Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 11 (1929)

Artikel: Complément à la théorie des figures planétaires
Autor: Wavre, R.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741042

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

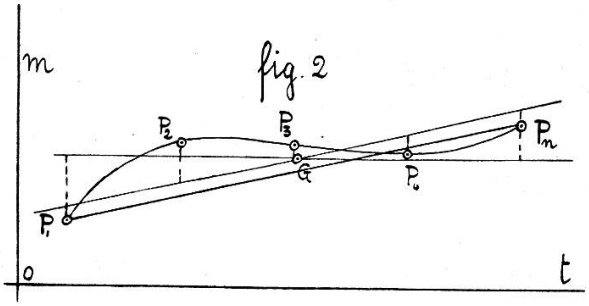
Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

peut amener une valeur de η' négative. La figure (2) donne un exemple:



Cellérier a trouvé de telles courbes, avec des spiraux de palladium et même des spiraux d'acier, lors des concours spéciaux de compensation de 1883 et 1885.

De toute façon, la différence η' donnera une *représentation* de l'erreur dite secondaire (ou résiduelle).

Remarquons, pour terminer, qu'en fait, et toujours, c'est l'erreur *totale* que l'on constate et dont on mesure l'effet ; la répartition de cette erreur totale en partie primaire et en partie secondaire est toujours entachée d'arbitraire.

R. Wavre. — *Complément à la théorie des figures planétaires.*

Dans quelques notes antérieures nous avons fait connaître une méthode rigoureuse et très brève pour l'étude des figures planétaires. Tendons maintenant vers les applications et pour cela donnons à nos équations une forme directement utilisable en géodésie en faisant ressortir les quantités qui sont physiquement mesurables. Puis dans une prochaine note nous chercherons à rejoindre le cas de la terre.

Soient, comme précédemment, ω la vitesse angulaire, i la constante de l'attraction universelle, t le rayon polaire d'une couche de densité $\rho(t)$ et à l'extérieur de l'astre le rayon polaire d'une surface équipotentielle du champ de la pesanteur. Soient θ le complément de la latitude géocentrique d'un point P de la surface t, ε la différence entre le rayon vecteur de P et t, e cette différence rapportée à t, M la masse totale, D la densité moyenne de la matière intérieure à la surface t, a l'aplatissement des

couches en première approximation, A et C les moments d'inertie de l'astre par rapport à un diamètre équatorial et à l'axe polaire. Enfin, un accent (') représentera une dérivée par rapport à t et l'indice (1) affectera ce qui a trait à la surface libre t_1.

Pour simplifier un peu les notations, nous poserons

$$\lambda = \frac{1}{2iM}, \qquad \Lambda = \lambda\omega^2 t_1^3, \qquad \tau = \frac{t}{t_1} \tag{1}$$

et les deux constantes k et k_2 introduites précédemment seront remplacées par les constantes u et v

$$k = -\frac{1}{3}ut_1^5, \qquad k_2 = \frac{2}{5}vt_1^{10}. \tag{2}$$

La constante k est liée aux moments d'inertie par la relation

$$i(C - A) = -k\omega^2. \tag{3}$$

La constante k_1 était additive et peut être incorporée à k.

Ceci étant la déformation, e peut s'écrire sous la forme suivante:

$$e = m(\tau)\sin^2\theta - n(\tau)\sin^2\theta\cos^2\theta. \tag{4}$$

Les fonctions m et n sont les suivantes à l'extérieur de l'astre:

$$m(\tau) = \Lambda(\tau^3 + u\tau^{-2}) + \Lambda^2(3\tau^6 + 3u\tau - \frac{2}{7}u^2\tau^{-4} + v\tau^{-4}) \tag{5}$$

$$n(\tau) = \Lambda^2(3\tau^6 + u\tau - 7v\tau^{-4}). \tag{6}$$

La déformation e reste de la forme générale

$$e = (\omega^2 x^{(1)} + \omega^4 x^{(2)})\sin^2\theta - \omega^4 x^{(3)}\sin^2\theta\cos^2\theta, \tag{7}$$

et l'on n'a pas le droit de poser $x^{(2)} = 0$, pas même sur la surface libre. On verra, dans notre prochaine note, quelle transformation cette remarque apporte à certains résultats d'autres auteurs. Sur la surface libre $\tau = 1$, les formules (5) et (6) deviennent

$$m_1 = \Lambda(1 + u) + \Lambda^2\left(3 + 3u - \frac{2}{7}u^2 + v\right) \tag{8}$$

$$n_1 = \Lambda^2(3 + u - 7v). \tag{9}$$

m_1 est l'aplatissement de l'ellipsoïde s ayant mêmes axes polaire et équatorial que la surface libre S de la planète.

