Etablissement de la formule des potentiels retardés dans la physique quantique

Autor(en): **Stueckelberg, E.-C.-G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **19 (1937)**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741834

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Cet opérateur n'a de sens que si la fonction ψ dépend des temps propres. $\rho^{(\mu)}$ est alors l'opérateur de densité de charge. (Dans la théorie de Dirac, $\rho^{(\mu)}(\vec{x}) = e^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}\delta(\vec{x} - \vec{q}^{(\mu)})$, où δ est la fonction δ tridimensionnelle de Dirac[1].) Lorsqu'on forme l'élément de matrice $L^{\mu\nu}_{mn}$, il faut que l'opérateur $\left(\frac{\partial}{\partial t^{(\nu)}}\right)^{-1}$ qui figure dans l'expression (9) agisse sur ψ^*_m et sur ψ_n [1].

On peut vérifier que (9) entraîne la formule de Møller pour des particules libres. Nous prouverons dans la prochaine communication que même pour des particules liées, cet opérateur suit rigoureusement la théorie des quanta en deuxième approximation [2].

E.-C.-G. Stueckelberg. — *Etablissement de la formule des potentiels retardés dans la physique quantique.*

En utilisant la méthode des temps multiples de Dirac, Fock et Podolsky [3] nous nous proposons de calculer le terme d'interaction $-L^{\mu\nu}$ du mémoire précédent[4]; ce sera un opérateur; on verra qu'il sera identique à l'équation que nous avions numérotée (9). Il faut résoudre ici les n équations

$$\left(R^{(\mu)}(t^{(\mu)}) + V^{(\mu)}(t^{(\mu)}) + \frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial t^{(\mu)}}\right)\psi(t^{(1)}, t^{(2)} \ldots) \cdot$$

$$= [H^{(\mu)} - V^{(\mu)}]\psi = 0 \,, \quad (1.\mu)$$

avec

$$H^{(\mu)} = m^{(\mu)}c^2\beta^{(\mu)} + c(\alpha^{(\mu)}, \pi^{(\mu)})$$

$$V^{(\mu)} = e^{(\mu)}(\alpha^{(\mu)}, A(\vec{q}^{(\mu)}, t^{(\mu)})) \qquad (2)$$

[1] Voir formules (7) et (8) de la communication suivante.

[2] E. C. G. Stueckelberger, C. R. Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève, *54*, p. 48, 1937.

[3] Pour la littérature, cf. E.-C.-G. Stueckelberg, C. R. Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève, *52*, p. 99 (1935).

[4] E. C. G. Stueckelberg, C. R. Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève, *54*, p. 48, 1937.

$\beta^{(n)}$ et $\alpha_i^{(n)}$ $(i = 1, 2, 3)$ sont les matrices de Dirac;

$$\alpha_0^{(\mu)} = 1 \; ; \qquad \text{et} \qquad c\vec{\pi}^{(\mu)} = \frac{ch}{i}\frac{\partial}{\partial \vec{q}^{(\mu)}} - e^{(\mu)}\vec{A}^{(0)}\left(\vec{q}^{(\mu)}, t^{(\mu)}\right) \; ;$$

$$c\pi_0^{(\mu)} = -\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial t} - e^{(\mu)} A_0^{(0)}\left(\vec{q}^{(\mu)}, t\right) .$$

$A_i^{(0)}$ sont des nombres ayant la même signification que dans le mémoire précédent, tandis que A_i est un opérateur qui satisfait les relations de commutation

$$\left[A_i(x, t) \; , \; A_k(x' t')\right] = -\frac{hc}{i}\delta_{ik} D(\vec{x} - \vec{x}', t - t') \qquad (3)$$

les crochets symbolisent l'opération

$[a, b] = ab - ba$; et les δ_{ik} satisfont les équations

$$\delta_{ik} = 0 \qquad i \neq k \qquad \delta_{11} = \delta_{22} = \delta_{33} = -\delta_{00} = 1 .$$

