Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 14 (1932)

Artikel: Viscosité du fluide terrestre dans un modèle réduit
Autor: Dive, P.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740816

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

de Port-Conty (St-Aubin) et de Cortaillod, auxquels nous ajoutons ceux se rapportant à la station d'Auvernier.

Avant les recherches stratigraphiques de M. Vouga, on considérait que le néolithique moyen représentait le plus vieux néolithique de la Suisse. On avait alors constaté et signalé à plusieurs reprises une diminution graduelle dans l'emploi des animaux sauvages à travers tout le néolithique jusqu'à l'âge du Bronze.

Actuellement nous pouvons donc confirmer partiellement ce fait par l'étude de ce nouveau matériel d'Auvernier, tout en remarquant cependant que cette diminution ne s'étend pas à travers tout le néolithique et qu'elle ne débute qu'à partir du néolithique moyen.

P. Dive. — *Viscosité du fluide terrestre dans un modèle réduit.*

La question de l'existence actuelle de rotation internes dans les astres fluides suggère une objection naturelle: la viscosité élevée de certains de ces astres n'a-t-elle pas depuis longtemps absorbé tous les mouvements relatifs de leur magma ?

Sur les planètes à très haute température comme le Soleil, Jupiter, Saturne, l'observation prouve que les différentes zones ne tournent pas avec la même vitesse angulaire; dans ces astres la possibilité des mouvements internes n'est pas douteuse.

Il faut quelque hardiesse pour affirmer qu'il peut exister, de nos jours encore, des mouvements relatifs à l'intérieur de la Terre. Diverses méthodes (marées de l'écorce, secouses sismiques, oscillations du pôle) par lesquelles on a essayé de se faire une idée de l'état physique du magma (Sima) dans lequel baignent les continents conduisent à admettre que le globe se comporte comme un corps aussi rigide que l'acier.

Faut-il, à cause de cela, renoncer à l'idée de la fluidité du Sima ? Nous ne le croyons pas car il n'existe aucune relation nécessaire entre le coefficient de rigidité d'un milieu, qui intéresse ses propriétés élastiques, et son coefficient de viscosité. (Rappelons que le coefficient de rigidité se définit par la formule

$$C = \mu \frac{\pi r^4}{2l} \alpha ,$$

où C est le couple nécessaire pour tordre d'un angle α une tige cylindrique de section circulaire, de longueur l et de rayon r, et, d'autre part, que la force de viscosité F qu'exercent, l'une sur l'autre, deux couches visqueuses en contact sur une étendue s, est donnée par la formule:

$$F = \eta s \frac{dv}{dn},$$

où $\frac{dv}{dn}$ est le gradient de la vitesse relative v dans la direction normale au mouvement de ces couches.) La similitude des rôles joués par ces coefficients, dans les équations de l'élasticité et dans celles de la viscosité, est purement formelle; *un même corps peut se déformer d'une manière permanente sous l'influence de forces très petites, alors même que sa rigidité élastique est très grande*[1]; sous une pression de plusieurs centaines d'atmosphères un jet d'eau est aussi rigide qu'une barre d'acier.

Il est, par suite, impossible de déduire du coefficient de rigidité d'un milieu une valeur, même très grossièrement approchée de son coefficient de viscosité.

L'évaluation exacte de la viscosité du Sima paraît, dès lors, bien difficile.

D'un calcul approximatif, où il fait intervenir l'augmentation de la durée du jour sidéral sous l'influence des marées, M. Véronnet pense cependant pouvoir établir que le coefficient η de viscosité des couches supérieures du magma terrestre est de l'ordre de 10^8 à 10^9 unités c. g. s., ce qui permettrait d'attribuer au Sima une viscosité comparable à celle de la poix ou de la cire à cacheter (le bâton à la température ordinaire)[2]. En raison de l'énorme pression, de 30.000 atmosphères environ, régnant à la base des socles continentaux, ce résultat n'est pas incompatible avec le fait que la rigidité du globe puisse paraître aussi grande que celle de l'acier relativement à des forces de courtes périodes. La contradiction apparente s'évanouit.

La viscosité de la cire à cacheter à la température ordinaire paraît, toutefois, encore bien considérable et il est permis de se

[1] BOUASSE, *Séismes et séismographes*, p. 306, et *Résistance des matériaux*, p. 453.

[2] Alex. VÉRONET, *Rotation de l'ellipsoïde hétérogène*, p. 99.

demander si elle autorise l'hypothèse d'une rotation variée des couches de Sima.

Il n'est guère possible de se faire une idée physique exacte du phénomène en lui conservant ses dimensions réelles si éloignées de celles de toutes les réalisations de laboratoire.

