Sur l'équation des vibrations d'une plaque

Autor(en): **Weinstein, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **18 (1936)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-743093

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

La maille élémentaire n'est pas rhombique comme Mark et v. Susich l'avaient indiqué, mais faiblement monoclinique. Les dimensions sont les suivantes:

$$a = 8{,}54 \text{ Å}$$
$$b = 8{,}20 \text{ Å (axe de la fibre)}$$
$$c = 12{,}65 \text{ Å}$$
$$\beta = 83°$$

Ces valeurs ont été obtenues au moyen d'un diagramme de référence, sur une préparation épaisse de 0,2 mm, et recouverte d'une trace de chlorure de sodium comme substance de comparaison. Elles sont exactes à 0,5% près.

Nous avons déterminé la densité du caoutchouc sur un morceau cristallisé fortement étiré à 0° C. En se basant sur le chiffre trouvé $\delta = 0{,}965$, on obtient 7,6 pour le nombre de radicaux isoprène dans la maille élémentaire. La densité du caoutchouc amorphe est de 0,93 selon les travaux de divers auteurs. Si l'on suppose que le caoutchouc, en tant qu'hydrocarbure, montre, lors de la cristallisation, une augmentation de densité semblable à celle des paraffines à longue chaîne, c'est-à-dire environ 10%, le nombre z se rapprocherait de 8.

La statistique des interférences constatées, ainsi que les extinctions observées, permettent avec une certaine probabilité de classer le caoutchouc dans le groupe spatial C_{2h}^5. Ce dernier possède des hélicogyres digonaux selon b et des plans de symétrie de glissement selon c. Ces éléments de symétrie permettent d'admettre un arrangement semblable à celui proposé par Mark et v. Susich pour les chaînes à valences principales du caoutchouc.

A. Weinstein. — *Sur l'équation des vibrations d'une plaque.*

Considérons l'intégration de l'équation qui se présente dans le problème des vibrations d'une plaque encastrée:

$$\Delta\Delta w - \lambda w = 0 \qquad (1)$$

valable dans le carré S: $|x| \leqq \pi/2$, $|y| \leqq \pi/2$, avec les conditions aux limites

$$w = 0 \,, \qquad dw/dn = 0 \qquad (2)$$

sur la frontière C de S. Soient $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ les valeurs caractéristiques de ce problème, rangées par ordre de grandeur et en tenant compte de leurs multiplicités. On sait que [1]

$$\lambda_n \geqq \omega_n^2 \qquad n = 1, 2, \ldots \tag{3}$$

où $\omega_1, \omega_2, \ldots$ désignent les valeurs caractéristiques de l'équation classique pour les vibrations d'une membrane:

$$\Delta u + \omega u = 0 \quad \text{dans} \quad S\,, \qquad u = 0 \quad \text{sur} \quad C\,, \tag{4}$$

On a

$$\omega_1 = 2\,, \qquad \omega_2 = 5\,, \qquad \omega_3 = 5\,, \qquad \omega_4 = 8\,, \ldots \tag{5}$$

Un procédé que j'ai indiqué récemment [2] donne l'inégalité

$$13.29 < \lambda_1 < 13.37\,. \tag{6}$$

On déduit aisément de (3), (5) et (6) que *l'ordre de multiplicité de* λ_1 *est égal à un.*

Nous nous proposons de développer un procédé permettant d'établir des inégalités pour λ_2.

Soit AB le segment $x = 0$, $|y| \leqq \pi/2$, qui partage S en deux rectangles $S^+ (x > 0)$ et $S^- (x < 0)$. Considérons la première fonction caractéristique $w^+ = w_1^+$ du problème suivant:

$$\Delta\Delta w^+ - \lambda^+ w^+ = 0 \quad \text{dans} \quad S^+\,, \tag{7}$$

$$w^+ = 0 \quad \text{sur} \quad AB\,, \tag{8}$$

$$w^+ = 0 \quad \text{et} \quad dw^+/dn = 0 \tag{9}$$

sur les trois autres segments de la frontière C^+ de S^+. Soit λ_1^+ la valeur correspondante de λ^+. On obtient par la méthode de Ritz $\lambda_1^+ < 52.26$. Posons $w_2(x, y) = w_1^+(x, y)$ dans S^+ et $= w_1^+(-x, y)$ dans S^-. Soit $w_3(x, y) = w_2(y, x)$. Il est aisé de démontrer que w_2 et w_3 sont deux fonctions carac-

[1] R. Courant, Math. Zeitschrift, 15, 1922, p. 195.

[2] A. Weinstein, C. R. Paris, 200, 1935, p. 107; Journ. London Math. Soc., 10, 1935, p. 184; Proc. Cambridge Phil. Soc., 32, 1936, p. 96; S. Tomotika. Aeron. Institute, Tôkyô Imp. University, nº 129, 1935, p. 299.

téristiques *indépendantes* du problème (1). Ces fonctions correspondent à $\lambda = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^+$. On a

$$\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3 < 52.26 < \lambda_4 .$$

Par conséquent l'ordre de multiplicité de λ_2 est égal à *deux*.

Pour trouver une limite inférieure pour λ_2 nous allons considérer le problème suivant: Déterminer la plus petite valeur caractéristique $\rho = \rho_1$ de l'équation

$$\Delta\Delta v - \rho v = 0 \quad \text{dans} \quad S^+ \tag{10}$$

avec les conditions

$$v = 0 \quad \text{sur} \quad C^+ , \quad \iint_{S^+} p(x, y)\, \Delta v\, dx dy = 0 \tag{11}$$

où p désigne la fonction

$$\frac{\cos h\, 2y \sin 2x}{\cos h\, \pi} + \frac{\sin h\, x \cos y}{\sin h\, \frac{\pi}{2}} .$$

On aura $\rho_1 \leqq \lambda_1^+ = \lambda_2$. La méthode que j'ai indiquée, *l. c.* [2], permet de donner une expression *explicite* pour la première fonction caractéristique v_1 de ce problème, ainsi que de calculer la valeur correspondante de ρ_1. On obtient $\rho_1 > 50$. Par conséquent on a les inégalités

$$50 < \lambda_2 < 52.26 . \tag{12}$$

Je me propose de donner prochainement les démonstrations de ces résultats et d'étendre la méthode au calcul de λ_4, λ_5, ...

Ernest C. G. Stueckelberg. — *Radioactivité γ avec un spectre continu. Essai d'une nouvelle théorie unitaire du champ.*

Le fait que des électrons positifs et négatifs peuvent se recombiner en produisant un quantum de lumière nous permet de prévoir une nouvelle espèce de radioactivité. La théorie de Dirac d'une part, de nombreuses expériences d'autre part, ont prouvé la réalité de cette « recombinaison ».