Dans la théorie classique, les n équations $(1 . \mu)$ étaient résolubles, mais ici la condition d'intégrabilité étudiée par Bloch [1] montre qu'il n'existe en général de solution que lorsque $t^{(1)} = t^{(2)} = \ldots = t^{(n)}$. Cette solution satisfait aussi l'équation

$$\sum_\mu (H^{(\mu)} + V^{(\mu)})\psi = \left(\sum_\mu R'^{(\mu)}(t) - \sum_\mu V^{(\mu)}(t) + \frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\overline{\psi} \qquad (4)$$

$$R'^{(\mu)} = R^{(\mu)} + e^{(\mu)} A_0^{(0)}\left(\vec{q}^{(\mu)}, t\right)$$

où $\overline{\psi}(t)$ est la valeur de la fonction ψ quand on y a posé

$$t^{(1)} = t^{(2)} = \ldots = t^{(n)} = t .$$

On résoud l'équation (4) par approximation en posant

$$\psi = \psi^{(0)} + \psi^{(1)} + \ldots$$

où $\psi^{(0)}$ satisfait les équations $H^{(\mu)}\psi^{(0)} = 0$ et où $\psi^{(n)}$ est proportionnel à la $n^{\text{ième}}$ puissance des charges $e^{(\mu)}$. En identifiant les termes de même ordre on trouve

$$\psi^{(1)} = -\left(\sum_\nu H^{(\nu)}\right)^{-1} \sum_\mu V^{(\mu)}\psi^{(0)} = \sum_\mu (H^{(\mu)})^{-1} V^{(\mu)}\psi^{(0)} .$$

Pour établir la deuxième égalité, on a fait usage de la relation $f(\mathrm{H}^{(\nu)})\,\mathrm{V}^{(\mu)}\,\psi^{(0)} = f(0)\,\mathrm{V}^{(\mu)}\,\psi^{(0)}$ qu'on peut écrire parce que l'opérateur $\mathrm{V}^{(\mu)}$ commute avec $\mathrm{H}^{(\nu)}$ si $\mu \neq \nu$, et que $\mathrm{H}^{(\nu)}\,\psi^{(0)} = 0$.

Il est facile de vérifier que la première approximation ψ^{I} de l'équation (inexacte)

$$\left(\sum_{\mu} \mathrm{H}^{(\mu)} - \sum_{\mu} \mathrm{V}^{(\mu)} - \sum_{\mu\nu} \mathrm{L}^{\mu\nu}\right) \psi = 0$$

qui est déterminée par

$$\sum_{\mu} \mathrm{H}^{(\mu)}\,\psi^{\mathrm{I}} = \left(\sum_{\mu} \mathrm{V}^{(\mu)} + \sum_{\mu\nu} \mathrm{L}^{\mu\nu}\right) \psi^{(0)}$$

est bien identique à l'expression $\psi^{(1)} + \psi^{(2)}$ pourvu que

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{L}^{\mu\nu} &= \mathrm{W}^{\mu\nu} + \mathrm{W}^{\nu\mu} \\ \mathrm{W}^{\mu\nu} &= \mathrm{V}^{(\mu)}\,(\mathrm{H}^{(\nu)})^{-1}\,\mathrm{V}^{(\nu)} \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

L'élément de matrice de $\mathrm{W}^{\mu\nu}\,(\mu \neq \nu)$ avec deux fonctions de première approximation ψ_n et ψ_m est en effet

$$\mathrm{W}^{\mu\nu}_{mn}(t) = \left[\int\!\!\int d\vec{q}^{\,(\mu)3}\, d\vec{q}^{\,(\nu)3}\, \psi^*_m\, (\mathrm{H}^{(\nu)})^{-1}\, \mathrm{V}^{(\mu)}\, \mathrm{V}^{(\nu)}\, \psi_n\right]_{t^{(n)} = t^{(\nu)} = t}$$