C'est pourquoi nous avons cherché à ramener les mouvements intérieurs de la Terre à notre échelle humaine en résolvant le problème suivant:

Quelle doit être la viscosité d'un fluide hétérogène semblable au globe terrestre dont le rapport $\lambda (< 1)$ *et reproduisant,* À CHAQUE INSTANT, *par homothétie la distribution des densités et de ses vitesses relatives.*

En un point x, y, z du globe réduit nous désignerons par u, v, w les composantes suivant les axes de la vitesse $\vec{V}$ d'un élément du fluide passant en ce point, par u', v', w' les composantes de son accélération $\vec{j}$, par p sa pression, par ρ sa densité et Φ le potentiel newtonien des forces d'attraction en x, y, z. Au point correspondant $x_1 y_1 z_1$ du globe terrestre nous représenterons ces diverses grandeurs par les mêmes lettres affectées de l'indice 1.

Nous avons donc par hypothèse:

$$x_1 = \frac{x}{\lambda}, \quad y_1 = \frac{y}{\lambda}, \quad z_1 = \frac{z}{\lambda}.$$

$$u_1 = \frac{u}{\lambda}, \quad v_1 = \frac{v}{\lambda}, \quad w_1 = \frac{w}{\lambda},$$

$$\vec{V}_1 = \frac{\vec{V}}{\lambda}.$$

On en déduit entre les accélérations:

$$\vec{j}_1 = \frac{\vec{j}}{\lambda}.$$

Et comme on a $\rho = \rho_1$, deux éléments de masse correspondants, dm et dm_1, sont liés entre eux par la relation:

$$dm = \lambda^3 dm_1 .$$

La force agissant sur l'élément dm du petit globe:

$$\vec{F} = \vec{j}\, dm ,$$

peut donc s'écrire:

$$\vec{F} = \lambda^4 \vec{j}_1 \, dm_1 \, ,$$

ou

$$\boxed{\vec{F} = \lambda^4 \vec{F}_1} \, .$$

Cette condition nécessaire est bien satisfaite par les forces de gravitation $\vec{\mathcal{F}}$ et $\vec{\mathcal{F}}_1$. On a, en effet, entre les potentiels $\Phi(x, y, z)$ et $\Phi_1(x_1, y_1, z_1)$, les relations:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \lambda \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_1}$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \lambda \frac{\partial \Phi_1}{\partial y_1}$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \lambda \frac{\partial \Phi_1}{\partial z_1} \, .$$

On en tire, entre les forces d'attraction $\vec{\mathcal{F}}$ et $\vec{\mathcal{F}}_1$ sur les éléments dm_1 et $dm = \lambda^3 dm_1$:

$$\vec{\mathcal{F}} = \lambda^4 \vec{\mathcal{F}}_1 \, .$$

Pour savoir comment s'exprime la viscosité η en fonction de η_1 et λ nous avons recours aux équations de Navier pour les fluides visqueux.

Appliquées au globe réduit, elles s'écrivent:

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial p}{\partial x} - \eta \, \Delta u = \rho \left(f \dfrac{\partial \Phi}{\partial x} - u' \right) \ldots \\ \ldots \end{array} \right. \qquad (1)$$

Pour le globe terrestre on aura, au point correspondant:

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial p_1}{\partial x_1} - \eta_1 \, \Delta u_1 = \rho \left(f \dfrac{\partial \Phi_1}{\partial x_1} - u_1' \right) . \\ \ldots \end{array} \right. \qquad (2)$$

Δ est le symbole de Laplace et f la constance de la garvitation universelle.

Pour que les systèmes (1) et (2) soient compatibles il est nécessaire que les forces de pression et de viscosité se transforment comme les forces de gravitation. Il faut donc que l'on ait:

$$\eta \, \Delta u = \lambda \eta_1 \, \Delta_1 u_1 \, . \qquad (3)$$

Mais on a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial x} = \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{1}{\lambda}$$

et

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} ,$$

de même que:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y_1^2} , \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2}$$

d'où l'on déduit:

$$\Delta u = \frac{1}{\lambda} \underset{1}{\Delta} u_1 .$$

La relation (3) nous donne alors:

$$\boxed{\eta = \lambda^2 \eta_1} .$$

Enfin il est facile de montrer que les pressions se transforment suivant la même loi:

$$p = \lambda^2 p_1 .$$

Appliquons ces résultats à la Terre en adoptant pour η_1 le coefficient de viscosité de la cire à cacheter à la température ordinaire: $\eta_1 = 10^9$ unités c. g. s., et un globe réduit de 1,27 mètre de diamètre, on aura approximativement

$$\lambda = \frac{1{,}27}{2 \times 6371000} = \frac{1}{10^7}$$

d'où

$$\eta = \frac{10^9}{10^{14}} = 10^{-5} \text{ c.g.s.}$$

Pour l'eau à 20° η est égal à 0,001 unités c. g. s.[1]. *Réduit à notre échelle humaine le globe terrestre apparaît donc comme un corps 1000 fois moins visqueux que l'eau !*[2] Ce résulat justifie assez, nous semble-t-il, l'hypothèse de l'existence actuelle des courants de sima.

[1] H. Abraham et P. Sacerdote. Recueil des constantes physiques, p. 109.

[2] Voir aussi R. Wavre, C. R. Soc. phys. Genève, Vol. 48, nº 2, p. 71 (1931).