Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 19 (1937)

Artikel: Sur un équation différentielle rencontrée dans un problème d'aérodynamique

Autor: Tiercy, G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741828

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

venir des ondes électro-magnétiques extérieures au disque — les mesures de longueur ne correspondraient pas à celles de la Géométrie d'Euclide. Cette démonstration établirait l'existence d'un phénomène d'aberration dû au mouvement du disque; mais elle ne permet pas d'affirmer que les lois de position des corps rigides (entre eux) ne sont pas, sur le disque tournant, celles de la Géométrie euclidienne.

En partant de règles rigides immobiles par rapport au disque tournant, Einstein et les relativistes paraissent attribuer à la métrique classique, définie par Poincaré [1], les résultats d'une autre métrique: celle des corps rigides comparés aux ondulations électromagnétiques extérieures.

C'est cette confusion qu'il importe d'éviter.

On peut montrer qu'en renonçant aux interprétations d'Einstein pour regarder — comme l'a fait M. H. Varcollier — les formules de la théorie de la Relativité comme résultant d'une théorie générale de l'aberration, on évite toutes ces difficultés.

G. Tiercy. — *Sur une équation différentielle rencontrée dans un problème d'aérodynamique.*

Le problème en question consiste à essayer de caractériser les vents au moyen de la divergence de la vitesse, ce qui ne paraît pas avoir été tenté jusqu'ici. Ce problème se présente tout naturellement à l'esprit, si l'on considère que les vents d'ouest procèdent bien souvent par bouffées brusques, suivies d'instants très courts pendant lesquels la vitesse est nulle; c'est là un fait d'expérience enregistré.

Il est aisé d'établir une équation mettant en jeu la divergence de la vitesse; cette équation est relativement simple; et, à première vue, semble permettre un calcul facile. Mais, comme on le verra par la suite, le résultat pratique est moins bon qu'on pouvait l'espérer.

[1] Et qui est, me semble-t-il, la seule cohérente. Cf. aussi GLASER, Zeitschrift für Physik, 1934.

L'équation cherchée s'établit en combinant la loi des gaz avec les équations fondamentales de l'hydrodynamique.

$$p = R\rho T \ , \qquad \text{(loi des gaz)} \ ; \tag{1}$$

$$\frac{dV}{dt} = F - \frac{1}{\rho} \cdot \operatorname{grad} p \ , \qquad \text{(mouvement)} \ ; \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho V) = 0 \ , \qquad \text{(équation de continuité)} \ ; \tag{3}$$

V = vecteur vitesse, F = vecteur accélération, ρ = densité, p = pression, T = température absolue.

On peut écrire (3) sous la forme:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} V + [V \mid \operatorname{grad} \operatorname{Log} \rho] = 0 \ , \tag{3'}$$

où la notation $[\alpha|\beta]$ désigne le produit scalaire de deux vecteurs α et β. On a d'autre part:

$$\operatorname{div} V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \ ,$$

où u, v, w sont les composantes de la vitesse V.

L'équation fondamentale (2) de l'hydrodynamique donne avec (1):

$$\frac{dV}{dt} = F - \frac{RT}{p} \cdot \operatorname{grad} p \ ;$$

d'où:

$$\operatorname{grad} \operatorname{Log} p = \frac{1}{RT}\left(F - \frac{dV}{dt}\right) ;$$

et par (1):

$$\operatorname{grad} \operatorname{Log} \rho + \operatorname{grad} \operatorname{Log} T = \frac{1}{RT}\left(F - \frac{dV}{dt}\right) \cdot \tag{4}$$

Si l'on porte cette relation dans l'équation (3') de continuité, il vient:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} V - [V \mid \operatorname{grad} \operatorname{Log} T] + \\ + \frac{1}{RT}[V \mid F] - \frac{1}{RT}\left[V \,\middle|\, \frac{dV}{dt}\right] = 0 \ ;$$

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - [V \mid \operatorname{grad} \operatorname{Log} T] + \operatorname{div} V + \\ + \frac{1}{RT}[V \mid F] - \frac{1}{RT} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot V^2}{dt} = 0 \ ;$$

ou encore:

$$\frac{\partial \operatorname{Log} p}{dt} - \frac{\partial \operatorname{Log} T}{\partial t} + \operatorname{div} V + \frac{1}{RT}[V \mid F] - \frac{1}{RT} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2}\right) = 0 \,. \tag{5}$$

Telle est l'égalité cherchée, le terme en (grad Log T) pouvant être négligé.

Remarquons encore que le produit intérieur $[V|F]$ du vecteur V avec le vecteur accélération de la pesanteur peut être, en général, regardé comme égal à zéro; les composantes horizontales de l'accélération de la pesanteur sont en effet nulles, et la composante verticale de la vitesse du vent est en général négligeable. De sorte qu'on peut écrire en fin de compte:

$$\operatorname{div} V = \frac{1}{RT} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2}\right) + \frac{1}{T} \cdot \frac{dT}{dt} - \frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dt} \,. \tag{6}$$

A première vue, cette formule semble avantageuse; car chacune des trois dérivées du second membre est divisée par un facteur numériquement assez important pour réduire notablement l'effet des erreurs d'observation.

Mais, à la pratique, il en va quelque peu autrement. J'avais demandé à M. Charles Golaz, assistant à l'Institut fédéral de Météorologie à Zurich, de bien vouloir examiner ce problème à l'aide des données numériques centralisées à l'Institut. La recherche de M. Golaz a montré que si le résultat donné par la formule (6) est parfois excellent, il lui arrive aussi de s'écarter notablement de la valeur de div V déduite des vitesses du vent observées au sol en des stations comme Berne, Zurich, Strasbourg, Friedrichshafen. La difficulté résulte du fait que V^2 croît et décroît souvent très rapidement et pendant des temps très courts; et il arrive qu'on ne sache pas quel signe choisir pour le terme en $\frac{d}{dt}\left(\frac{V^2}{2}\right)$.

En réalité, div V varie rapidement, de sorte que sa valeur instantanée paraît difficilement utilisable.