Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 19 (1937)

Artikel: La correspondance entre les potentiels retardés de la physique classique et de la physique quantique

Autor: Stueckelberg, E.-C.-G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741833

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Séance du 18 mars 1937.

E.-C.-G. Stueckelberg. — *La correspondance entre les potentiels retardés de la physique classique et de la physique quantique.*

Nous considérons les équations du mouvement d'un système n de n particules chargées, désignés par un indice μ, dont le centre est situé en $\vec{q}^{(\mu)}$ et qui présentent une masse $m^{(\mu)}$ et une densité de charge $\rho_0^{(\mu)}(\vec{x}, t) = e^{(\mu)}\,\delta(\vec{x} - \vec{q}^{(\mu)}(t))$. $e^{(\mu)}$ est la charge totale de la $\mu^{\text{ième}}$ particule, et $c\rho_0^{(\mu)} = \vec{q}\,\rho^{(\mu)}$ sa densité de courant.

Les équations du mouvement de ces particules résultent de n *principes de variation*

$$\delta \int dt^{(\mu)} \left\{ L^{0\mu} + \frac{1}{2} L^{\mu\mu} + \sum_{\mu,\nu<\mu} L^{\mu\nu} \right\} \qquad (1, \mu)$$

où

$$L^{0\mu} = m^{\mu}\sqrt{e^2 + \vec{q}^{(\mu)2}} + \int d\vec{x}^3 \,(\rho^{(\mu)}, A^{(0)}) \qquad (2)$$

$$L^{\mu\nu} = \int d\vec{x}^3 \,(\rho^{(\mu)}, A^{(\nu)}) \qquad (3)$$

$(\rho^{(\mu)}, A^{(0)}) = (\vec{\rho}^{(\mu)}, \vec{A}^{(0)}) - \rho_0^{(\mu)} A_0^{(0)}$ est le produit scalaire du quadrivecteur $\rho^{(\mu)} = (\vec{\rho}^{(\mu)}; \rho_0^{(\mu)})$ et du quadrivecteur du potentiel $A_0^{(0)} = (\vec{A}^{(0)}; A_0^{(0)})$. On a décomposé le potentiel en un potentiel extérieur $A^{(0)}$ provenant par exemple de charges qui n'appartiennent pas au système n et dont le mouvement est connu, et en un potentiel $A = \sum_{\mu=1}^{n} A^{(\mu)}$ produit par les charges $\rho^{(\mu)}$. Les potentiels $A^{(\mu)}$ sont les *potentiels retardés*; on peut les exprimer au moyen de la fonction invariante D de Heisenberg et Pauli, qui ne dépend que de la distance invariante $(|\vec{z}|^2 - c^2t^2)$ entre deux événements.

$$D(\vec{z}, t) = D(-\vec{z}, t) = -D(-\vec{z}, -t) =$$
$$= \frac{1}{|\vec{z}|}\left\{ \delta(|\vec{z}| + ct) - \delta(|\vec{z}| - ct) \right\} \qquad (4)$$

où δ est la fonction δ unidimensionnelle de Dirac. On peut alors définir un *potentiel retardé* ainsi qu'un *potentiel avancé*

$$A^{(\mu)}(\vec{x}, t)^{\substack{\text{av.}\\ \text{ret.}}} = -\int_{\substack{+\infty\\ -\infty}}^{t} dt^{(\mu)} \int d\vec{y}^3\, \rho^{(\mu)}(\vec{y}, t^{(\mu)})\, D(\vec{x}-\vec{y}, t-t^{(\mu)}) \,. \quad (5)$$

La limite $+\infty$ donne le potentiel avancé, la limite $-\infty$ le potentiel retardé.

Dans chacune des équations $(1, \mu)$ il faut faire varier seulement les $q^{(\mu)}(t^{(\mu)})$ comme fonction de $t^{(\mu)}$: les $q^{(\nu)}(t^{(\nu)})$ $(\nu \neq \mu)$ restent constants. On considère les $\rho^{(\mu)}$ et les $A^{(\mu)}$ comme des fonctions des $\vec{q}^{(\mu)}(t^{(\mu)})$; $\rho^{(\mu)}$ a été défini au début de ce mémoire; $A^{(\mu)}$ est défini par (5) en termes des $\vec{q}^{(\mu)}(t^{(\mu)})$.

Nous considérons maintenant *un seul principe de variation* de la forme

$$\delta \sum_{\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} dt^{(\mu)} \left\{ L^{0\mu} + \frac{1}{2} \sum_{\nu} L^{\mu\nu} \right\} = 0 \,. \quad (6)$$

Si nous faisons varier $\vec{q}^{(\mu)}$, l'équation (6) contient le terme $L^{0\mu} + \frac{1}{2} L^{\mu\nu}$, et la moitié seulement des termes $\frac{1}{2} \sum_{\nu \neq \mu} L^{\mu\nu}$. Mais les termes $L^{\nu\mu}$ contiennent aussi $q^{(\mu)}(t^{(\mu)})$; en faisant usage des équations (3) et (5), on trouve

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt^{(\nu)} L^{\nu\mu} =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt^{(\nu)} \int_{-\infty}^{t^{(\nu)}} dt^{(\mu)} \ldots \int\int d\vec{x}^3\, d\vec{y}^3\, \rho^{(\nu)}(\vec{x}\, t^{(\nu)})\, \rho^{(\mu)}(\vec{y}, t^{(\mu)})\, D(\vec{x}-\vec{y}, t^{(\nu)}-t^{(\mu)})$$

$$= \iint_{t^{(\nu)} > t^{(\mu)}} dt^{(\mu)}\, dt^{(\nu)} \ldots = \int_{-\infty}^{+\infty} dt^{(\mu)} \int_{t^{(\mu)}}^{\infty} dt^{(\nu)} \ldots$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} dt^{(\mu)} \left(\int d\vec{x}^3\, \rho^{(\mu)}(\vec{x}),\ A^{(\nu)\,\text{av.}}(\vec{x}) \right) \,.$$

$A^{(\nu)\,\text{av.}}$ est le potentiel avancé dont la définition est contenue dans (5).

