La théorie de la propagation ellipsoïdale et ses possibilités : relativité, quanta, graviation [suite et fin]

Autor(en): **Varcollier, Henri**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **2 (1949)**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-739738

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

LA THÉORIE DE LA PROPAGATION ELLIPSOÏDALE ET SES POSSIBILITÉS

RELATIVITÉ, QUANTA, GRAVITATION

PAR

Henri VARCOLLIER

(Avec 12 fig.)

(suite et fin)

Théorie ellipsoïdale et relativité.

8. — Ces généralités nous ont fait entrer, sans le spécifier encore, dans la théorie ellipsoïdale de la propagation; — et cela, par le seul fait que nous avons parlé de modification des ondes émises, cette modification se réduisît-elle au déphasage des points d'émission —, sous l'effet du mouvement de l'émetteur. Lorsque la théorie classique de la propagation postule que les ondes restent sphériques autour des émetteurs en mouvement, elle ne leur en impose pas moins une profonde perturbation, un changement de structure essentiel. Le déphasage mutuel des trains d'ondes, centrées sur les points d'émission successifs, détruit l'isotropie de la propagation sphérique originelle; on est déjà dans le domaine de la propagation ellipsoïdale, au sens général du terme ; algébriquement

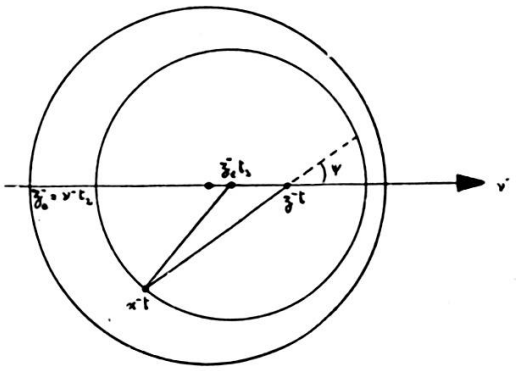

Fig. 1.

les coefficients de la forme quadratique ne sont plus égaux à l'unité; et les potentiels correspondants ont pour équipotentielles des ellipsoïdes, solution dite de Heaviside de l'équation des potentiels retardés:

Ondes sphériques déphasées

$$\left| x^{-} - z_e^{-} \right|^2 - c^2 (t - c^t{}_e)^2 = 0 \tag{4}$$

avec

$$z_e^{-} = v^{-} t_e \,, \qquad \text{et aussi :} \quad z_t^{-} = v^{-} t$$

$$\left| x^{-} - z_t^{-} \right|^2 + 2\left(x^{-} - z_t^{-}, \frac{v^{-}}{c}\right) c(t - t_e) - \\ - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) c^2 (t - t_e)^2 = 0 \,.$$

Potentiels correspondants

$$U = \frac{q}{\left| x^{-} - z_e^{-} \right| - \left(\frac{v^{-}}{c}, x^{-} - z_e^{-}\right)} = \\ = \frac{q}{\left| x^{-} - z_t^{-} \right| \sqrt{1 - {}^{v^{-}}/_{c^2} \sin^2 \psi}}$$

(Potentiels de Heaviside)

On démontre d'ailleurs aisément que cette anisotropie, ce déphasage mutuel des sphères d'ondes peuvent, dans le cas de la translation uniforme, se représenter algébriquement par une transformation célèbre, la transformation de Lorentz. En effet, cette transformation a pour rôle initial de substituer, aux sphères déphasées, des sphères d'ondes centrées sur un même point; emportées dans une translation d'ensemble; mais dans un système hypothétique $x' t'$, lié au sustème de départ xt, par une déformation des dimensions et des durées. Voici le calcul schématisé:

Sphères d'ondes déphasées

$$\left\{ \begin{array}{c} \left| x^{-} - z_e^{-} \right|^2 - c^2 (t - t_e)^2 = 0 \\ z_e^{-} = z_0^{-} + v^{-} t_e \end{array} \right. \tag{5}$$

Transformation (avec l'axe Ox' parallèle à la vitesse v^{-}, d'où: $v^{-} = v, 0, 0$)

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\,(x'^{\mathrm{I}} + v\,t') \\ ct = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(ct' + \dfrac{v}{c}\,x'^{\mathrm{I}}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} z'_e = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\,(z'^{\mathrm{I}}_e + v\,t'_e) \\ ct_e = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(ct'_e + \dfrac{v}{c}\,z'^{\mathrm{I}}_e\right) \end{cases}$$

$$\beta = \frac{v}{e}$$

Conséquences.

$$\begin{cases} 1^{\circ}\ \left|x^{-} - z_e^{-}\right|^2 - c^2(t - t_e) \equiv \left|x'^{-} - z_e^{-\prime}\right|^2 - c^2(t' - t'_e)^2 \\ 2^{\circ}\ z'^{\mathrm{I}}_e = \dfrac{z'_e - \nu\,t_e}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{z'_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\ ;\ \left|z'^{\mathrm{II}}_e = z^{\mathrm{II}}_0\right|\ z'^{\mathrm{III}}_e = z^{\mathrm{III}}_0 \end{cases} \qquad (5\ bis)$$

On constate d'abord que la forme sphérique est conservée; ensuite que le point d'émission z^{-} devient fixe dans le système transformé; enfin que les dimensions z_0^{-} dans ce système sont affectées d'un facteur plus grand que 1; ce qui peut signifier que les instruments de mesure sont contractés.

9. — Quelles que soient les interprétations que l'on soit amené à donner de la transformation de Lorentz, il faut observer que la simple propriété, en quelque sorte géométrique, que nous venons d'indiquer, est l'origine de la partie fondamentale, et incontestable, de la théorie de la relativité. On peut énoncer la proposition suivante: puisqu'une certaine propagation fictive, par sphères centrées, à caractère statique, se trouve liée algébriquement à la propagation réelle par sphères déphasées, il existe logiquement la même liaison algébrique entre tous les phénomènes déterminés par la première et tous les phénomènes déterminés par la seconde; c'est-à-dire, en définitive, entre un état de repos fictif et l'état de translation uniforme réel. Liaison algébrique; c'est-à-dire par des transformations convenables de formules, que nous apprend la théorie des transformations, que nous apprend surtout son admirable développement, le calcul tensoriel. C'est, en quelque

sorte, une transposition supérieure des procédures géométriques: homothétie, inversion, transformations spatiales; avec cette sécurité, donnée par la considération des tenseurs, de pouvoir discerner à priori les grandeurs qui suivent chaque transformation, et l'effet qu'elles en subissent. C'est cette procédure, d'une puissante efficacité, que nous avons synthétisée sous le nom de théorie de l'aberration, qui s'applique à toute transformation cinétique de la propagation, et dont l'exemple le plus frappant est l'aberration d'un rayon stellaire à son arrivée dans une lunette terrestre.

