Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 19 (1937)

Artikel: Potentiel de polygones et géométrie élémentaire
Autor: Bilger, G.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741848

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Sud de la Russie se caractérisent par un indice d'iode beaucoup plus faible que celui des huiles du centre de ce pays. Il en conclut que dans les plantes, ce sont les glycérides non saturés qui se forment les derniers à la fin de la maturation.

A l'appui de ces observations et quoi qu'il en soit du processus interne de la formation des glycérides, on peut évoquer à l'appui les résultats analytiques des graisses animales. Les animaux à sang froid montrent en majorité dominante des indices d'iode élevés (140 à 170), tandis que ceux à sang chaud sont beaucoup plus bas (40-90). Parmi les animaux à sang chaud, ceux qui vivent dans les pays froids (ours blancs et pingouins) ont l'indice le plus élevé. Cette même distinction se constate en général dans les parties du corps d'un même animal, selon qu'elles se trouvent au contact de l'air ambiant ou à l'intérieur du corps.

Séance du 17 juin 1937.

G. Bilger. — *Potentiel de polygones et géométrie élémentaire.*

Comme dans notre note du 4 mars 1937, nous voudrions former des polygones potentiellement équivalents par identification des singularités des potentiels qu'ils engendrent.

Nous savons entre autres que les seules singularités à distance finie du potentiel logarithmique de simple couche engendré par un polygone homogène sont les sommets de ce polygone qui sont des points de ramification.

Soit U le potentiel créé par une répartition donnée; un indice supérieur affectant U aura trait au corps générateur; un indice inférieur à la région où le potentiel est calculé.

Nous établirons d'abord la proposition suivante: Etant données 2 droites concourantes Δ_1 et Δ_2, de densité constante ρ, faisant entre elles un angle 2α, il est alors toujours possible de leur adjoindre une 3me droite concourante Δ_3, de densité ρ', faisant avec Δ_1 un angle γ pour que le point de concours perde sa propriété de point singulier pour la fonction $U^{\Delta_1+\Delta_2-\Delta_3}$.

Pour déterminer γ et ρ', écrivons d'après un théorème général de M. R. Wavre que la fonction période relative à $U^{\Delta_1+\Delta_2-\Delta_3}$ est nulle identiquement après avoir décrit un circuit fermé autour du point de concours. Nous obtenons

$$\operatorname{tg}\gamma \equiv \operatorname{tg}\alpha \qquad \rho' = 2\rho\cos\alpha\ .$$

La droite Δ_3 est donc bissectrice de l'angle formé par les droites Δ_1 et Δ_2.

D'après le principe de M. Picard, le point de concours, au voisinage duquel la fonction $U^{\Delta_1+\Delta_2-\Delta_3}$ est uniforme et bornée, cesse d'être point singulier.

Remarque: Si nous adjoignons aux droites Δ_1 et Δ_2 de densité constante ρ, faisant entre elles un angle 2α, deux autres droites Δ_3 et Δ_4 de densité constante ρ' faisant entre elles un angle 2β, la proposition précédente nous dit que la bissectrice de l'angle 2α est la même que celle de l'angle 2β et que

$$\rho' = \rho\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\ . \tag{1}$$

D'après ce qui précède, pour que deux polygones C et C′ chargés respectivement des densités ρ et ρ' engendrent le même potentiel, il faut:

a) qu'ils aient les mêmes sommets;

b) qu'ils aient la même bissectrice en chaque sommet;

c) que les densités soient liées par la relation $\rho' = \rho\dfrac{\cos\alpha_i}{\cos\beta_i}$ quel que soit i

$2\alpha_i$ désignant un angle quelconque de C,

$2\beta_i$ désignant l'angle de C′ ayant même sommet que α_i;

d) qu'ils aient la même masse.

a), *b*), *c*) font disparaître les singularités à distance finie pour la fonction $U^{C-C'}$ et *d*) fait disparaître la singularité à l'infini.

Donc $U^{C-C'}$ est une fonction uniformément nulle à l'infini, harmonique dans tout le plan, donc identiquement nulle:

$$U^{C-C'} \equiv 0 \qquad U^{C} \equiv U^{C'}\ .$$

Applications: Dans ces applications, nous n'envisagerons que la famille des polygones inscriptibles, homogènes et équiangles. Cette famille comprend les polygones réguliers (pairs et impairs) et les polygones semi-réguliers (pairs seulement).

I. *Polygones réguliers:* Soient 2 polygones réguliers C et C′, inscrits dans un cercle de rayon a, de densités respectives ρ et ρ'; un côté c de C sous-tend un arc comprenant p divisions et un côté c' de C′ en sous-tend p'. Par division, nous entendons l'arc dont la valeur en radians est $\frac{2\pi}{n}$, n désignant le nombre de sommets de C ou de C′.

