Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 14 (1932)

Artikel: Sondages aérologiques et vent au gradient en Suisse [suite]
Autor: Berger Pierre
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740779

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SONDAGES AÉROLOGIQUES

ET

VENT AU GRADIENT EN SUISSE[1]

PAR

Pierre BERGER

(Avec 54 figures.)

(suite)

---

3. — Formules empiriques.

En général les formules mentionnées aux pages suivantes furent établies antérieurement aux études dont il vient d'être parlé. Elles sont toutes basées sur les mêmes hypothèses, à savoir:

1° La turbulence ne joue aucun rôle;
2° Le nombre de Reynolds ne joue aucun rôle;
3° La couleur du ballon ne joue aucun rôle;
4° La nature du ballon ne joue aucun rôle;
5° Il n'y a pas de courants verticaux dans l'atmosphère;
6° Il n'y a pas de force électrique;
7° La masse du ballon-pilote est constante;
8° La force ascensionnelle totale et la tare sont suffisantes pour permettre de calculer la vitesse ascensionnelle.
9° Le ballon est et reste parfaitement sphérique, etc.

[1] Etude faite sous la direction de M. le Prof. G. Tiercy, directeur de l'Observatoire de Genève.

BIBLIOTHÈQUE DE L'UNIVERSITÉ NEUCHÂTEL

Renonçant, à cause des difficultés, à calculer avec précision la vitesse ascensionnelle des ballons-pilotes, divers savants ont établi des formules empiriques. Les résultats obtenus sont plus ou moins satisfaisants. Il est inutile de rappeler comment chacun de ces météorologistes est arrivé à établir la formule qui porte son nom, mais il est cependant intéressant de donner deux exemples.

Expression de la vitesse ascensionnelle d'après Hergesell.

Par hypothèse, le ballon est sphérique.

Le diamètre d du ballon peut se calculer à l'aide de la force ascensionnelle disponible F_{ad} et de la tare P.

$$F_{at} = F_{ad} + P, \text{ en gr.}$$

$$(F_{at} = \text{force ascensionnelle totale}) .$$

Si nous désignons par σ_{H_2} le poids spécifique de l'hydrogène, supposé non comprimé à l'intérieur du ballon, et par σ le poids spécifique de l'air, le volume v peut se calculer à l'aide de la relation:

$$\frac{F_{at}}{\sigma - \sigma_{H_2}} = \frac{F_{at}}{\sigma'} = v = {}^4/_3 \frac{\pi d^3}{8} ,$$

$$\sigma' = \sigma - \sigma_{H_2} ,$$

d'où:

$$d = 1{,}24 \sqrt[3]{\frac{F_{at}}{\sigma'}} .$$

Posons l'équation classique:

$$\psi \frac{\sigma}{\rho} . V^2 . S = \frac{\pi}{4} . \frac{\sigma}{g} . \psi . V^2 . d^2 = F_{ad} .$$

Cette dernière équation peut s'écrire en tenant compte de la précédente:

$$V = \frac{2\sqrt{g . F_{ad}}}{d . \sqrt{\pi . \psi . \sigma}} = \frac{2 . \sqrt{g . F_{ad}} . \sqrt[3]{\sigma'}}{1{,}24 . \sqrt{\pi . \psi . \sigma} \sqrt[3]{F_{at}}}$$

$$= 0{,}91 . \sqrt{\frac{F_{ad} \cdot g}{\psi . \sigma}} \sqrt[3]{\frac{\sigma'}{F_{at}}} .$$

Cette expression de V peut être encore simplifiée, comme on le verra plus loin; mais il convient de signaler que les erreurs commises deviennent trop importantes si des valeurs constantes sont attribuées à ψ, σ, σ' et g comme c'est le cas si V ne doit dépendre que de F_{ad} et F_{at}.

Vitesse ascensionnelle d'après Dines.

1° Force ascensionnelle unitaire: $F = g\,(\rho - \rho_{H_2})$.

F pour un mètre cube d'hydrogène est égale à 1,10 kg.
F pour un mètre cube de gaz d'éclairage est égale à 0,7 kg.
ρ = 1,29284 kg masse par mètre cube (air).
ρ_{H_2} = 0,08987 kg masse par mètre cube (hydrogène).
(conditions normales).

2° Force ascensionnelle totale:

$$F_{at} = vg\,.\,(\rho - \rho_{H_2}) = \frac{4\pi}{3}\,.\,r^3\,.\,g\,.\left(\frac{\rho}{\rho_{H_2}} - 1\right)\rho_{H_2}\,.$$

En remplaçant ρ et ρ_{H_2} par leur valeur en fonction de la pression et de la température absolue, tirée de l'équation caractéristique des gaz, il est possible de discuter des variations de la force ascensionnelle.

Si la pression et la température de l'hydrogène du ballon sont identiques à la pression et à la température de l'air ambiant, le rapport $\frac{\rho}{\rho_{H_2}}$ est constant, d'où:

$$F_{at} = A\,.\,\rho_{H_2}\,.\,r^3\,;$$

$$A = \text{constante} = \frac{4}{3}\,\pi\,.\,g\left(\frac{\rho}{\rho_{H_2}} - 1\right).$$

En réalité l'hypothèse $\frac{\rho}{\rho_{H_2}}$ = constante n'est pas exactement réalisée.