Cette application de la théorie des transformations est, à nos yeux, la véritable et féconde conquête de la théorie de la relativité; permettant de reconstituer l'électrocinétique à partir de l'électrostatique; de retrouver les lois des courants à partir de la loi de Coulomb; faisant du magnétisme un simple phénomène d'aberration du champ électrique d'une charge en mouvement. Doctrine dont les répercussions ont été, et seront encore, extrêmement étendues; qu'il n'y a aucune raison, par exemple, de limiter à l'électricité, car elle s'appliquerait avec la même logique à la loi de Newton qu'à la loi de Coulomb; donnant des effets gravo-cinétiques et gravo-magnétiques, de second ordre, insensibles dans le domaine des vitesses astrales, mais peut-être reconnaissables à la longue, par cumul séculaire, par interaction des rotations, solaire et planétaires.

10. — Il est d'autant plus regrettable de constater combien cette idée neuve a été obscurcie, déviée par une autre idée, absolument distincte: celle d'attribuer, dans certains cas, une réalité physique à la transformation de Lorentz. Voici comment s'est introduite l'idée de la réalité de la déformation lorentzienne des systèmes matériels (fig. 2). L'expérience de Michelson, celle de Trouton et Noble, toutes les expériences célèbres qui devraient donner la vitesse de translation de la Terre par des mesures intérieures à la Terre, sont fondées sur des calculs fidèles à la propagation sphérique, par sphères d'ondes, mutuellement déphasées du fait de la translation instantanée du lieu terrestre. Or tous ces calculs sont mis en échec; les phénomènes d'interférences lumineuses, ou d'interactions élec-

triques, qu'ils prévoient, ne se produisent pas. Pour expliquer cet échec, on change le fondement des calculs, on leur superpose une transformation de Lorentz, postulée d'office comme une loi de tous les systèmes matériels en translation, sans autre justification que le résultat négatif précité, devenu le Principe de Relativité. Par cette opération, on se place dans un système transformé, où les sphères d'ondes sont centrées sur un point fixé au système; où il n'y a plus aucun motif physique de percevoir une translation, qu'on a virtuellement supprimée.

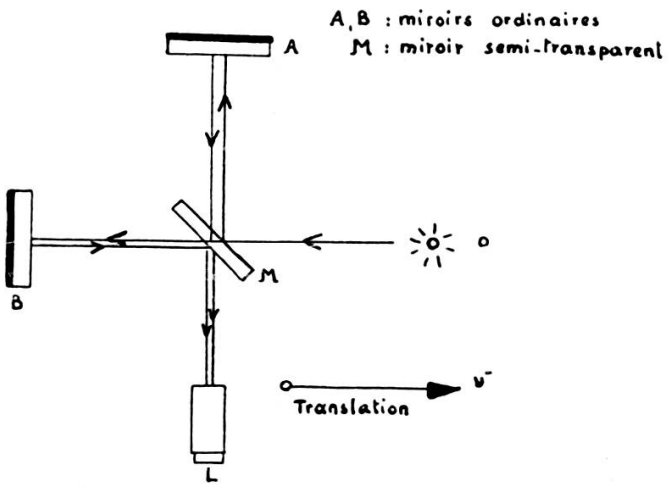

Fig. 2.

Expérience de Michelson.

Il ne reste plus qu'à démontrer, comme l'a fait Einstein, la possibilité métaphysique d'une telle altération, essentielle, constitutive, des dimensions et des durées dans les systèmes matériels en translation uniforme.

L'hypothèse einsteinienne, nous le répétons, est parfaitement admissible; il serait vain d'en contester la légitimité; elle a séduit les plus hautes intelligences. Mais cette hypothèse n'est pas la seule possible; elle n'a pas le caractère de nécessité qu'on lui attribue. La supposition contraire, celle que nous avons faite plus haut, que le mouvement uniforme d'un système ne modifie ni ses dimensions ni ses oscillations, est tout aussi légitime, et elle ne fait appel à aucune loi postulée à priori; elle implique seulement cette constatation, que l'échec des

calculs précités provient d'une conception inexacte de la propagation cinétique, et qu'il convient de la rectifier. Et cette rectification est-elle donc différente, au fond des choses, du postulat einsteinien ? N'est-il pas équivalent, du point de vue physique, de modifier l'état d'un système matériel par rapport au milieu, où il constitue inclusion, ou bien de modifier l'état du milieu par rapport à lui ? C'est-à-dire de remplacer l'alté-

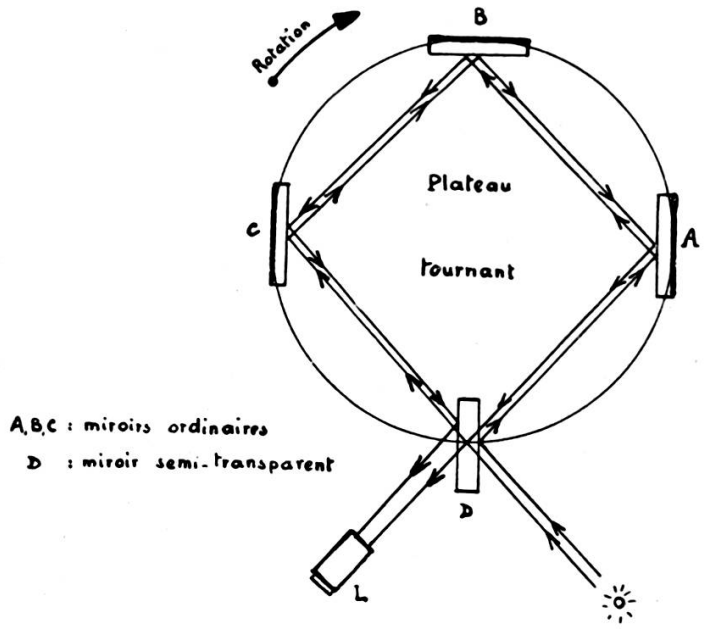

Fig. 3.

Expérience de Sagnac.

ration des dimensions et des durées du système par celle des dimensions et des durées de propagation ? Hypothèse ellipsoïdale. Et l'hypothèse ellipsoïdale a pour elle d'être aisée à justifier, aisée à comprendre, aisée à étendre à tous les cas.

