Sur les intégrales de Fourier et la représentation de certaines fonctions harmoniques multiformes

Autor(en): **Wavre, R.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **16 (1934)**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741508

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

il ne diffère de cette valeur que par un facteur au plus égal à deux, à l'exception toutefois de la région centrale ultime et de la couche périphérique extrême de l'étoile.

Mettant ces régions à part, on a pour le corps de l'étoile, à un facteur près au plus égal à deux:

$$\eta_{\text{rad}} = \frac{F \,.\, r_0 \,.\, T}{10\, c^2 \,.\, T_c} \,. \tag{5}$$

Or, nous avons dit ci-avant que, si la matière stellaire est arrangée de telle sorte que $\rho \sim T^{\frac{15}{4}}$, η_{rad} est constante dans toute l'étoile, d'après (3).

Plaçons-nous dans ces conditions; et considérons alors l'expression (5); on voit que, pour une étoile arrangée comme on vient de le dire, le produit (F.T) serait constant : *le flux serait partout inversément proportionnel à la température absolue.*

Séance du 21 juin 1934.

R. Wavre. — *Sur les intégrales de Fourier et la représentation de certaines fonctions harmoniques multiformes.*

Soit $f(\theta)$ une fonction définie sur le cercle trigonométrique parcouru une infinité de fois. Proposons-nous de *trouver une fonction harmonique dans le domaine* D: $0 < r < 1$, $-\infty < \theta < +\infty$ *et prenant les valeurs* $f(\theta)$ *lorsque* $r \to 1$. Il s'agit donc de la résolution du problème de Dirichlet sur une surface de Riemann à une infinité de feuillets.

Pour cela envisageons l'intégrale de Fourier, sans nous préoccuper pour le moment des questions de convergence,

$$f(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} f(\theta') \cos \tau\, (\theta' - \theta)\, d\theta' \,,$$

puis remarquons que l'expression suivante est harmonique dans le domaine D, τ étant un nombre réel positif

$$r^{\tau} \cos \tau\, (\theta - \theta') \,,$$

Formons, en conséquence, l'intégrale suivante

$$f(r, \theta) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\theta') \, d\theta' \int_{0}^{+\infty} r^{\tau} \cos \tau (\theta' - \theta) \, d\tau \qquad (1)$$

En posant $u = -\mathrm{L}r$, l'intégrale en τ se calcule facilement et donne

$$f(r, \theta) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\theta') \frac{u}{u^2 + (\theta' - \theta)^2} \, d\theta' \, . \qquad (2)$$

Supposons pour simplifier la fonction $f(\theta')$ continue et telle que, à l'infini,

$$| f(\theta') | < \mathrm{M} \, | \theta' |^{1-\varepsilon}$$

M et ε étant deux constantes positives. L'on vérifie que l'intégrale (2) a un sens, qu'elle représente une fonction harmonique dans D qui tend vers $f(\theta)$ lorsque r tend vers l'unité. Elle répond donc à la question. Si $f(\theta)$ avait des discontinuités de première espèce sans point d'accumulation à distance finie, l'on aurait

$$\lim_{r \to 1} f(r, \theta) = \frac{1}{2} \left[f(\theta + 0) + f(\theta - 0) \right] \, .$$

Envisageons ensuite le plan des coordonnées cartésiennes u et θ. Le domaine D s'y projette sur le domaine $u > 0$. Une fonction harmonique en r et θ est encore harmonique en u et θ.

S'il y avait deux solutions du problème envisagé et prenant les mêmes valeurs pour $r = 1$, leur différence $\psi(u, \theta)$ s'annulerait sur l'axe $u = 0$. La fonction ψ serait prolongeable par le principe de la symétrie de Schwarz en posant

$$\psi(-u, \theta) = -\psi(u, \theta)$$

alors $\psi(u, \theta)$ serait harmonique dans tout le plan. Si cette fonction est bornée dans tout le plan, elle est identiquement nulle. Par conséquent *il ne saurait exister deux solutions du problème envisagé dont la différence fut bornée dans* D.

En introduisant des coefficients de Fourier généralisés:

$$A(\tau) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\theta')\cos\tau\theta'\,d\theta' , \qquad B(\tau) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\theta')\sin\tau\theta'\,d\theta'$$

la fonction $f(r, \theta)$ s'écrit, à partir de l'expression (1), de la solution

$$f(r, \theta) = \int_{0}^{+\infty}\left[A(\tau)\cos\tau\theta + B(\tau)\sin\tau\theta\right]r^{\tau}\,d\tau \qquad (3)$$

expression qui ressemble à la solution ordinaire du problème de Dirichlet

$$f(r, \theta) = \sum_{n=1}^{+\infty}(A_n\cos n\theta + B_n\sin n\theta)\,r^n \qquad (4)$$

et qui la généralise. L'on peut montrer que (4) n'est qu'un cas particulier de (3) en faisant voir que *l'intégrale* (2) *se réduit à celle de Poisson* si la fonction $f(\theta)$ est périodique et de période 2π. L'on aurait, en effet,

$$f(r, \theta) = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{2\pi} f(\theta')\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{u}{u^2 + (\theta' - \theta + 2k\pi)^2}\,d\theta' .$$

La série en k se calcule par la théorie des résidus et l'on trouve

$$f(r, \theta) = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} f(\theta')\frac{1 - r^2}{1 - 2r\cos(\theta' - \theta) + r^2}\,d\theta' .$$

Ultérieurement, nous envisagerons cette question dans le plan complexe, certaines transformations en deviendront plus simples.

Marcel Mottier. — *Sur l'oxydation de l'huile de foie de morue et sur une méthode rapide pour déterminer l'action antioxygène de divers composés.*

L'huile de foie de morue s'altère à la longue sous l'influence de l'oxygène de l'air. Cette altération qui résulte d'une oxy-