La force ascensionnelle disponible est:

$$F_{ad} = F_{at} - P = A\rho_{H_2}\,.\,r^3 - P\,.$$

La force acsensionnelle disponible F_{ad} contrebalance à chaque instant la résistance de l'air, F_r, qui est proportionnelle à V^2, à r^2 et à ρ ; on a donc:

$$F_r = K \cdot \rho \, (V \cdot r)^2 = F_{ad} \cdot$$

$$K = \text{constante} = \pi \cdot \psi \, .$$

En éliminant r entre:

$$F_{at} = A \cdot \rho_{H_2} \cdot r^3 \qquad \text{et} \qquad F_{ad} = K \cdot \rho \cdot (V \cdot r)^2 \, ,$$

nous aurons:

$$V = \Sigma \cdot \frac{F_{ad}^{1/2}}{(F_{ad} + P)^{1/3}} \; ; \; \Sigma = \frac{A^{1/3}}{K^{1/2}} \cdot \left(\frac{\rho_{H_2}^2}{\rho^3}\right)^{1/6} .$$

La vitesse ascensionnelle n'est donc pas constante, elle croît avec l'altitude.

Les formules empiriques utilisées dans la pratique.

Les différentes équations classiques, pratiquement employées pour calculer la vitesse ascensionnelle (V) en fonction de la force ascensionnelle disponible F_{ad} et de la tare P du ballon, sont:

a) Hergesell:

$$V = \frac{F_{ad}}{(F_{ad} + P) - 0{,}8\,(F_{ad} + P)^{4/3}} \; ;$$

b) Dines:

$$V = 81 \cdot \frac{F_{ad}^{1/2}}{(F_{ad} + P)^{1/3}} \; ;$$

c) Rouch:

$$V = 42 \cdot \frac{F_{ad}}{(F_{ad} + P)^{2/3}} \; ;$$

d) Angleterre:

$$V = 84 \cdot \frac{F_{ad} + P}{F_{ad}} \; ;$$

e) Etats-Unis:

$$V = 72 \cdot \left[\frac{F_{ad}}{(F_{ad} + P)^{1/3}} \right]^{5/8} .$$

f) Hesselberg:

$$V = a \cdot \frac{\sqrt{F_{ad}}}{d \cdot \sqrt{\sigma}} ,$$

a = coefficient ,

d = diamètre du ballon ,

σ = poids spécifique de l'air .

L'exemple, souvent cité, d'un ballon pesant 103 gr et doté d'une force ascensionnelle de 188 gr, peut être rappelé; sa vitesse ascensionnelle d'après les différents auteurs est:

Hergesell	192 mètres/minute.
Hesselberg-Birkeland	177 mètres/minute.
Rouch	179 mètres/minute.
Dines	168 mètres/minute.
Peppler (à l'aide de 73 doubles visées)	201 mètres/minute.
Différence maximale	33 mètres/minute.

Différence maximale en %: $\frac{33}{201} \cdot 100 = 16{,}4\%$.

Différence maximale en % de la vitesse la plus faible:

$$\frac{33}{168} \cdot 100 = 19{,}6\ \% .$$

Les courbes de la fig. 19 illustrent la divergence des résultats obtenus.

D'après ces chiffres, au bout de 30 minutes, le ballon-pilote serait à:

6030 mètres au-dessus de son point de départ d'après Peppler,

5040 mètres au-dessus de son point de départ d'après Dines.

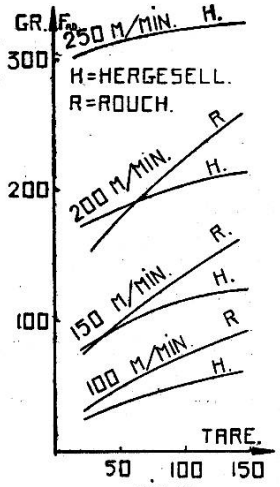


FIG. 19.

En admettant les hypothèses arbitraires que les doubles visées de Peppler donnent des résultats exacts et que la formule de Dines est la moins précise de celles énon-

cées, l'altitude du ballon serait connue, par la seconde formule, tout au plus à:

$$\frac{990}{6030} \cdot 100 = 16{,}5\% \text{ près, par défaut.}$$

Dans le cas particulier, où le vent conserve sa direction et sa force (par exemple SW 20 m/sec entre 4500 et 6500 mètres), à la trentième minute, le vent, calculé d'après l'altitude donnée par la formules de Dines, est égal au vent réel (fig. 20 A).

Dans tous les autres cas, le vent calculé à l'aide d'une altitude fictive, différente de l'altitude réelle du ballon-pilote, est entaché d'une erreur.

Supposons que le vent conserve la même direction (du SW) mais qu'il diminue linéairement de 4540 mètres (30 m/sec) à 6530 mètres (14 m/sec). D'après les doubles visées, nous aurions à la trentième minute, altitude réelle 6030 mètres; vent du SW, 18 m/sec. D'après la formule Dines, nous aurions (altitude calculée 5040 m au lieu de 6030 m en réalité) vent d'W de: $\frac{18 \cdot 5{,}04}{6{,}03} = 15{,}2$ m/sec, tandis qu'à 5040 mètres, la vitesse du vent est en réalité de 26 m/sec (fig. 20 B). A 5040 mètres, l'erreur commise est donc de:

$$26 - 15{,}2 = 10{,}8 \text{ m/sec ou } 42\%, \text{ par défaut.}$$

Si le vent varie en force et direction en fonction de l'altitude, l'erreur de la mesure de sa vitesse (due à une fausse connaissance de l'altitude) peut être supérieure à 100%.

Prenons le cas théorique particulier suivant (fig.20 C):

à 5040 mètres, le vent réel est: E 36 km/h.
à 6030 mètres le vent réel est: W 72 km/h.

A la trentième minute, les observations de Peppler donneraient W 72 km/h à 6030 mètres, tandis que d'après Dines nous aurions à 5040 mètres: 60 km/h; en réalité le vent serait: E 36 km/h, à cette même altitude.