L'hypothèse einsteinienne, il faut le préciser, ne s'applique pas aisément à tous les cas. Il est une expérience, célèbre également, où elle intervient à faux, où elle gêne manifestement les explications: c'est l'expérience de Sagnac, dont le résultat positif, la déviation spectrale du premier ordre en v/c, produite par la rotation d'un disque, s'explique fort bien par la propagation classique et aussi bien par la propagation ellipsoïdale, sans aucune altération des dimensions ni des durées dans le

système en mouvement; et ce mouvement lui-même se confondant manifestement avec une suite de translations uniformes, pendant le temps très court mis par la lumière à faire le tour du disque (fig. 3). Bien des calculs ont été faits sur cette expérience, aussi importante et significative que celle de Michelson. On ne peut se défendre, à l'examen des calculs relativistes, de la conclusion qu'ils s'efforcent d'échapper à la réalité postulée de la contraction lorentzienne, laquelle devrait, dans chaque translation, annuler l'effet constaté. Bien des dispositifs ont été adoptés pour mettre en relief les différents facteurs physiques de l'expérience première, en particulier par MM. Dufour et Prunier, excellents expérimentateurs. Dans un de ces dispositifs, les éléments des deux circuits lumineux qui font le tour, en sens contraire, du disque en rotation, sont successivement des miroirs solidaires du disque et des tubes réfringents immobiles: le résultat, fonction des parcours réfringents immobiles, ne semble guère laisser place aux contractions cinétiques, aux temps locaux du disque, à la disjonction de la circonférence et du rayon, qui apparaissent dans les calculs relativistes [1].

11. — Enonçons maintenant de façon précise l'Hypothèse ellipsoïdale: « Les ondes émises, en milieu isotrope, par un émetteur en mouvement uniforme — ondes déphasées mutuellement par le mouvement de cet émetteur —, subissent, de ce fait, une déformation; elles deviennent ellipsoïdales au lieu de sphériques; chaque ellipsoïde est de révolution autour de la direction de la translation, a pour centre la position de l'émetteur à l'instant de l'émission et, pour foyer avant, la position de l'émetteur synchrone de la réception. La valeur maxima de la vitesse de propagation, suivant le grand axe de l'ellipsoïde, est la valeur constatée dans les systèmes statiques: $c = 3 \times 10^{10}$ cm/sec. »

Ces conditions suffisent à déterminer complètement la forme de l'onde; et, par conséquent, la forme des potentiels propagés par cette onde. Voici ces formes (fig. 4):

[1] Voir F. Prunier, Quelques observations et expériences nouvelles et leurs conséquences pour les théories de la physique. *Arch. sc. phys. et nat.*, 5e pér., *28*, 121, 192, 1946.

Ondes ellipsoïdales propagatrices

$$\left| x^- - z_e^- \right|^2 - \left(x^- - z_e^- \,,\ \frac{v^-}{c} \right)^2 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) c^2 (t - t_e)^2 = 0 = 0$$

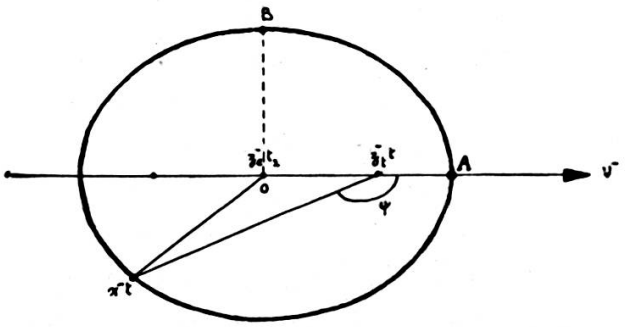

Fig. 4.

ou bien, si Ox_{I} est parallèle à v:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) (x^{\mathrm{I}} - z_e^{\mathrm{I}})^2 + (x^{\mathrm{II}} - z_e^{\mathrm{II}})^2 + (x^{\mathrm{III}} - z_e^{\mathrm{III}})^2 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) c^2 (t - t_e)^2 = 0 \tag{6}$$

$$\begin{cases} z_e^- = v^- t_e \\ z_t^- = v^- t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{OA} = c\,(t - t_e) \\ \mathrm{OB} = \mathrm{OA} \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} \end{cases}$$

ou bien encore, par rapport à z_t:

$$\left| x^- - z_t^- \right| \left(1 - \frac{v}{c} \cos \psi \right) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) c\,(t - t_e)$$

Potentiels propagés correspondants

$$\Delta(\mathrm{U}) = \frac{1}{1 - v^2/c^2} \left(\frac{d^2\,\mathrm{U}}{d\,ct^2} - \left(\frac{d^2\,\mathrm{U}}{dx^\alpha\,dx^\beta} \frac{v^\alpha}{c} \frac{v^\beta}{c} \right) \right) = \begin{cases} -4\pi\rho \\ 0 \end{cases}$$

$$(\alpha\,,\ \beta = 1\,,\ 2\,,\ 3)$$

On trouve immédiatement que ces formes d'ondes propagatrices qu'on peut appeler *focalisées*, et les potentiels propagés correspondants, ont des propriétés géométriques remarquables, dont les principales sont les suivantes:

Proposition I. — Si un rayon lumineux parcourt un circuit fermé (par exemple un polygone muni de miroirs à ses sommets), et si ce circuit fermé est emporté dans une translation uniforme, la durée totale du trajet est indépendante de l'orientation du circuit par rapport à la translation.

Proposition II. — Les surfaces équipotentielles, autour d'un émetteur constant en translation uniforme (par exemple autour d'une charge électrique en translation uniforme), sont des sphères, centrées sur cet émetteur, emportées rigidement par son mouvement.

La première propriété résulte immédiatement de la forme (6) de l'onde, rapportée au point z_t^- synchrone de la réception: ellipse rapportée au foyer avant. La somme des termes $|x^- - z_t^-| \cos \psi$ s'annule sur tout circuit fermé.