On obtient les équations du *mouvement physique* à partir de $(1, \mu)$ si on prend pour (3) les potentiels retardés. Cependant la *théorie mathématique* de Maxwell admet toute combinaison $A' = c^+ A^{(\nu)\,\text{ret.}} + c^- A^{(\nu)\,\text{av.}}$ pourvu que $c^+ + c^- = 1$. Le principe (6) donne en particulier des solutions des équations du mouvement avec $c^+ = c^- = \frac{1}{2}$.

Si on forme $L^{\mu\nu}$ à partir de ce potentiel mixte et qu'on les remplace dans (6) on obtient une lagrangienne

$$\delta \int L\,dt = 0 \;;\quad L = \sum_{\mu}\left(L^{0\mu} + \frac{1}{2} L^{\mu\mu}\right) + \sum_{\mu,\,\nu<\mu} L^{\mu\nu} \,. \tag{7}$$

Si toutes les fonctions $f(t)$ sont données par des séries ou des sommes de Fourier $f(t) = \Sigma\, g(k)\, c^{ikt}$ on peut écrire formellement sous certaines conditions

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{t} f(t)\,dt = \int_{+\infty}^{t} f(t)\,dt &= \sum_k g(k) \int_{\pm\infty}^{t} dt\, e^{ikt} \\ &= \sum_k g(k)\,(ik)^{-1}\, e^{ikt} \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{-1} f(t) \,. \end{aligned} \tag{8}$$

L'opérateur $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{-1}$ étant défini par cette relation. On a alors $A^{(\nu)\,\text{ret.}} = A^{(\nu)\,\text{av.}}$ et pour $-L^{\mu\nu}\,(\mu \neq \nu)$:

$$-L^{\mu\nu}(t) = \left[\left(\frac{\partial}{\partial t^{(\nu)}}\right)^{-1} \cdots \right.$$
$$\left. \int\int d\vec{x}^3\, d\vec{y}^3 \left(\rho^{(\mu)}(\vec{x}),\ \rho^{(\nu)}(\vec{y})\right) D\left(\vec{x} - \vec{y},\ t^{(\mu)} - t^{(\nu)}\right)\right]^{t^{(\mu)} = t^{(\nu)} = t} \,. \tag{9}$$

Dans la théorie des quanta, on fait correspondre un opérateur à chaque grandeur physique. Par un principe de correspondance, nous associons à $-L^{\mu\nu}$, qui décrit l'interaction entre les charges, l'opérateur $-L^{\mu\nu}$.

Cet opérateur n'a de sens que si la fonction ψ dépend des temps propres. $\rho^{(\mu)}$ est alors l'opérateur de densité de charge. (Dans la théorie de Dirac, $\rho^{(\mu)}(\vec{x}) = e^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}\delta(\vec{x} - \vec{q}^{(\mu)})$, où δ est la fonction δ tridimensionnelle de Dirac[1].) Lorsqu'on forme l'élément de matrice $L^{\mu\nu}_{mn}$, il faut que l'opérateur $\left(\frac{\partial}{\partial t^{(\nu)}}\right)^{-1}$ qui figure dans l'expression (9) agisse sur ψ^*_m et sur ψ_n [1].

On peut vérifier que (9) entraîne la formule de Møller pour des particules libres. Nous prouverons dans la prochaine communication que même pour des particules liées, cet opérateur suit rigoureusement la théorie des quanta en deuxième approximation [2].

E.-C.-G. Stueckelberg. — *Etablissement de la formule des potentiels retardés dans la physique quantique.*

En utilisant la méthode des temps multiples de Dirac, Fock et Podolsky [3] nous nous proposons de calculer le terme d'interaction $-L^{\mu\nu}$ du mémoire précédent[4]; ce sera un opérateur; on verra qu'il sera identique à l'équation que nous avions numérotée (9). Il faut résoudre ici les n équations

$$\left(R^{(\mu)}(t^{(\mu)}) + V^{(\mu)}(t^{(\mu)}) + \frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial t^{(\mu)}}\right)\psi(t^{(1)}, t^{(2)} \ldots) \cdot$$

$$= [H^{(\mu)} - V^{(\mu)}]\psi = 0 \,, \quad (1.\mu)$$

avec

$$H^{(\mu)} = m^{(\mu)}c^2\beta^{(\mu)} + c(\alpha^{(\mu)}, \pi^{(\mu)})$$

$$V^{(\mu)} = e^{(\mu)}(\alpha^{(\mu)}, A(\vec{q}^{(\mu)}, t^{(\mu)})) \qquad (2)$$

[1] Voir formules (7) et (8) de la communication suivante.

[2] E. C. G. Stueckelberger, C. R. Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève, *54*, p. 48, 1937.

[3] Pour la littérature, cf. E.-C.-G. Stueckelberg, C. R. Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève, *52*, p. 99 (1935).

[4] E. C. G. Stueckelberg, C. R. Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève, *54*, p. 48, 1937.