Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 24 (1942)

Artikel: Application à la théorie de l'inversion d'un système de coordonnées dû à Varignon

Autor: Rossier, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741777

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Les Chlorelles que nous étudions montrent aussi des inclusions amylacées; elles sont particulièrement visibles, à côté du pyrénoïde, dans les cellules du 574 sur milieu anticaroténigène, sous forme de grains plus ou moins gros répartis sur toute la surface du plastide. Des cellules pas trop mûres du n° 574, cultivé sur milieu caroténigène, montrent, après coloration à l'iode, un réseau de grains violets répartis à l'intérieur de la sphère cellulaire. L'examen d'autres stades intermédiaires, permet d'aboutir à la conclusion suivante: un certain nombre des inclusions amylacées, sinon toutes, évoluent en vésicules, puis en corpuscules. Ces derniers représentent en définitive une dégénérescence amyloïde du plastide sous l'influence des conditions nutritives favorables à l'accumulation des lipides et corrélativement des caroténoïdes. Nous sommes en conséquence autorisés à parler d'une dégénérescence amylo-graisseuse de la cellule caroténifère.

Ces remarques de pathologie cellulaire chez les Algues, mettent en évidence deux fonctions du plastide: métabolisme de l'azote au niveau du pyrénoïde, métabolisme des corps ternaires au niveau des inclusions amylacées. En chacune de ces régions, la dystrophie, dont nous avons déjà mesuré les effets par des méthodes analytiques, a des répercussions cytologiques non moins définies. La caroténogénie ou chlorose colorée des Algues est une maladie trophique ou génétique caractérisée par une dégénérescence du plastide.

Université de Genève.
Institut de botanique générale.

Paul Rossier. — *Application à la théorie de l'inversion d'un système de coordonnées dû à Varignon.*

1. — Varignon [1] a employé le système de coordonnées suivant:

Sur un cercle (dit fondamental) de rayon ρ, portons une longueur ξ et, sur le rayon passant par l'extrémité de cet arc,

[1] Mémoires de l'Académie de Paris, MDCCIV, 1722, cité par WIELEITNER, *Spezielle ebene Kurven*, p. 318.

marquons le point P dont la distance à cette extrémité est η. Les coordonnées ξ et η définissent P et réciproquement, sous réserve de conditions évidentes.

La théorie de ce système de coordonnées est élémentaire. En particulier, signalons que l'angle α d'une courbe et du rayon correspondant du cercle est donné par

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\rho + \eta}{\rho} \frac{d\xi}{d\eta} . \tag{1}$$

2. — En coordonnées de Varignon, une courbe algébrique est représentée par une équation de la forme

$$\sum_{i+k \leq n} a_{ik} (\rho + \eta)^{i+k} \cos^i \frac{\xi}{\rho} \sin^k \frac{\xi}{\rho} = 0 . \tag{2}$$

Par exemple, l'équation

$$(\rho + \eta)^2 \left(\sin^2 \frac{\xi}{\rho} + \cos^2 \frac{\xi}{\rho} \right) = 0$$

représente les asymptotes du cercle fondamental; au centre correspond l'équation $\eta = -\rho$ avec ξ indéterminé, tandis que les droites isotropes donnent $\cos^2 \frac{\xi}{\rho} + \sin^2 \frac{\xi}{\rho} = 0$ ou $\xi = \infty$.

3. — Si deux points sont inverses par rapport au cercle fondamental, leurs coordonnées sont liées par les relations suivantes:

$$\xi = \xi' ; \quad (\rho + \eta)(\rho + \eta') = \rho^2 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\eta} + \frac{1}{\eta'} + \frac{1}{\rho} = 0 . \tag{3}$$

Pour l'étude de l'inversion, les coordonnées de Varignon présentent l'avantage de laisser une coordonnée invariante; seul η est modifié; les coordonnées polaires jouissent de la même propriété, mais, en outre, les coordonnées de Varignon permettent de passer facilement à la symétrie par rapport à une droite, en posant $\rho = \infty$.

Les équations ci-dessus conduisent immédiatement aux pro-

priétés bien connues de l'inversion: l'inverse du centre est la droite à l'infini; l'inverse d'un point sur une asymptote du cercle fondamental est le point cyclique correspondant; l'inverse d'un point cyclique est indéterminé sur la droite isotrope correspondante.

L'inversion conserve les angles mais en change le sens, comme on le voit en appliquant à la transformée d'une courbe l'équation (1) et en tenant compte de l'équation (3), après différenciation.

4. — L'inverse d'une courbe algébrique est algébrique. En effet, l'inverse de la courbe représentée par l'équation (2) est

$$\sum a_{ik}\,\rho^{2(i+k)}(\rho+\eta)^{-i-k}\cos^i\frac{\xi}{\rho}\sin^k\frac{\xi}{\rho}=0\,.$$

Multiplions chaque terme par

$$(\rho+\eta)^{2n}\left(\cos^2\frac{\xi}{\rho}+\sin^2\frac{\xi}{\rho}\right)^{n-i-k}.$$

Il vient

$$\sum a_{ik}\,\rho^{2(i+k)}(\rho+\eta)^{2n-i-k}\cos^i\frac{\xi}{\rho}\sin^k\frac{\xi}{\rho}\left(\cos^2\frac{\xi}{\rho}+\sin^2\frac{\xi}{\rho}\right)^{n-i-k}=0\,,$$

expression qui est bien de la forme (2); elle contient $(\rho+\eta)^n\left(\sin^2\frac{\xi}{\rho}+\cos^2\frac{\xi}{\rho}\right)^n$ en facteur ; c'est dire que le centre et les points cycliques en sont des points multiples d'ordre n. Aux termes de degré inférieur de la proposée, correspondent ceux de degré supérieur de la transformée. Si la proposée possède au centre un point multiple d'ordre p, les coefficients $a_{i,k}$ sont nuls pour $i+k<p$; le degré de la transformée est alors abaissé de p unités.