La seconde propriété résulte de la forme (6) des potentiels. L'équation de Dalembert généralisée qui définit les potentiels ellipsoïdaux se réduit à:

$$\Delta(U) = \begin{cases} -4\pi\rho \\ 0 \end{cases} \qquad (6\ bis)$$

quand on introduit la condition

$$\frac{dU}{c\,dt} = -\left(\frac{dU}{dx^-}, \frac{v^-}{c}\right); \qquad v^- = C^{te};$$

d'où:

$$\frac{d^2U}{c^2\,dt^2} = \left(\frac{d^2U}{dx^\alpha\,dx^\beta}\,\frac{v^\alpha}{c}\,\frac{v^\beta}{c}\right)$$

c'est-à-dire toutes les fois que l'unique cause de la variation du potentiel est la translation uniforme de l'émetteur. Cette remarquable propriété géométrique est commune à toutes les ondes « focalisées »; elle permettrait de déterminer l'onde

ellipsoïdale par la condition: « Quelle est la forme d'onde qui fournit des potentiels sphériques, emportés par l'émetteur dans sa translation ? »

Ces propriétés fournissent *de plano* l'explication des Expériences fondamentales de la relativité; la première, de celle de Michelson, qui est un dispositif de circuits fermés interférant; la seconde, de celle de Trouton et Noble, qui met en jeu l'interaction électro-cinétique de deux charges entraînées par une même translation. Quant à l'Expérience du disque de Sagnac, elle s'explique aussi bien par les formules sphériques ou ellipsoïdales; car elle suscite un effet du premier ordre en v/c; et ces formules ne diffèrent qu'en $(v/c)^2$. Toutes les autres expériences dont la Théorie de la Relativité fournit une explication, se trouvent également expliquées avec facilité : aberration stellaire, effet Doppler-Fizeau, entraînement de Fizeau, etc. (Voir *Propagation ellipsoïdale*, *Relativité*, *Quanta*, chap. VIII.) Nous verrons dans un instant pourquoi les deux théories doivent aboutir aux mêmes résultats, dans tous les problèmes où la question de la « réalité » de la déformation einsteinienne ne se trouve pas posée.

12. *Dynamique.* — La Dynamique relativiste elle-même se trouve reconstituée dans ses fondements. Ce point mérite d'être souligné car, à maintes reprises et récemment encore (M. le professeur Lennuier, *Revue scientifique* de juillet 1947), les théoriciens relativistes ont prétendu trouver, dans la dynamique généralisée, dans la variation de la masse d'inertie avec la vitesse, la preuve matérielle de l'altération des dimensions et des durées dans les systèmes en translation. L'étude, d'un réel intérêt scientifique, que nous venons de citer, se réfère à l'apparition du facteur $1\Big/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ dans certains phénomènes lumineux (ions cathodiques émissifs, effet Doppler-Fizeau du deuxième ordre), et dans certains phénomènes cinétiques (vie du méson, chocs d'électricules), tous liés à des mouvements rapides, et accélérés, de charges électriques. Cette apparition du facteur $1\Big/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ s'explique comme suit dans la dynamique ellipsoïdale, c'est-à-dire dans la dyna-

mique du point matériel, affectée par l'aberration ellipsoïdale de la force agissant sur un récepteur mobile.

L'Electromagnétisme classique ne fournit aucune indication sur l'aberration, la transformation, que subit un champ fixe lorsqu'il s'exerce sur une charge mobile. La Théorie de la Relativité admet une transformation de la masse au repos M_0, qui deviendrait $M_0 \Big/ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ à l'état de mouvement. Cette correction donne ce que l'on appelle les trajectoires de Sommerfeld, qui sont des ellipses entraînées dans un mouvement de précession, et qui interviennent pratiquement dans toutes les théories élémentaires de l'atome.

La théorie ellipsoïdale traite cette question par sa méthode générale. Elle considère les ondes pénétrant dans le système entraîné, dans la charge électrique mobile, comme aberrées, transformées, de la même manière que les ondes émises par cette charge dans le milieu: la figuration algébrique est la même, à la désignation près, dans chaque cas, des variables indépendantes, des variables de définition. On obtient par cette procédure une force électrique aberrée qu'il suffit d'égaler à la force d'inertie classique pour déterminer le mouvement d'un électron lancé dans un champ fixe. Le résultat est significatif: on retrouve les trajectoires de Sommerfeld. Il est donc équivalent de postuler une aberration relativiste de la masse d'inertie M_0 ou bien une aberration ellipsoïdale du champ appliqué: nouvel exemple du parallélisme des deux théories.

13. — Voici les équations en question:

$$m_0 \frac{d^2 x^-}{dt^2} = -\frac{dW_p}{dx^-} + \frac{d}{dct}\left(W_p \frac{v^-}{c}\right) \qquad \left\{ \begin{array}{l} v^- = \dfrac{dx^-}{dt} \\ W_p = \dfrac{q_1 q_2}{kR} \end{array} \right\} \begin{array}{c} k = 1 \\ \text{en unités} \\ \text{él. stat. cgs} \end{array} \tag{7}$$

L'aberration de la force se réduit à l'introduction d'un vecteur bien connu en électromagnétisme classique, dérivée temporelle d'un potentiel vecteur. On aurait presque pu écrire cette équation à priori, indépendamment de la théorie ellipsoï-

dale; elle se rattache cependant directement aux coefficients de l'onde propagatrice définie plus haut. On écrit encore:

$$\frac{d}{dct}\left((m_0 c^2 - W_p)\frac{v}{c}\right) = -\frac{dW_p}{dx} \qquad (7\ bis)$$

Conséquence assez inattendue: l'énergie potentielle, la position du mobile dans le champ, viennent influencer une des formes de la masse d'inertie.

Un calcul facile aboutit à l'équation:

$$(m_0 c^2 - W_p) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot W_0 \qquad (W_0 = C^{te}\ arb^{re}) \quad (8)$$

et, par conséquent, l'équation du mouvement devient:

$$\frac{d}{dct}\left(\frac{W_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\frac{v}{c}\right) = -\frac{d\,W_p}{dx} \qquad (8\ bis)$$

C'est exactement l'équation de Sommerfeld; à la mutation près des constantes m_0c^2 et W_0 qui, dans le cas des trajectoires planétaires atomiques, sont pratiquement confondues (équations (8)).

L'équation (8 *bis*) ci-dessus valide la Mécanique relativiste, sans qu'il soit besoin de faire appel à une altération quelconque du système en mouvement. En effet, si ce mouvement est quasi-uniforme, on peut rattacher l'équation (8 *bis*) à l'équation classique de la dynamique du point, par la simple transformation:

$$dt' = dt\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

qui équivaut à un temps « local », à un ralentissement des horloges, mais à titre de pure expression algébrique. Il est donc aisé de comprendre pourquoi le facteur $1\Big/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ apparaît dans tous les phénomènes, lumineux ou mécaniques, où entrent en jeu des accélérations modérées, permettant de conserver l'hypothèse du mouvement quasi uniforme.