Dans ce cas particulier, l'erreur commise sur la vitesse du vent à 5040 mètres serait de:

$$\frac{96}{36} \cdot 100 = 267\ \% .$$

Petit cercle, gros trait : position réelle du ballon.
Petit cercle, trait fin: position présumée du ballon calculée à l'aide d'une formule empirique.
Flèche, trait épais: vent réel.
» trait fin: vent calculé.
En abscisse: vitesse du vent en m/sec.

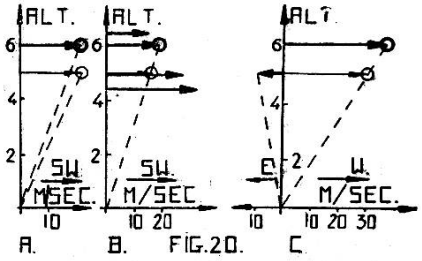


FIG. 20.

4. — Mouvement vertical théorique des ballons-pilotes.

Le mouvement vertical d'un ballon-pilote peut être assimilé à celui d'un point sollicité par différentes forces. L'équation générale du mouvement, parallèle à un axe des z, est:

$$M \frac{dV}{dt} = \Sigma F_z ,$$

$$M = \Sigma m = \text{masse totale} , \qquad \frac{dV}{dt} = \text{accélération} ,$$

ΣF_z = somme des projections sur l'axe des z des forces appliquées sur le ballon.

Ces forces sont:

a) Force dirigée de bas en haut: poussée statique provoquée par le volume v d'air déplacé.

Cette force a pour expression:

$$v \cdot \sigma = v \cdot \rho \cdot g ;$$

d'où:

$$\sigma = \rho \cdot g .$$

v = volume = $4/3 \cdot \pi r^3$,
ρ = masse spécifique de l'air,
g = accélération terrestre,
σ = poids spécifique de l'air.

b) Forces dirigées de haut en bas:

1° Poids de l'hydrogène: $v \cdot g \cdot \rho'_{H_2}$, $\rho'_{H_2}\, g = \sigma'_{H_2}$.

ρ'_{H_2} = masse spécifique de l'hydrogène comprimé;

2° Poids de l'enveloppe et des accessoires (ficelles, etc.): mg;

3° Résistance aérodynamique F_r;

4° Poids imprévus qui n'existent pas au départ (givre, verglas, pluie): $m'g$;

5° Forces électriques éventuelles: F_e;

6° Pertes d'hydrogène par diffusion.

L'équation peut donc s'écrire:

$$M \frac{dV}{dt} = v \cdot g \cdot \rho - v \cdot \rho'_{H_2} \cdot g - mg - F_r - m'g \pm F_e \cdot$$

Examinons séparément, au point de vue exclusivement théorique, chacun de ces termes.

I) M = *masse totale.*

Cette masse n'est pas nécessairement toujours constante. Tant que le temps est beau, qu'il ne pleut pas ou ne neige pas (en altitude ou au sol), qu'il n'y a pas de fortes inversions de température pouvant provoquer un dépôt de verglas ou de givre, M restera constant; mais ce n'est pas toujours le cas.

La neige alourdit le ballon-pilote. La grêle ralentit simplement la vitesse ascensionnelle, mais les erreurs qu'elle provoque sont insignifiantes, car le ballon éclatera tôt ou tard sous les chocs des grêlons.

La pluie alourdit le ballon et le bombardement des gouttes diminue encore sa vitesse ascensionnelle.

Les cylindres d'hydrogène comprimé à 125 atmosphères au maximum, sont généralement conservés dans des hangars, pas ou peu chauffés. En hiver, l'hydrogène comprimé est donc à basse température. La détente adiabatique de 125 atmosphères à une atmosphère entraîne un léger abaissement de température. Des mesures faites à Dubendorf donnent les résultats suivants:

6.VI.30 à 14.00 h.

Temp. locale	Temp. hydrogène après détente.
24,8° avant	24,2° C.
24,7° après	

La température du local fut constante pendant les quatre heures qui précédèrent l'expérience. Le gaz contenu dans le ballon est donc plus froid que l'air ambiant.

Si le ballon est à une température inférieure à 0 degrés, et qu'il traverse une couche d'air plus chaude et sursaturée, un dépôt de givre peut se former même si l'air est bien transparent.

La preuve de ces dépôts est fournie par les vols d'altitude, en particulier par ceux du regretté capitaine Bärtsch, le 19 novembre 1928. En certains endroits, le ciel n'était voilé que par quelques cirrus. La température minimum rencontrée fut d'environ — 50° C.; au retour, un dépôt de givre de 1 à 2 cm. recouvrait une partie de l'avion ainsi que les barographes.

En hiver, il est fréquent de voir des dépôts plus ou moins importants de verglas se former sur les avions. Ils ont même été cause de quelques graves accidents. Si la température du ballon est toujours inférieure à 0° et si une pluie fine tombe dessus, un dépôt de verglas peut se former. Si la visibilité est suffisante, les observations peuvent se poursuivre assez longtemps, même jusqu'au moment où le ballon disparaît dans les nuages; mais ce poids supplémentaire faussera l'interprétation des renseignements. La masse M n'est donc pas toujours constante au cours d'un sondage.

II) *Accélération* $\frac{dV}{dt}$.

D'après les résultats pratiques obtenus, V varie très irrégulièrement, comme nous l'avons vu précédemment. Rappelons que le présent mémoire a justement pour but l'étude des valeurs des accélérations.