Si la proposée est circulaire, d'ordre m de circularité, la transformée comporte les asymptotes du cercle fondamental, comptées m fois; le degré de la transformée proprement dite est alors abaissé de $2m$ unités.

5. — Appliquons ce qui précède aux courbes anallagmatiques, c'est-à-dire qui sont conservées dans une inversion. Pour alléger la discussion générale, examinons premièrement le cas des coniques. Posons

$$A_{ik} = a_{ik} \cos^i \frac{\xi}{\rho} \sin^k \frac{\xi}{\rho} .$$

L'équation de la conique et celle de son inverse après multiplication par $(\rho + \eta)^2$ sont

$$\sum_{i+k\leq 2} A_{ik} (\rho + \eta)^{i+k} = 0 \; ; \qquad \sum A_{ik} \rho^{2(i+k)} (\rho + \eta)^{2-i-k} = 0 .$$

Ces deux équations sont identiques à un facteur P près. La comparaison des termes rectangles donne $P = \rho^2$. Les termes extrêmes fournissent tous deux la relation suivante, qui doit être identiquement satisfaite, quel que soit ξ:

$$PA_{00} = \rho^4 (A_{20} + A_{11} + A_{02}) .$$

Il faut $a_{11} = 0$ et $a_{12} = a_{21} = a$. Les coniques anallagmatiques sont des cercles orthogonaux au cercle principal.

La discussion précédente suppose $A_{10} + A_{01} \not\equiv 0$ donc a_{10} et $a_{01} \neq 0$. Supposons le contraire. La condition devient

$$A_{00}^2 = \rho^4 (A_{20} + A_{11} + A_{02})^2 .$$

On y satisfait par $\eta = -\rho$, la conique se compose des asymptotes du cercle fondamental, ou bien par $a_{11} = 0$ et $a_{02} = a_{20}$. La conique se réduit alors au cercle fondamental.

6. — Examinons enfin les courbes algébriques anallagmatiques. Opérant comme ci-dessus, il vient pour la courbe et son inverse, celle-ci, après multiplication par $(\rho + \eta)^n$.

$$\sum_{i+k\leq n} A_{ik} (\rho + \eta)^{i+k} = 0 \; ; \qquad \sum A_{jk} \rho^{2(j+k)} (\rho + \eta)^{n-j-k} = 0 .$$

Ces expressions sont identiques à un facteur constant P près. Limitons la discussion au cas général de n pair, la courbe ne

passant pas par le centre d'anallagmatie. La comparaison des coefficients donne un nombre impair d'équations de la forme

$$P \Sigma A_{i,\, r-i} = \rho^{2(n-r)} \Sigma A_{j,\, n-r-j} \; .$$

L'équation médiane $\left(r = \frac{n}{2}\right)$ donne $P = \rho^n$. Dans le système précédent, les équations de rang $n/2 + r$ et $n/2 - r$ sont identiques, à un facteur ρ^{2r} près. L'anallagmatie impose donc à l'équation de la courbe un nombre de conditions égal à la moitié de son degré et de la forme

$$\Sigma A_{i,\, r-i} = \rho^{n-2r} \Sigma A_{j,\, n-j-r} \; .$$

Jean-Ph. Buffle. — *Différence de composition chimique entre la base et la surface de la nappe aquifère profonde de Perly (canton de Genève).*

Il est bien connu que l'eau des lacs peut présenter des différences de composition chimique entre les couches successives. Delebecque [1] le premier signala une différence sensible entre les couches superficielles et profondes du lac de Nantua ainsi que du lac de Genève. Cet auteur mit également en évidence une très grosse différence de composition entre les eaux superficielles du lac de la Girotte (Haute-Savoie) et celles puisées à 95 mètres de profondeur, la minéralisation étant environ huit fois plus forte en profondeur qu'en surface. Collet et Mellet [2] attirèrent l'attention sur un fait du même genre dans le lac Ritom où les couches du fond sont beaucoup plus riches en $CaSO_4$ et en H_2S que les couches superficielles. Ces différences sont attribuables, dans le cas des lacs de Genève et de Nantua, à l'intervention des organismes et spécialement des algues calciphages. Les différences constatées dans les lacs Ritom et de la Girotte s'expliquent par l'existence de sources sous-lacustres très riches en gypse, dont l'eau dense ne peut

[1] A. Delebecque, *Les lacs français*, p. 211 et 212. Paris 1898.
[2] L.-W. Collet, *Les lacs*. 2me éd., p. 143. Paris 1925.