Il y a cependant un point sur lequel la théorie relativiste et la théorie ellipsoïdale divergent profondément; c'est sur la

possibilité pour un électricule d'atteindre la vitesse c de la lumière. La Théorie relativiste conclut de l'équation de Sommerfeld que la masse d'inertie augmente avec la vitesse, et deviendrait infinie pour $v = c$. La Théorie ellipsoïdale formule les mêmes conclusions, mais dans la limite du mouvement quasi uniforme, qui est la condition implicite de tout le calcul: on constate en effet que les trajectoires de Sommerfeld ne contiennent pas trace d'amortissement, de radiation d'énergie à l'infini; donc postulent des accélérations relativement faibles. Si l'on reprend le calcul avec des accélérations fortes, et des vitesses tendant vers la limite $v = c$, on constate d'abord un amortissement qui affecte la constante W_0, puis la naissance d'une solution singulière, parfaitement déterminée, correspondant aux valeurs simultanées $W_0 = 0$, et $I - (v/c)^2 = 0$. Nous retrouverons ce fait important dans l'étude des quantifications; il introduit dans l'électromagnétisme une solution au problème des mouvements atomiques stables, non amortis.

Transformation génératrice.

14. — Le parallélisme constant des deux théories, relativiste et ellipsoïdale, a un motif algébrique intéressant. Mise à part l'idée de la réalité physique de la transformation de Lorentz, les deux théories se basent sur des transformations algébriques très proches l'une de l'autre, que nous reproduisons ci-dessous.

Propagation sphérique; transformation de Lorentz.

$$\begin{cases} X'\,T' = \text{Système statique fictif} \\ X\,T = \text{Système cinétique réel} \end{cases} \qquad (9)$$

$$|X'^{-}|^2 - c^2 T'^2 \equiv |X^{-}|^2 - c^2 T^2 \;;$$

avec:

$$\begin{cases} X'^{I} = \mu(X' - vT) \;;\quad X'^{II} = X^{II} \;;\quad X'^{-III} = X^{III} \\ cT' = \mu\left(cT - \dfrac{v}{c} X^{I}\right) \qquad \mu = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Propagation ellipsoïdale; transformation « V ».

$$|X'^{-}|^2 - c^2 T'^2 \equiv |X^{-} - v^{-} T|^2 - \left(cT - \left(\frac{v^{-}}{c}, X^{-}\right)\right)^2 \qquad (9\ bis)$$

avec:

$$\begin{cases} X'^{-} = X^{-} - v^{-} T \\ cT' = cT - \left(\frac{v^{-}}{c}, X^{-}\right) \end{cases}$$

(La forme ellipsoïdale que nous venons d'écrire est la forme (6), rapportée au foyer, présentée quadratiquement.)

La transformation ellipsoïdale, que nous désignons par « V », a une forme presque identique, au second ordre près, à celle de Lorentz. On remarque d'ailleurs que cette transformation, linéaire à coefficients constants, est la plus simple que l'on puisse concevoir après celle de Galilée: $x'^{-} = x^{-} - v^{-} t$, qui est la définition d'une translation; c'est, en effet, une transformation de Galilée symétrisée.

Cependant, il est un point essentiel par quoi les deux transformations diffèrent, c'est celui que nous signalions à l'instant: la possibilité d'atteindre la vitesse c de la lumière. La transformation de Lorentz implique l'impossibilité, la transformation « V » ne l'implique pas.

Nous parlions des trajectoires, bien déterminées, qu'un électron peut parcourir, avec la vitesse c, dans un champ fixe. Il est également intéressant de savoir quelle forme d'ondes et de potentiel cet électron émet dans cet état. Il suffit de se reporter aux équations (6) pour aboutir aux conclusions suivantes.

Lorsqu'un émetteur atteint la vitesse de la lumière, l'onde qu'il émet prend la forme:

$$\left| x^{-} - z_e^{-} \wedge \frac{v^{-}}{v} \right|^2 \equiv \left| x^{-} - z_t^{-} \wedge \frac{v^{-}}{v} \right|^2 = 0 \qquad (10)$$

ou bien, sous forme infinitésimale:

$$\left| dx^{-} \wedge \frac{v^{-}}{v} \right|^2 = 0 \ ; \qquad dx^{-} \text{ parallèle à } v^{-} .$$

Les rayons sont parallèles à la trajectoire; la trajectoire constitue l'onde.

Le potentiel qu'il émet satisfait uniquement la relation

$$\frac{d^2 U}{c^2\, dt^2} - \left(\frac{d^2 U}{dx^\alpha\, dx^\beta}\, \frac{v^\alpha}{c}\, \frac{v^\beta}{c}\right) = 0 \; ; \qquad (\,|v^{-}| = c)$$

qui implique:

$$\frac{dU}{dt} = \left(\frac{dU}{dx^\alpha}\, v^\alpha\right)$$

Le potentiel a une forme statique, emportée rigidement par l'émetteur.

Cet état caractérise la disparition de la propagation, en tant que développement de surfaces d'ondes issues les unes des autres, de l'origine à l'infini; il caractérise par conséquent la disparition de la radiation à l'infini.

Nous confirmons ainsi notre première conclusion. Un électricule peut atteindre la vitesse de la lumière; il décrit alors des trajectoires stables, non émissives, qui peuvent persister indéfiniment. Ces trajectoires constituent des solutions singulières, limites, qui, en pratique, exigent des conditions exceptionnelles; probablement des chocs nucléaires susceptibles d'atteindre l'énergie de formation du proton, électricule stable par excellence, malgré son caractère cinétique prouvé par son moment magnétique.

Le jour prochain où nos cyclotrons géants développeront l'énergie nécessaire pour créer, non plus des mésons, mais des protons (un milliard d'électrons-volts), on vérifiera sans doute l'exactitude de cette conclusion de la Théorie ellipsoïdale.

14 *bis*. — Dès maintenant, il serait possible d'opérer une vérification directe de la théorie ellipsoïdale, sur un foyer lumineux à très grande vitesse; par exemple sur un ion lancé sous un fort potentiel derrière une cathode et rendu émissif sur son parcours: le rayon lumineux émis par lui n'aurait pas la même vitesse de propagation dans toutes les directions; la vérification pourrait en être faite par un dispositif inspiré du Radar. L'expérience serait délicate à réaliser; en particulier, tout milieu immo-

bile provoquant une réémission, toute paroi transparente traversée par l'onde cinétique, seraient évidemment à exclure. Mais son intérêt scientifique, l'orientation nouvelle de toute une branche de la physique, mériteraient l'effort et la dépense nécessaires.