III) *Variation de l'accélération* g *de la pesanteur.*

Rappelons que cette accélération est provoquée par deux forces:

1° L'attraction newtonienne N;
2° La force centrifuge F.

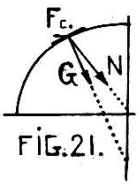


FIG. 21.

Désignons par g l'accélération qui entre dans l'expression de la composante de la force G, où m est la masse du ballon:

$$G = m \, . \, g \, .$$

D'après les travaux d'Helmert [1] l'accélération g de la pesanteur, en fonction de la latitude φ, peut être exprimée par la relation:

$$g = 9{,}80616 \, . \, (1 - 0{,}002644 \cos 2\varphi - 0{,}000007 \cos^2 2\varphi) \text{ m/sec}^2 \, .$$

La variation maximale de g, entre le pôle (983,19 cm/sec²) et l'équateur (978 cm/sec²) est donc de 5 cm/sec² environ $\left(\sim \frac{5}{1000}\right)$. Helmert [1] donne encore la relation suivante pour la variation de l'accélération en fonction de l'altitude z:

$$g_{\varphi z} = g_{\varphi} - 0{,}000003086 \, . \, z \, .$$

Si $g_{\varphi} = 981$ cm/sec:

à 10000 m.: $g_{\varphi 10} = 977{,}93$ cm/sec².

à 20000 m.: $g_{\varphi 20} = 974{,}87$ cm/sec².

à 30000 m.: $g_{\varphi 30} = 971{,}83$ cm/sec².

A Zurich ($\varphi = 47° \, 23'$, $z = 500$ mètres), au sol, g est donc égal à 980,68 cm/sec².

Au Saentis (2500 m, $\varphi = 47° \, 15'$) g est égal à 980,06 cm/sec². L'erreur commise en prenant $g =$ constant est donc de 6,2 mm/sec² à 2500 mètres, soit de $\frac{0.62}{980}$ ou $\frac{1}{1580}$.

En résumé, en un endroit donné, g est pratiquement constant au cours d'un sondage aérologique.

[1] *Enzyklop. d. math. Wiss.*, VI.I. B. Heft 2, 1910. Cité par EXNER: *Dynamische Meteorologie.*

IV) *Résistance aérodynamique d'une sphère (ballon-pilote)* F_r.

Cette résistance est de la forme:

$$F_r = \psi \cdot \rho \cdot \pi \cdot V^2 \cdot r^2 \; ;$$

F_r = résistance totale;
ρ = masse spécifique du milieu ;
ψ = coefficient de résistance; c'est une fonction du nombre de Reynolds ,

$$R = \frac{V \cdot l}{\nu} = V \cdot l \frac{\rho}{\eta} \; ;$$

l = dimension linéaire ;
r = rayon de la sphère ;
η = viscosité de l'air;
ν = viscosité cinématique.

Pour l'air à 15° C, au voisinage du sol, le nombre de Reynolds est égal à 70 fois le produit de la vitesse V en m/sec par la dimension linéaire (l ou $2r$) exprimée en mm; la viscosité cinématique est exprimée en cm²/sec. Le coefficient 70 est dû aux changements d'unités pour V (m/sec au lieu de cm/sec) et l (mm au lieu de cm), et à la valeur constante de 0,143 attribuée à ν.

Si R augmente, ψ diminue (voir fig. 6^a et 6^b).

Il n'est pas inutile de rappeler ici que l'action de la viscosité apparaît si les diverses couches d'un fluide possèdent des vitesses différentes. Elle dépend de:

1° La masse spécifique du gaz (de l'air) ρ;
2° De la vitesse (u) des molécules;
3° De leur libre parcours moyen L.

Elle est égale à: $\eta = 1/3\, \rho \cdot u \cdot L$.

Ce qui est important, c'est qu'à température constante η est indépendant de la pression, puisque $\rho \cdot L$ = constant.

La viscosité η peut être exprimée encore d'une autre façon. Elle est égale au rapport de la force de l'adhérence tangentielle T exercée par le fluide sur un élément de surface ds (de 1 cm²),

au gradient de la vitesse dV/dn tangentielle du fluide le long de la normale à cet élément:

$$\eta = \frac{T}{dV/dn}.$$

La viscosité cinématique ν d'un gaz est le rapport de la viscosité à la masse spécifique:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}.$$

Pour faciliter l'étude de la résistance totale F_r, il est utile de la décomposer en:

Résistance de forme: F_{f_0} ;
Résistance tangentielle: F_{f_r}.

L'équation qui relie ces trois grandeurs est:

$$F_r = F_{f_0} + F_{f_r}.$$

a) *Résistance de forme* [1].

La résistance de forme est provoquée par:

1° Les surpressions dynamiques normales sur la partie supérieure du ballon (provoquées par les chocs de particules d'air);

2° Les dépressions dynamiques normales sur la face inférieure du ballon-pilote (provoquées par les changements de direction et de vitesse des particules d'air et par le décollement des filets d'air).

Lorsque la vitesse ascensionnelle est très faible, la distribution des pressions dynamiques sur un ballon-pilote (dans un plan passant par le centre de la sphère et parallèle au mouvement) est la suivante (fig. 22):

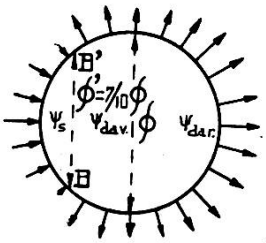


FIG. 22.

Cette figure représente le « premier régime » d'écoulement.