Par des calculs faciles, nous avons:

$$c = 2a \sin p \cdot \frac{\pi}{n} \qquad c' = 2a \sin p' \frac{\pi}{n}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{ angle de C} = \frac{\pi}{2} - p \cdot \frac{\pi}{n} \qquad \beta = \frac{1}{2} \text{ angle de C}' = \frac{\pi}{2} - p' \frac{\pi}{n} \cdot$$

Calculons ρ' au moyen de (1):

$$\rho' = \rho \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - p\frac{\pi}{n}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - p'\frac{\pi}{n}\right)} = \rho \cdot \frac{\sin\left(p\frac{\pi}{n}\right)}{\sin\left(p'\frac{\pi}{n}\right)}$$

et vérifions maintenant que ρ' étant ainsi déterminée, les masses sont égales.

$$n \cdot c\rho = n c' \rho'$$

ou

$$n \cdot 2a \sin p \cdot \frac{\pi}{n} \cdot \rho = n \cdot 2a \sin\left(p'\frac{\pi}{n}\right) \rho \frac{\sin\left(p\frac{\pi}{n}\right)}{\sin\left(p'\frac{\pi}{n}\right)}$$

identité toujours satisfaite. D'où la proposition suivante: *Tous les polygones réguliers homogènes ayant les mêmes sommets et la même masse créent le même potentiel logarithmique de simple couche dans le domaine connexe du point à l'infini.*

II. *Polygones semi-réguliers:* Par là, nous entendons des polygones pairs inscriptibles tels que tous leurs côtés de rang

pair soient égaux entre eux et tous leurs côtés de rang impair aussi. De tels polygones ont tous leurs angles égaux.

Sans insister sur la construction de ces polygones et en suivant une démonstration analogue à celle employée pour les polygones réguliers, nous pouvons formuler la proposition suivante: *Tous les polygones semi-réguliers homogènes, inscriptibles, ayant les mêmes sommets*, en chaque sommet la même bissectrice *et la même masse, créent le même potentiel logarithmique de simple couche dans le domaine connexe du point à l'infini.*

Conséquences géométriques: Des deux propositions précédentes, nous pouvons déduire un théorème de géométrie élémentaire.

Envisageons un polygone C (régulier ou semi-régulier) et tous les polygones C′ qui lui sont potentiellement équivalents dans le domaine connexe du point à l'infini. Ecrivons que la fonction période relative à la fonction représentant le potentiel de ces polygones est la même après avoir décrit un circuit fermé autour d'un nombre quelconque de sommets. Nous obtenons

$$\Sigma \pm p_i \equiv \Sigma \pm p_i'$$

et comme $p_i = 2\pi \rho_i d_i$

$$\rho \Sigma \pm d_i \equiv \rho' \Sigma \pm d_i' \ .$$

Les densités étant inversément proportionnelles aux périmètres, nous avons:

$$\frac{\Sigma \pm d_i}{l} \equiv \frac{\Sigma \pm d_i'}{l'}$$

l désignant le périmètre de C; l' celui de C′;

d_i la distance du point extérieur M à la droite qui porte le côté de C traversé par un circuit fermé quelconque passant par M;

d_i' l'élément correspondant pour C′.

Pour fixer le signe des distances, nous supposerons le polygone orienté et les distances comptées positivement à gauche.

De plus, nous conviendrons d'affecter à ces distances le signe + ou — suivant qu'en décrivant le circuit les côtés seront franchis dans le sens contraire ou dans le même sens que le sens positif de la normale aux côtés franchis.

Des propositions analogues sont vraies pour les aires des polygones réguliers et semi-réguliers et les potentiels qu'elles engendrent.

Dans les applications précédentes, nous avons remplacé, pour obtenir le même potentiel, un corps homogène par un autre corps homogène; nous avons également envisagé le cas où le potentiel logarithmique d'un corps homogène est le même que celui de deux corps homogènes de densités différentes. Le cas le plus simple est celui du losange dont les côtés créent le même potentiel que les diagonales chargées chacune d'une densité proportionnelle à leur longueur. Le cas du losange peut être facilement généralisé.

G. Carrisson. — *Dénombrement rapide d'une suspension microbienne.*

La détermination de la respiration et des fermentations aérobie et anaérobie des microbes par la méthode manométrique de Warburg et l'étude quantitative des réductases bactériennes par la technique de Thunberg impliquent la connaissance du nombre de cellules microbiennes contenues dans 1 cm^3 de la suspension mise en œuvre. En effet, les résultats obtenus par ces méthodes ne sont comparables que s'ils se rapportent à une même quantité de microbes.

Les techniques les plus employées pour le dénombrement des suspensions microbiennes sont:

1° le comptage direct au microscope;
2° le comptage par la méthode de dilution en vases Pétri;
3° la détermination, à l'aide d'une microbalance, du poids sec des organismes étudiés. Ce poids est une expression indirecte de la population bactérienne.

L'exécution de l'une ou l'autre de ces méthodes est longue