D'ailleurs une vérification indirecte, fondée sur certaines conséquences électromagnétiques des deux théories, pourrait également trancher entre elles. Considérons un courant continu rectiligne, c'est-à-dire une file indéfinie d'électrons libres, entraînés en moyenne dans une translation uniforme, à travers un réseau d'atomes ionisés immobiles, de charge totale contraire. Existe-t-il, ou n'existe-t-il pas, de champ électrostatique extérieur à ce courant continu ? Selon la théorie ellipsoïdale, il n'en existe pas; car les électrons en mouvement uniforme, émetteurs d'ondes ellipsoïdales focalisées, créent des potentiels, scalaires et vecteurs, de forme sphérique, entraînés rigidement par eux; et les champs électriques résultants, au total, annulent ceux des atomes immobiles. Au contraire, selon la théorie classique, c'est-à-dire d'après la solution corpusculaire des équations de Maxwell, les électrons en mouvement uniforme créent des potentiels, scalaires et vecteurs, ellipsoïdaux, dits de Heaviside, entraînés rigidement par eux:

$$U = \Sigma \frac{1}{k} \frac{dq}{R\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}} \; ; \; G^- = U \frac{v^-}{c} \qquad (10\ bis)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \left| x^- - z_t^- \right| \; ; \; z_t^- = z_0^- + v^- t \; ; \; \beta = \left| \dfrac{v^-}{c} \right| \\ \psi = \text{angle } (\overbrace{x^- - z_t^- \; , \; v^-}) \; : \; k = \text{coeff}^{\text{t}} \text{ spécifique du vide} \\ v dq = I\, dl \; ; \; I = \text{Intensité du courant} \; . \end{array} \right.$$

Et ces potentiels créent, autour de chaque électron, un champ électrique dirigé sur lui, mais variant suivant la direction. La composition de ces champs électriques avec ceux des atomes fixes, laisse un champ résiduel cylindrique, proportionnel au coefficient $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$, qui pourrait, s'il existait, ne pas échapper à certaines mesures.

Théorie ellipsoidale et quanta.

15. — Il peut sembler à priori que la propagation ellipsoïdale autour des émetteurs en mouvement, l'aberration ellipsoïdale dans les récepteurs en mouvement, soient des faits physiques absolument étrangers à la quantification des émissions d'énergie par les systèmes atomiques. Cependant nous allons tenter de montrer, à titre d'exemple des imprévisibles répercussions des idées nouvelles dans la recherche scientifique, que, tout au contraire, les conceptions ellipsoïdales permettent de jeter une certaine lueur dans le mystère des fréquences spectrales favorisées, des « sauts » énergétiques; et cela, simplement en permettant une écriture correcte des mouvements d'un électron devant un proton doté de moment magnétique; puis en suggérant une interprétation nouvelle des formes obtenues.

Tout d'abord, nous pouvons éliminer un premier « mystère » de l'électromagnétisme actuel: la pérennité des mouvements atomiques, inexplicable puisque les équations de Maxwell, même généralisées par la Relativité, impliquent un champ, d'énergie indéfiniment croissante, autour de toute charge indéfiniment accélérée. La théorie ellipsoïdale, comme nous venons de le voir, montre la possibilité d'une solution, exclue par la théorie classique, la solution singulière, limite, des électricules animés de la vitesse de la lumière: mouvements non émissifs, doués de pérennité. Nous les appellerons des mouvements « maximaux ». Indiquons tout de suite qu'ils peuvent revêtir une infinité de formes, toutes douées de la propriété $v = c$, et qui comprennent aussi bien des trajectoires d'éjection à l'infini que des trajectoires finies, incluses dans le domaine voisin du noyau atomique, ou dans ce domaine lui-même, en particulier des circonférences dotées de la fréquence fondamentale des ondes de Louis de Broglie, W_0/h.

Indiquons maintenant l'équation de base de notre théorie, celle d'un électron lancé dans le champ d'un proton doté de moment magnétique: système identique à l'atome d'hydrogène, le seul que l'on puisse considérer, dans une première

analyse. Cette équation est la même qui nous a servi à établir la dynamique ellipsoïdale (équation 7), mais complétée par la force magnétique; cette dernière considérée dans le cas le plus simple, où la trajectoire de l'électron est dans un plan normal au moment magnétique.

$$\frac{d}{dct}\left((m_0 c^2 - W_p)\frac{\overline{v}}{c}\right) = -\frac{dW_p}{d\overline{x}} + (k' \overline{H} \wedge q\overline{v}) \qquad (11)$$

$$W_p = \frac{q_1 q_2}{kR} \; ; \qquad k' \overline{H} : \frac{\partial}{\partial \overline{x}} \mathcal{D}\left(\frac{\overline{\mathfrak{M}}}{R}\right) = -\frac{\overline{\mathfrak{M}}}{R^3} \qquad kk' = \frac{1}{c^2}$$

$$\overline{\mathfrak{M}} = \text{moment magnétique} \; .$$

On tire de cette équation les relations suivantes:

$$\textit{Forces vives} \quad (m_0 c^2 - W_p) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} W_0 \; ;$$

$$(W_0 = C^{te} \text{ arb}^{re}) \qquad (11\ bis)$$

$$\textit{Vitesses aréolaires} \begin{cases} \overline{B} = (\overline{v} \wedge \overline{x}) = \overline{B}_m + \dfrac{b_0}{u_0 - u} = \overline{B}_m + \overline{B}_0 \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} \\ \overline{B}_m = \dfrac{1}{k' q} \overline{\mathfrak{M}} \; ; \qquad \overline{b}_0 : C^{te} \text{ arbitraire} \qquad (11\ ter) \\ u_0 = \dfrac{k m_0 c^2}{q_1 q_2} = \dfrac{1}{v_0} \; ; \quad r_0 = 2,8 \times 10^{-13} \text{ cm} \end{cases}$$

Les quantités qui interviennent sont: les charges q_1 et q_2 du proton et de l'électron, de signes contraires, et de valeur absolue $4{,}8.10^{-10}$; la masse d'inertie de l'électron $m_0 = 0{,}9.10^{-27}$; m le moment magnétique propre du proton, égal au magnéton de Bohr. (Il existe un autre moment magnétique, ressortant des interactions entre proton et champs.)

Les paramètres W_0 et b_0 sont des constantes arbitraires; la seconde, qui intervient dans les vitesses aréolaires, aurait trois dimensions, si nous n'avions pas fait l'hypothèse du parallélisme du moment $\mathfrak{M}$ et du vecteur $(\overline{v} \wedge \overline{x})$ qui définit le plan de la trajectoire.