Le décollement des filets d'air a lieu après l'équateur. Dans ce cas, les sur-

[1] TOUSSAINT, *L'Aviation actuelle*, chez Félix Alcan, Paris (1928).

pressions à l'avant, dont l'intensité est variable d'un point à l'autre et même s'annule pour le cercle BB′, sont limitées à une calotte dont le diamètre de base n'est que les $^7/_{10}$ de celui de l'équateur. Ces surpressions s'opposent au mouvement et représentent un coefficient de résistance ψ_s de 0,225.

Sur le segment sphérique complémentaire de la demi-sphère avant existe déjà une zone de dépression, d'intensité variable, dont la résultante annule en partie l'effet des surpressions de la calotte.

Le coefficient ψ_{dav} dû à ces dépressions a pour valeur 0,179.

Sur la demi-sphère arrière, le coefficient dû aux dépressions, d'intensité peu variable, a pour valeur: $\psi_{dar} = 0{,}465$.

Ainsi le coefficient de résistance de forme, est égal à:

$$\psi_{f_0} = 0{,}225 - 0{,}179 + 0{,}465 = 0{,}51$$

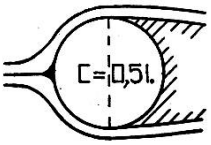


FIG. 23.

pour le premier régime d'écoulement.

Si le décollement des filets d'air a lieu à l'équateur, nous obtenons la valeur théorique suivante pour ψ_{f_0} (sphère parfaitement polie).

Hypothèses:

1° L'écoulement est non tourbillonnaire;

2° Le frottement du fluide contre la sphère est nul;

3° La vitesse normale d'écoulement du fluide non troublé par la sphère est V′;

4° La vitesse d'écoulement du fluide en un point quelconque sur la sphère est: $\frac{2}{3}V' . \sin \alpha$; α est l'angle formé par la direction du vent et le rayon de la sphère à l'extrémité duquel on désire connaître la vitesse du fluide. La vitesse maximale d'écoulement est à l'équateur; elle est égale à $\frac{3}{2}V'$.

La pression à l'équateur est:

$$p = p_0 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{9}{4} V'^2 .$$

La pression à l'arrière de la sphère est:

$$P_{ar} = \frac{\pi}{4} d^2 . (p_0 - \frac{9}{8} \rho V'^2) .$$

La pression sur la face avant de la sphère est:

$$P_{av} = \frac{\pi d^2}{4} \left(p_0 - \frac{9}{16} \rho V'^2\right)$$

$$= \frac{\pi d^2}{4} \left(p_0 - \frac{9}{8} V'^2 . 2\rho . \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \alpha \cos \alpha \, d\alpha\right) .$$

D'où la résistance de forme:

$$P_{av} - P_{ar} = \frac{\pi}{4} d^2 \left[(p_0 - \frac{9}{16} \rho V'^2) - (p_0 - \frac{9}{8} \rho V'^2)\right] ;$$

d'où:

$$\psi_{f_0} = \frac{9}{16} = 0{,}56 .$$

La valeur de ψ_{f_0} peut beaucoup varier suivant le degré de turbulence de l'air et la grandeur du nombre de Reynolds.

Lorsque le produit « vitesse ascensionnelle » multipliée par « diamètre » augmente, on constate que le décollement des filets d'air se déplace vers l'arrière. Si ce produit est suffisamment grand, les filets d'air se détachent d'un cercle situé environ à 25° en arrière de l'équateur (fig. 24) [1]. Ce deuxième régime est caractérisé par le fait que l'air épouse mieux et plus longtemps le contour du ballon, que les dépressions dynamiques n'existent plus que sur une calotte et non sur l'hémisphère arrière. Il en résulte une notable diminution de la résistance unitaire. Pour deux sphères semblablement polies, on constate expérimentalement que le second régime d'écoulement ne dépend que du produit : vitesse ascensionnelle multipliée par diamètre. Si le courant

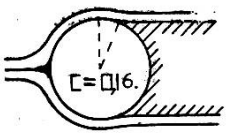


FIG. 24.

[1] TOUSSAINT, *loc. cit.*

d'air est turbulent, le second régime d'écoulement peut apparaître plus facilement.

Le passage du premier au deuxième régime d'écoulement a lieu après un état plus ou moins troublé (voir pages 172 et suivantes du § 2). Si pour un instant on admet que la vitesse ascensionnelle est constante, le volume du ballon-pilote augmentera avec l'altitude, le produit « vitesse ascensionnelle × dimension » croîtra, donc ψ diminuera et entraînera une augmentation de la vitesse ascensionnelle.

La résistance de forme est exprimée par:

$$F_{f_0} = \psi_{f_0} . V^2 . \rho . \pi . r^2 .$$

Comme précédemment, le coefficient de résistance de forme ψ_{f_0} dépend du nombre de Reynolds, $R = \frac{V . l}{\nu}$, et du degré de turbulence de l'air.

Ce dernier facteur ne peut être ni saisi quantitativement ni connu en fonction de l'altitude.

Le nombre R de Reynolds peut bien être calculé au voisinage du sol, mais pas en altitude puisque l, V et ν varient irrégulièrement.

Si le gradient thermique est supposé connu, il est possible de déterminer la viscosité cinématique pour les différentes altitudes.

La formule de Schumann permet en effet de calculer la viscosité η en fonction de la température:

$$\eta_t = \eta_0 \sqrt{1 + \alpha t}\,(1 + \beta t) ,$$

t = température en degrés C.,

α = 0,003665,

β = 0,008,

η_0 = 0,0001679 (à 0° C.).

La relation $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ donne la viscosité cinématique à l'altitude où règne la masse spécifique ρ.

D'après Prandtl[1] les courbes suivantes représentent la viscosité cinématique en fonction de la température et de la pression.