parce que l'opération $f(\mathrm{H}^{(\nu)})$ est interchangeable avec $\mathrm{V}^{(\mu)}$. La partie $\mathrm{R}'^{(\nu)}$ de $\mathrm{H}^{(\nu)}$ est hermitique. On peut donc considérer que $\mathrm{R}'^{(\nu)}$ opère à gauche sans changer la valeur de l'intégrale. L'identité

$$\left(\mathrm{R}'^{(\nu)}\,\psi_m\right)^* = \frac{h}{i}\,\frac{\partial \psi^*_m}{\partial t^{\nu}}\,,$$

qui provient du fait que ψ_m est solution de $\mathrm{H}^{(\nu)}\,\psi_m = 0$, permet d'écrire

$$\mathrm{W}^{\mu\nu}_{mn}(t^{(t)}) = \left[\left(\frac{\partial}{\partial t^{(\nu)}}\right)^{-1} \int\!\!\int d\vec{q}^{\,(\mu)3}\, d\vec{q}^{\,(\nu)3}\, \psi^*_m\, \frac{i}{h}\, \mathrm{V}^{(\mu)}\, \mathrm{V}^{(\nu)}\, \psi_n\right]_{t^{(\mu)} = t^{(\nu)} = t}. \qquad (6)$$

On définit un opérateur $f\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$ comme opérant sur une fonction développable en série de Fourier[1]. La théorie des perturbations montre que les éléments de matrice qui ne dépendent pas du temps sont seuls importants dans cette approximation (c'est la loi de conservation de l'énergie). On aura donc

$$f\left(\frac{\partial}{\partial t^{(\nu)}} + \frac{\partial}{\partial t^{(\mu)}}\right) \int\int \ldots = 0 \ .$$

Si on transforme $W^{\nu\mu}$ en tenant compte de cette dernière égalité on trouve

$$- L^{\mu\nu}_{mn}(t) = - \left[\left(\frac{\partial}{\partial t^{(\nu)}}\right)^{-1} \int\int d\vec{q}^{(\mu)}\, d\vec{q}^{(\nu)}\, \psi^*_m \frac{i}{h} \left[V^{(\mu)}, V^{(\nu)}\right] \psi_n\right]_{t^{(n)} = t^{(\nu)} = t} . \tag{7}$$

Avec la définition (2) de $V^{(\mu)}$ et la relation (3), on voit que (7) est l'élément de matrice de l'opérateur (9) du mémoire précédent, pourvu que l'opérateur $\rho^{(\mu)}$ soit

$$\rho^{(\mu)}(\vec{x}, t^{(\mu)}) = e^{(\mu)} \alpha^{(\mu)} \delta(\vec{x} - \vec{q}^{(\mu)}) \ .$$

On trouve l'élément de matrice de l'opérateur en calculant

$$L^{\mu\nu}_{mn}(t) = \left[\int\int d\vec{q}^{(\mu)}\, d\vec{q}^{(\nu)}\, \psi^*_m L^{\mu\nu} \psi_n\right]_{t^{(\mu)} = t^{(\nu)} = t} . \tag{8}$$

L'opération $\left(\frac{\partial}{\partial t^{\nu}}\right)^{-1}$ doit s'effectuer sur toute l'intégrale (8) avant l'égalisation des temps, on trouve ainsi que (8) est identique à (7).

Le calcul explicite donne naturellement la formule de Møller pour $A^{(0)} = 0$. Mais on voit que même pour des électrons liés ($A^{(0)} \neq 0$) l'idée de Møller sera rigoureusement valable, de décrire l'interaction entre les particules par des potentiels retardés suivant un principe de correspondance.

M. A. Mercier et moi avons calculé, selon cette théorie, le cas où l'influence du champ $A^{(0)}$ n'est à considérer qu'en première approximation; c'est le résultat de ce calcul qui m'a suggéré l'idée de donner une preuve plus générale de la validité du principe de correspondance exprimé dans l'opérateur $L^{\mu\nu}$.

[1] Voir communication précédente.