16. — Nous allons constater que ces équations permettent d'aborder le problème des quantifications. Essayons d'abord de nous rendre compte de ce qui se passe dans l'intérieur de l'atome d'hydrogène, composé d'un proton et d'un électron planétaire. Le proton est supposé fixe, et son moment magnétique invariable: en réalité, la direction du moment magnétique est modifiée à tout instant par les variations d'état du milieu, par les ondes électromagnétiques qui le traversent constamment; ce point aura à intervenir dans la gravitation; mais nous pouvons le négliger ici. Retenons seulement que le proton est stable, doué de pérennité, parce que les éléments qui le constituent possèdent la vitesse de la lumière; et la présence de ces éléments conditionne à la fois le moment magnétique et l'énergie constitutive supérieure du proton, 1.845 fois celle de l'électron. L'électron planétaire circule autour du proton avec une vitesse que nous connaissons, et qui est très inférieure à celle de la lumière; il est donc dans un état émissif; il envoie de l'énergie radiative à l'infini. Par conséquent son énergie potentielle ne se convertit pas intégralement en énergie cinétique, en force vive; son mouvement tend à s'amortir; il tend à « tomber » vers le proton; et cela avec une vitesse croissante. Peut-il atteindre ainsi la vitesse de la lumière et acquérir, sur une trajectoire-limite, le caractère stable, non émissif, attaché à la condition maximale $v = c$? Nous allons voir dans un instant qu'il y a à cela de bien faibles probabilités. De plus, les variations parallèles de la constante des forces vives W_0 (que l'amortissement fait tendre très lentement vers 0), et de la quantité $(I - (v/c)^2)$, qui tend elle aussi vers 0, comportent un certain élément d'indétermination dans le passage à la limite; il semble que ce mécanisme physique soit exceptionnel, et que l'état maximal $v = c$ soit plutôt réservé au produit des chocs, dans lesquels le champ d'inertie, la résistance à l'accélération, n'ont pas eu le temps de s'établir. Cependant il est un cas où

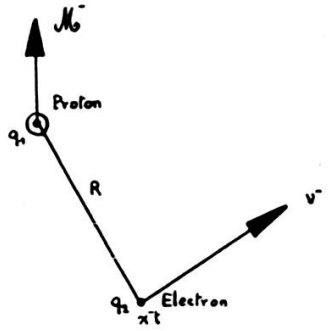

Fig. 5.

nous constatons l'existence d'un électron planétaire « tombé » jusqu'à une trajectoire maximale: c'est le cas du neutron, manifestement composé d'un proton et d'un électron planétaire, et cependant non émissif d'énergie radiative; il faut donc admettre que l'électron planétaire y a acquis le régime maximal, sur une trajectoire prénucléaire, dotée comme déjà dit de la fréquence de Louis de Broglie, à moins d'admettre que l'état maximal se soit produit à la création du neutron, à la fois pour le proton et son électron.

17. — Revenons à l'électron planétaire de l'atome d'hydrogène normal, radiant de l'énergie, et soumis aux influences des autres radiations. Son mouvement de « chute » vers le noyau modifie progressivement ses trajectoires, la constante des « forces vives » W_0 tendant vers 0. Cet effet ne ressort pas de l'équation elle-même, qui, pas plus que celle de Sommerfeld, ne comporte de terme d'amortissement radiatif: la transformation de W_0 en une fonction de la vitesse et de l'accélération ressort d'une étude complémentaire. Cet amortissement, la variation de W_0, sont d'une extrême lenteur relative; l'électron parcourt un nombre de tours pratiquement infini pendant la durée de la perception par nos sens ou par nos instruments. De plus, le mouvement de « chute » de l'électron ne peut se poursuivre librement que pendant un temps très court; car, de même qu'il émet des radiations, il reçoit et transforme toutes celles qui le traversent; la présence du champ électromagnétique radiatif — fonction de la quantité (JU/c^2) de chaque émetteur —, agit fortement sur les charges électrique, fortement puisque ce champ est en $1/R$ et on pas en $1/R^2$. L'électron planétaire est donc, à chaque instant, lancé avec une nouvelle quantité de mouvement, doté d'une nouvelle constante des forces vives W_0, et recommence, sur cette nouvelle base, la « chute » dont nous parlions. En définitive, chaque atome d'hydrogène — le cas de l'hydrogène étant seul traité comme exemple — est dans une sorte d'équilibre radiatif, émettant et absorbant en moyenne à peu près autant d'énergie, selon la définition que la Thermodynamique donne du corps noir: à peu près, mais non exactement, autant, car pour l'ensemble des

atomes en réactions mutuelles, subsiste toujours la radiation à l'infini; cet ensemble doit tendre vers un état général non émissif, à entropie maximum, selon le second principe de la Thermodynamique.

Comment, dans ces conditions, intervient la quantification ? Comment s'explique, au milieu de ces chutes, de ces lancers, de ce va-et-vient désordonné de l'électron que nous venons d'évoquer, l'existence de toute une gamme de vitesses de rotation favorisées, seules émises, ou du moins seules perçues; et aussi cette circonstance aggravante que cette gamme est de la plus extrême complication, qu'elle a formé, pendant près d'un siècle, depuis qu'a commencé l'étude des raies spectrales, un problème absolument rebelle à l'intelligence humaine, résolu seulement depuis quelques années, depuis la géniale idée de Bohr de transposer le principe quantique de Planck, du domaine de la thermodynamique au domaine des radiations lumineuses ? Et, cette transposition étant acquise, comment se fait-il que, entre les raies lumineuses enregistrées par nos spectroscopes, c'est-à-dire entre les fréquences de vibrations que nous observons, il y ait des « sauts » quantiques, obéissant à la formule de Planck:

$$W_1 - W_2 = h.(f_1 - f_2) \qquad (f = I/T)$$

Faut-il donc postuler, comme on le fait à la suite de Bohr, de Louis de Broglie, de Heisenberg, de Dirac, de Schrödinger, de tous les maîtres actuels, qu'il existe un minimum « insécable » d'énergie radiative, au-dessous duquel aucune émission ne peut se réaliser; ou bien un minimum de perception, dû à nos diverses imperfections combinées, qui intervient dans le même sens; ou même un minimum de détermination mathématique, au-dessous duquel il n'est plus permis de parler que de probabilité de présence, de zone probable d'occupation ?