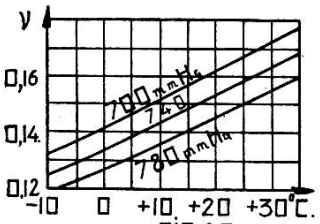


FIG. 25.

l (ou le diamètre $2r$ du ballon) pourrait être déterminé avec plus ou moins de précision pour différentes altitudes. En admettant une vitesse ascensionnelle moyenne constante au sein des courants aériens, il serait possible de calculer R avec une certaine approximation; mais la connaissance de R n'implique pas nécessairement celle de ψ.

Comme certaines études l'ont prouvé, il existe une zone critique où, à une valeur bien déterminée de R, il ne correspond pas une, mais plusieurs valeurs de ψ_{f_0} (voir fig. 5).

D'après les expériences faites en laboratoires[2], si R est inférieur à 100000, ψ_{f_0} est très variable.

Si R est égal à 150000, ψ_{f_0} est égal à environ 0,48,
si R est égal à 240000, ψ_{f_0} varie très brusquement,
si R est supérieur à 450000, ψ_{f_0} est égal à environ 0,2.

b) *Résistance de frottement.*

Cette résistance est provoquée sur toute la surface du ballon par le frottement superficiel de l'air au contact de l'enveloppe.

La couche dans laquelle les vitesses sont perturbées par les phénomènes de frottement comprend:

1° Une mince pellicule à écoulement laminaire tangentiellement à la paroi;

2° Une deuxième couche où l'écoulement est dit turbulent.

L'épaisseur de cette dernière est importante et croît avec la longueur (dans le sens de l'écoulement); c'est dans cette couche que se dissipe l'énergie empruntée au corps en mouvement.

[1] Dr Ing. L. PRANDTL, *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen.* 1925, 1te Lieferung, 3te Auflage.

[2] *a*) TOUSSAINT, *Aviation actuelle.*

b) *Mitteilungen aus der Göttinger Modellversuchsanstalt.* Z.F.M. 1914.

Cette résistance est tangentielle et est causée par la viscosité du fluide; il n'y a pas moyen de la réduire au-dessous d'un certain minimum qui correspond à:

1° Des surfaces extérieures bien polies; car, d'après des déterminations expérimentales, le coefficient de résistance de frottement dépend du degré de polissage des surfaces;

2° Des dimensions réduites dans le sens du mouvement.

Cette résistance de frottement a pour expression:

$$F_{f_r} = \psi_{f_r} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \; ;$$

elle est peu importante par rapport à la résistance de forme, et peut être pratiquement négligée dans le cas des ballons-pilotes. La conclusion est que la résistance aérodynamique dépend surtout de la résistance de forme. Cette dernière varie en fonction du nombre de Reynolds; s'il est petit, la répartition des filets d'air correspondra au premier régime d'écoulement, le coefficient de résistance sera élevé.

Si le nombre de Reynolds est grand, l'écoulement correspondra au deuxième régime, caractérisé par un faible coefficient de résistance. La turbulence du milieu ambiant favorisant l'apparition du deuxième régime, pour une même altitude, même pression, même température, même tare et même force ascensionnelle, il faut s'attendre à trouver des vitesses ascensionnelles différentes. Le ballon se dilatant en montant, le nombre de Reynolds croîtra, le coefficient de résistance diminuera, la vitesse ascensionnelle augmentera.

Quelle est l'erreur maximum possible, due à ψ, que l'on puisse prévoir ?

Le nombre de Reynolds qui correspond aux petits ballons-pilotes (40 cm = ϕ; 100 m/min) est de: $70 \cdot 400 \cdot 1{,}7 = 47600$; le nombre de Reynolds qui correspond aux grands ballons-pilotes (90 cm = ϕ; 200 m/min) est de: $70 \cdot 900 \cdot 3{,}3 = 208000$. En admettant un gradient thermique de 1° C par 150 m, une température de + 10° à + 20° C au sol, et une pression de

760 mm de Hg à 0 m d'altitude, la densité de l'air serait de 1,247 à 1,205; à 10000 mètres elle serait de 0,412 à 0,415.

En négligeant l'augmentation de la masse spécifique de l'hydrogène comprimé par l'enveloppe du ballon, le volume du petit ballon passera de 33500 cm^3 à 102000 cm^3 environ, son diamètre de 40 cm à 72 cm et le nombre de Reynolds de 47600 à 85000 environ.

Le volume du « grand ballon » passera de 382000 cm^3 à 1160000 cm^3, son diamètre de 90 cm à 105 cm, et le nombre de Reynolds de 208000 à 243000.

D'après les résultats pratiques de Hesselberg et Birkeland [1], ψ varie de 0,48 à 0,3 (60%) si R est inférieur à 100000, et de 0,35 à 0,2 (75%) si R oscille entre 200000 et 250000. D'après Göttinger [2], ψ varie de 0,25 à 0,2 (25%) si R est inférieur à 100000, et de 0,22 à 0,06 (270 %) si R est compris entre 200000 et 250000.

En prenant les cas extrêmes, ψ oscille:

entre 0,48 et 0,2 pour les petits ballons, soit de

$$\frac{(48-20)}{20} \cdot 100 = 140\% \ ;$$

entre 0,35 et 0,06 pour les grands ballons, soit de

$$\frac{(35-6)}{6} \cdot 100 = 485\% \ .$$

Ces variations maximales de 140 et 485% ne se produisent pas forcément pour chaque sondage et pendant toute la durée de celui-ci, mais peuvent apparaître pendant quelques minutes seulement au cours de l'un d'eux. L'erreur résultante est donc, en général, bien inférieure à ce que ces % peuvent laisser supposer à première vue.