La pesanteur g sur la surface libre rapportée à sa valeur g_0 au pôle s'écrit en fonction de la latitude

$$\frac{g}{g_0} = 1 - \Lambda\left[4 - u + \Lambda\left(5 + 14u - \frac{1}{7}w\right)\right]\sin^2\theta + \Lambda^2(7 + 14u + w)\sin^2\theta\cos^2\theta \qquad (10)$$

où w est une constante liée à u et v par l'équation

$$w = u^2 + 21v\ .$$

La constante u est liée aux moments d'inertie. Elle peut s'exprimer au moyen de la constante

$$J = \frac{C - A}{C} \qquad (11)$$

dont la valeur se calcule par la théorie de la précession. On trouve en effet la formule suivante remarquablement simple pour la seconde approximation

$$\frac{J}{\Lambda}(1 + 4J) \geqq \frac{u}{1 - \frac{2}{5}\frac{1}{\psi}\sqrt{\frac{4 - u}{1 + u}}} \geqq \frac{J}{\Lambda}(1 + 4J - 5\Lambda)\ , \qquad (12)$$

dans laquelle ψ est un nombre qui ne diffère de l'unité, dans le cas de la Terre, que d'un millième au plus.

En première approximation les parenthèses se réduisent à l'unité.

Théoriquement la constante u est comprise entre 0 à $\frac{3}{2}$, il s'agit de savoir par quoi la seconde constante v est elle-même limitée. Pour cela mettons en évidence la différence de la déformation e suivant que l'on considère la surface S ou l'ellipsoïde de comparaison s. Cette différence nulle à l'équateur et au pôle est

$$\omega^4 E(\tau)\sin^2\theta\cos^2\theta \qquad (13)$$

où $E(\tau)$ doit satisfaire à l'équation suivante

$$\tau^{-3}\frac{d(E\tau^4)}{d\tau} = 3\frac{\tau^2}{D}\int_\tau^1 \rho\, d(E\tau^{-2}) + \tau a'(2a + \tau a')\ . \qquad (14)$$

On aperçoit en approfondissant la critique de Clairaut relative à la première approximation que $\tau a'$ décroît constamment de la surface au centre et alors, une analyse assez délicate montre que l'on a

$$E_1 \geqq 0 \qquad E_1' \geqq 0 \,. \tag{15}$$

En seconde approximation la surface libre est un ellipsoïde déprimé et cette dépression diminue quand on entre dans l'astre. Cette propriété vraie pour tout astre est indépendante de toute loi de densité. Callandreau avait déjà signalé cette dépression par une autre méthode.

A l'extérieur de l'astre $\tau > 1$ on a $\rho = 0$ et l'intégrale de la formule (14) disparaît, on peut résoudre en τ, et l'on trouve:

$$2E\frac{\omega^4}{\Lambda^2} = 3\tau^6 - 4u\tau - 3u\tau^{-4} - 14v\tau^{-4} \,. \tag{16}$$

L'on déduit alors des inégalités (15) les suivantes:

$$-\frac{9}{28} + \frac{1}{14}u - \frac{3}{14}u^2 \leqq v \leqq \frac{3}{14} - \frac{2}{7}u - \frac{3}{14}u^2 \tag{17}$$

$$-\frac{27}{4} + \frac{3}{2}u - \frac{7}{2}u^2 \leqq w \leqq \frac{9}{2} - 6u - \frac{7}{2}u^2 \,. \tag{18}$$

Les constantes v et w n'interviennent que multipliées par la quantité très petite ω^4, ces relations seront très utiles. Nous appliquerons ces relations (8), (10), (12), (17), (18) au cas de la Terre très prochainement.

E. Cherbuliez et S. Ansbacher. — *Sur la présence physiologique de cuivre dans certains organes chez les animaux supérieurs.*

Au cours de recherches sur la chimiothérapie antituberculeuse par des dérivés cupriques, nous avons été amenés à examiner la présence éventuelle du cuivre dans certains organes (poumons, cœur, reins, rate, foie) chez l'homme et notre animal d'expérience, le cobaye.

Nos analyses, quoique ayant porté sur un nombre encore limité de matériaux, ont donné déjà des résultats très nets, qui valent la peine d'être signalés.