2) des écarts moyens de chaque classe; nous devons obtenir une ligne droite. C'est ce qui se

vérifie en effet, voir fig. 1. Les valeurs numériques des coordonnées se trouvent dans le tableau ci-dessus et, pour les représenter par des longueurs, on a fait usage de deux échelles choisies de telle façon que la droite sur laquelle se placent les points ne soit ni trop, ni trop peu inclinée et donne la plus grande précision possible.

En regardant la figure 1, on voit que tous les points donnés par les observations sont alignés sur une droite, sauf trois. Le premier de ces trois points, C, correspondant à cinq écarts, se place peut-être tellement loin de la ligne droite seulement par hasard, puisque le nombre d'observations est faible. En effet, la loi attendue ne peut nous assigner qu'une probabilité. La prévision a quelque valeur seulement lorsqu'on multiplie les occasions qu'elle a de se vérifier. Les deux autres points sont uniquement en apparence tellement éloignés de la loi attendue et leur écart est dû au choix particulier des coordonnées. En effet, ce choix simplifie le tracé du diagramme, mais a le désavantage d'envoyer du côté des ordonnées infinies et négatives des points qui, dans la représentation graphique habituelle de la loi de Gauss, seraient très voisins de l'axe des abscisses et pour cela même très voisins de certaines portions latérales de la courbe théorique. Pour cette raison, de petites erreurs commises sur la valeur de l'ordonnée produisent des déformations excessives en certains endroits du diagramme.

Pour montrer que les deux points en question ne sont pas très éloignés de la courbe habituelle représentant la loi de Gauss, il suffit de tracer aussi cette seconde courbe. On y parvient très simplement à partir du premier diagramme (fig. 1), à l'aide d'un procédé qui a l'avantage d'être très commode, par simple transformation de la ligne droite déjà obtenue, et sans avoir besoin d'évaluer préalablement le paramètre h (voir fig. 2 p. 314). La transformation elle-même s'obtient par un procédé graphique et numérique [1].

[1] Le procédé graphique utilisé pour transformer le diagramme de la figure 1 en celui de la figure 2 n'a qu'une importance restreinte. Toutefois, il est peut-être utile de dire qu'en procédant avec ces abaques, on arrive plus promptement et avec moins de fatigue au but voulu. Nous avons utilisé le procédé suivant, fournissant les

On peut encore faire la remarque suivante : pour être en bonne position sur la droite du diagramme de la figure 1, les deux points devraient être situés au-dessous de l'axe des

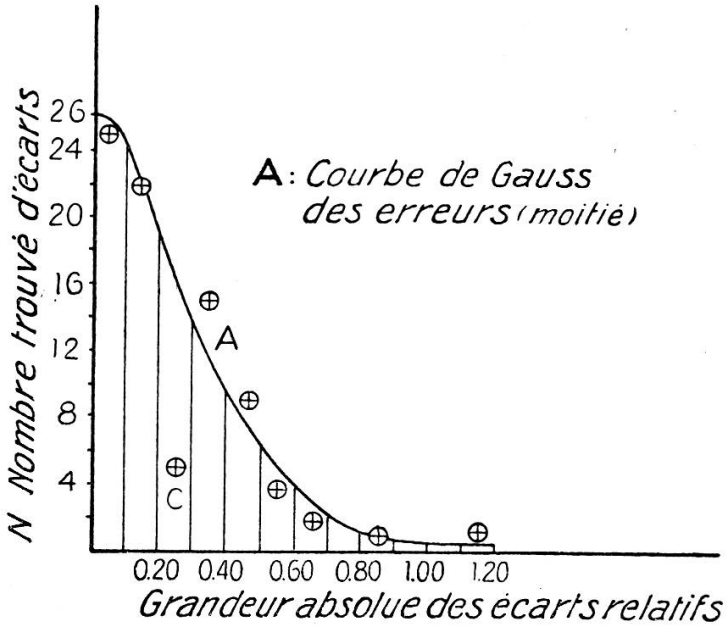

Fig. 2.

deux diagrammes à la fois : nous avons tracé d'abord le diagramme curviligne dans l'un des angles de la feuille de papier, puis en-dessous nous avons construit une parabole (à l'aide des tables usuelles des carrés des nombres) pour pouvoir passer promptement des abscisses x aux abscisses x^2. A droite de la première courbe, on construit par points une courbe logarithmique (en s'aidant des tables) permettant de transformer promptement les ordonnées de la courbe de Gauss en ordonnées logarithmiques. Ceci fait, on obtient au moyen de simples projections horizontales et verticales, dans l'angle opposé de la feuille, le diagramme rectiligne. De ce dernier, au moyen d'autres projections verticales et horizontales, on peut revenir au diagramme curviligne.

Si on effectue ces constructions sur du papier millimétré, les opérations nécessaires s'exécutent très rapidement et les fautes, qui se manifestent par une irrégularité locale des courbes, s'aperçoivent immédiatement.

Les échelles peuvent être choisies à loisir, sauf des deux côtés d'une même portion des deux axes qui divisent la feuille en quatre parties. Le dessin original était beaucoup plus grand que les figures reproduites ici.

abcisses, c'est-à-dire qu'ils devraient avoir pour ordonnées des logarithmes négatifs. La probabilité de ces observations est en effet une petite fraction, mais en réalité le nombre des observations peut seulement être 0 ou 1. Il ne doit, par suite pas exister d'écart de grandeur excessive, ou bien, s'il en existe un, l'ordonnée correspondante sera 0, d'où le manque d'alignement.

Il est donc légitime d'énoncer la conclusion suivante :

Les écarts entre les durées effectives des colorations des nuages au lever et au coucher du soleil et les durées calculées d'après la formule précédemment démontrée, suivent la loi des erreurs accidentelles. De même que dans le cas des erreurs accidentelles, il se vérifie ici que des écarts dépassant une certaine grandeur ne se présentent pas du tout, comme d'ailleurs on pouvait s'y attendre. Pour interpréter cette constatation, on pourrait faire plusieurs hypothèses, mais l'explication des faits ne rentre pas dans le cadre du présent mémoire dont le but était uniquement l'établissement de la loi des écarts. Notons encore que *si la loi n'est pas, en toute rigueur, celle de Gauss, elle présente tout au moins le même caractère que la loi des erreurs accidentelles.*

Reggio de Calabre (Italie), septembre 1927.