Il n'en subsiste pas moins que, même abstraction faite de la variation de la masse M et des forces électriques, il ne faut pas s'attendre à une vitesse ascensionnelle constante.

[1] *L. c.*
[2] *L. c.*

Le produit $\pi \cdot \rho \cdot \psi \cdot (V \cdot r)^2$ n'est donc probablement pas constant du sol jusqu'à la stratosphère; ρ et ψ diminuent progressivement, r^2 augmente en fonction de l'altitude.

D'après les résultats pratiques, en général V augmenterait aussi en fonction de la hauteur, mais cette dernière relation subit de nombreuses et importantes exceptions.

Dans la grande majorité des cas, F_r est donc variable et ne peut être calculé en fonction de l'altitude.

V) *Variation de ρ en fonction de l'altitude (inférieure à 10 km).*

La masse spécifique de l'air sec ρ_s à une certaine altitude est exprimée par la formule:

$$\rho_s = \frac{0{,}001293}{\alpha \cdot T} \cdot \frac{P^* - e^*}{P_{Hg} \cdot 76} \quad \text{ou} \quad \rho_s = \frac{0{,}001293}{\alpha \cdot T} \cdot \frac{P - e}{76}.$$

T = température absolue,
P_{Hg} = poids du Hg en kg par cm³,
P = pression barométrique en cm de Hg,
P* = pression barométrique en kg par cm²,
e = pression de la vapeur d'eau en cm de Hg,
e^* = pression de la vapeur d'eau en kg par cm²,
α = coefficient de dilatation des gaz.

La masse spécifique de la vapeur d'eau ρ_v est exprimée par la formule:

$$\rho_v = \frac{0{,}001293}{\alpha T} \cdot \frac{e}{76} \cdot D ,$$

D = densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air = 5/8 environ.

La masse spécifique de l'air humide est par conséquent:

$$\rho = \frac{0{,}001293}{\alpha \cdot T} \cdot \frac{P - e}{76} + \frac{0{,}001293}{\alpha T} \cdot \frac{5/8\, e}{76} ,$$

$$\rho = \frac{0{,}001293}{\alpha \cdot T} \cdot \frac{P - 3/8\, e}{76} .$$

Il s'agit maintenant de calculer ρ en fonction de l'altitude.

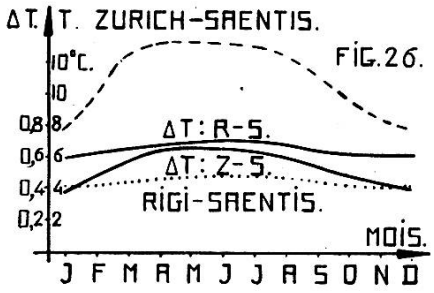
Calcul de T.

En faisant l'hypothèse (qui n'est généralement réalisée que pour de minces couches atmosphériques) d'une variation linéaire de la température en fonction de l'altitude, la relation suivante permet de calculer T_h:

$$T_h = T_s - \left(\frac{h - h_s}{100}\right) \Delta T ,$$

T_s = température absolue au sol en degrés centigrades,
h_s = altitude au sol,
h = altitude quelconque d'un point au-dessus du sol,
ΔT = gradient thermique.

Les diagrammes (fig. 26) donnent le gradient thermique moyen de 1895 à 1915, entre Zurich et le Saentis, puis entre le Rigi et le Saentis. Ils représentent clairement la variation annuelle de ΔT.



La connaissance journalière de la température sur les sommets de nos Alpes permet de calculer T_h avec assez de précision pour les couches inférieures de l'atmosphère.

Kleinschmidt [1], dans une comparaison des températures sur le Saentis et à 2500 mètres en air libre près de Friedrichshafen, arrive aux conclusions suivantes pour les observations de 0700 à 0900 h. (voir tableau page suivante).

Les chiffres indiquent la différence de température entre l'air libre et le Saentis. Les observations se répartissent sur les années 1909 à 1912. Le matin, le Saentis serait d'environ 1° plus froid que l'air ambiant. Les ascensions de l'après-midi (environ 1400 h.) révèlent que le Saentis serait en moyenne de 0,3° plus

[1] Die Temperaturverhältnisse in der freien Atmosphäre und auf Berggipfeln nach Messungen der Drachenstation am Bodensee und der Observatorien auf dem Saentis und der Zugspitze. *Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre*, Band VI.

	Janv.	Févr.	Mars	Avril	Mai	Juin
Valeurs maximales .	1,9	1,7	1,65	1,75	1,05	0,9
Valeurs minimales .	1,2	1,2	0,60	– 0,65	– 0,35	0,0
Valeurs moyennes .	1,65	1,6	1,1	0,7	0,25	0,55
Nombre d'observations	69	54	32	49	87	87

	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Valeurs maximales .	0,35	1,05	1,00	2,1	1,65	2,5
Valeurs minimales .	– 0,45	– 0,5	– 0,45	0,95	0,75	1,75
Valeurs moyennes .	0,05	0,65	0,36	1,7	1,15	2,1
Nombre d'observations	86	99	91	67	69	71

chaud que l'air ambiant. Si le Saentis est dans le brouillard, la température est identique sur le Saentis et en air libre.

En hiver, par ciel sans nuage, le Saentis serait de 2° plus chaud en moyenne que l'air ambiant; à la même époque, par vent d'Est, l'air ambiant serait de 3° plus chaud que le Saentis, etc.

Il n'y a donc pas égalité rigoureuse de température.

Les « temps* » journaliers allemands (pour la Suisse du NE, en particulier ceux de Darmstadt et Friedrichshafen) donnent de précieux renseignements sur les variations de T en fonction de l'altitude. L'étude comparée des « temps » de jours successifs, complétée par celle de la direction et de l'intensité des courants aériens, permet de prévoir par extrapolation l'évolution T'_h de 24 en 24 heures. Si la variation journalière de T à une certaine altitude (Saentis) est aussi connue, la détermination de la température à cette hauteur, à une heure quelconque, est assez facile et précise.

Les diagrammes suivants (fig. 27) donnent la variation journalière moyenne de la température au Saentis, en février et août, de 1924 à 1928.

Pour le but recherché, il serait préférable de connaître la

* Mesures simultanées de la température, de l'humidité et de la pression en fonction de l'altitude.

variation thermique de mois en mois en tenant compte de l'état du ciel. Chacun de ces groupes devrait à son tour, être divisé en quatre à cause du vent. Au lieu d'une courbe de variation thermique mensuelle, il y en aurait 12, à savoir:

1. Ciel serein à peu nuageux, vent du secteur NW-N-E.
2. Ciel serein à peu nuageux, vent du secteur E-S-SW.
3. Ciel serein à peu nuageux, vent du secteur SW-W-NW.
4. Ciel serein à peu nuageux, calme.
5. Ciel peu à très nuageux, vent du secteur NW-N-E.
6. Ciel peu à très nuageux, vent du secteur E-S-SW.
7. Ciel peu à très nuageux, vent du secteur SW-W-NW.
8. Ciel peu à très nuageux, calme.
9. Ciel très nuageux ou couvert, vent du secteur NW-N-E.
10. Ciel très nuageux ou couvert, vent du secteur E-S-SW.
11. Ciel très nuageux ou couvert, vent du secteur SW-W-NW.
12. Ciel très nuageux ou couvert, calme.

Les observations synoptiques en montagne permettent de contrôler si l'évolution prévue de ΔT a lieu ou non.

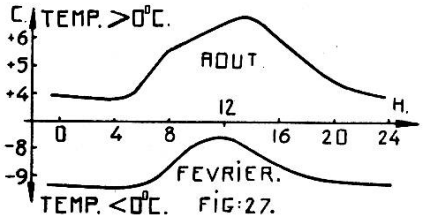


FIG:27.

Si des mesures aérologiques sont effectuées aux environs de la Suisse ou en Suisse, T_h est connu avec assez d'exactitude.

Calcul de e.

La formule de Süring permet de calculer avec plus ou moins de précision la tension e_h de la vapeur d'eau moyenne en fonction de la tension e_s au sol:

$$e_h = e_s \cdot 10^{-\frac{h}{6}\left(1 + \frac{h}{20}\right)}$$

h = différence d'altitude en km, dans ce cas.
e_s = pression en mm de Hg de la vapeur d'eau au sol.
e_h = pression en mm de Hg de la vapeur d'eau à calculer.

L'expression précédente n'est évidemment plus valable si une discontinuité ou une inversion vient modifier cette répartition moyenne théorique de l'humidité. Cette formule ne permet pas davantage de connaître l'erreur commise.

Les considérations suivantes donnent un aperçu de la grandeur de l'imprécision due à la répartition de la vapeur d'eau.

L'humidité relative au Saentis (2500 m) est en moyenne de 83%. Sur 8640 observations (1920 à 1928), on en compte 304 qui indiquent une humidité relative inférieure ou égale à 20%.

L'humidité relative à Zurich (Office Central de Météorologie, 490 m) est en moyenne de 78%. Sur 8760 observations (1921 à 1928), on en compte seulement 8 qui indiquent une humidité relative inférieure ou égale à 20%.

A titre de comparaison, ajoutons que l'humidité relative moyenne au Saint-Gothard (2100 m) entre 1924 et 1928 fut de 64%. Sur 5975 observations, 5 seulement indiquaient une humidité égale ou inférieure à 20%. Dans la Suisse du NE, entre le sol et 2500 mètres sur mer, en prenant pour humidité relative réelle les 80% de l'humidité maximale, on commettrait dans quelques cas une faute égale, au maximum, à 80% de e; en général l'erreur serait insignifiante.

Elle serait maximale en été. Par exemple si on admet une température de 30° C. à 500 mètres sur mer et une humidité de 60% (ce ne fut jamais le cas à Zurich, de 1924 à 1928) et si l'humidité réelle à 2500 mètres est à 0%, l'erreur maximum commise en se servant de la formule de Süring serait de:

$$\Delta e_h = 0{,}6 \,.\, 23{,}6 \,.\, 10^{-2/6\,(1 + 1/10)} = 6{,}1 \,.$$

Elle n'augmenterait la valeur de ρ que de:

$$\frac{0{,}001293}{\alpha T} \cdot \frac{3 \,.\, 6{,}1}{8 \,.\, 760} = 0{,}003 \,.\, \frac{0{,}001293}{\alpha T}$$

ou de:

$$\frac{0{,}003 \,.\, 100}{562/760} = \frac{0{,}003 \,.\, 100}{0{,}74} = 0{,}4\,\% \,.$$

Pour autant qu'ils seront à disposition, les « temps » de Friedrichshafen et Darmstadt rendront bien service, en ce sens qu'ils révèlent les différentes masses d'air avec leurs diverses humidités relatives et températures. En employant, dans chaque masse d'air, la formule de Süring, e_h sera connu avec assez de précision. Mais dès qu'il y aura du fœhn, il ne sera plus possible de se servir des « temps ».

Les indications de température et d'humidité relative des stations de montagnes permettent de connaître e_h avec assez de précision dans les couches basses de l'atmosphère.

(A suivre.)