18. — Nous nous permettons de faire une suggestion plus simple, qui doit avoir quelque efficacité, et qui nous semble mériter une étude développée, puisque dans notre travail déjà cité *(Propagation ellipsoïdale, Relativité, Quanta)*, nous avons pu en déduire une reconstitution pour l'atome d'hydrogène, des

formules quantiques fondamentales: formules des moments quantifiés de Bohr Sommerfeld, formule des émissions d'énergie quantifiée de Planck, formule des fréquences spectrales de l'atome d'hydrogène de Bohr, faisant apparaître la constante de Rydberg. Notre conception est la suivante. Les vibrations électromagnétiques que nous observons sont celles qui sont observables du fait de leur nature physique; les autres ne le sont pas, parce qu'elles ont un défaut constitutif qui brouille, en quelque sorte, la réception. Il est aisé de s'en rendre compte en revenant à notre description de l'atome d'hydrogène, et en la précisant par l'examen des équations de mouvement. On trouve, en première approximation, pour des distances suffisamment grandes du noyau, les équations suivantes:

$$\left\{\begin{array}{l} R(1 - e \cos N \varphi_m) = R_0 \\ R^2 \dfrac{d\varphi_m}{dt} = B_m \text{ (constante définie aux équations (11 } ter\text{))}. \end{array}\right. \tag{12}$$

$$N = \left(1 + \frac{b_0}{B_m u_0}\right) \text{ (Quantités définies aux équations (11 } ter\text{))}.$$

$$\left(\begin{array}{l} N \varphi_m = \varphi = \text{angle de définition} \\ R_0 \text{ et } e \text{ sont fonctions des constantes ci-dessus, et de } W_0 \end{array}\right)$$

$$T = \frac{1}{B_m} \oint R^2 d\varphi_m = \frac{1}{N} \cdot \frac{\pi R_0^2}{B_m(1 - e^2)} = \frac{1}{N} \cdot T_m$$

$$T_m = \text{Période de base du mouvement elliptique}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \omega = N \omega_m$$

On voit apparaître une période de base T_m correspondant à un mouvement képlérien normal, à des trajectoires elliptiques toutes identiques (abstraction faite de l'amortissement très lent dont nous parlions plus haut), et une période réelle, celle des oscillations perçues, $T = \frac{1}{N} T_m$, multiple de la précédente, le facteur $1/N$ étant quelconque, dépendant en particulier de la constante aréolaire b_0. Le mouvement est précessionné; à chaque tour, à chaque ellipse képlérienne parcourue, une

avance se produira, l'empêchant de se fermer. Et cela, pendant des millions de tours; pendant, précisément, les millions de tours que demande la perception la plus instantanée possible par nos sens ou par nos instruments. La perception sera une moyenne de ces millions de tours à fermeture imparfaite. Que sera-t-elle ? La géométrie nous offre un exemple simplifié de ce phénomène, dans ce qu'on appelle les figures de Lissajous, entraînées par une précession indéfinie: on constate que l'ensemble de ces courbes arrive à recouvrir complètement un certain espace compris entre le point le plus proche et le point le plus éloigné; par exemple, un réseau d'ellipses entraînées dans leur plan commun recouvrira intégralement ce plan entre l'extrémité du petit axe et celle du grand axe. Pour un observateur de cet ensemble, la notion de courbe disparaîtra, se diluera, fera place à celle de région étendue. Il en sera de même pour les observations provenant d'un électron précessionné: les appareils enregistreront un phénomène moyen, atténué, dilué dans son origine; les oscillations lumineuses se trouveront brouillées, comme si elles étaient émises par plusieurs mouvements simultanés, légèrement différents, interférant entre eux.

19. — Cependant il est un cas où les figures de Lissajous (quelle que soit leur forme de base, pourvu qu'elle soit fermée) cessent de recouvrir une région et reprennent le caractère de courbes observables, si longue que soit la durée de l'observation; c'est le cas où il existe un rapport simple entier entre la période de base et la période d'entraînement. Les courbes se recouvrent, se renforcent les unes les autres, après un certain nombre de tours; d'autant plus tôt, d'autant plus nettement que le nombre de tours est plus petit, que le rapport est plus simple. Cette condition se transporte *de plano* au cas de l'électron en révolution précessionnée autour du proton: ses émissions seront d'autant mieux observables, d'autant plus nettes dans nos enregistrements moyens, qu'il existera un rapport plus simple entre la période de base et la précession. On est ainsi amené à fixer une valeur entière et simple au nombre arbitraire N qui intervient plus haut. C'est cette seule condition qui nous a servi dans notre travail précité et qui nous a

fourni, en fonction des éléments électriques et magnétiques du proton et de l'électron, les formules quantiques fondamentales que nous rappelions ci-dessus. On peut observer que le rôle principal, l'action quantifiante par fermeture des mouvements électroniques, revient au magnétisme du proton; il ne faut pas s'en étonner, malgré la faiblesse de ce magnétisme: un champ magnétique est assimilable à une rotation (théorème de Larmor).

Est-il possible de résumer rapidement ces calculs dont le résultat est trop important, pour qu'on les traite par prétérition ? En voici le principe. Si l'on adjoint aux équations (11 *bis*) et (11 *ter*) l'équation suivante, qui est une simple identité:

$$\frac{du}{d\varphi}^2 + u^2 = \frac{v^2}{B^2} \qquad u = \frac{1}{R} \; ; \quad v^- = \frac{dx^-}{dt} \; ; \quad B^- = (v^- \wedge x^-)$$

on arrive immédiatement à une expression de $\frac{du}{d\varphi}$ en fonction de (u), qui doit fournir (u) par intégration; puis de $\frac{d\varphi}{dt}$ en fonction de (u), fonction de (φ), qui doit fournir (t). Malheureusement ces intégrations portent sur une forme elliptique de troisième espèce et il faut, pour analyser clairement les phénomènes, recourir à une approximation: celle que nous avons employée aux pages 330 et suivantes de notre ouvrage *Propagation* précité, est excellente, mais les calculs demeurent très lourds. Si l'on admet une approximation plus grossière, donnant une vue d'ensemble suffisante des quantifications, on peut raisonner comme ci-après.

20. — Les équations de base sont, d'après ce que nous avons vu:

$$\left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{du}{N\,d\varphi_m}\right)^2 + u^2 = \frac{v^2}{(NB_m)^2} \\ &B_m = R^2 \frac{d\varphi_m}{dt} \end{aligned} \right. \tag{13}$$

avec: $N = 1 + \frac{b_0}{B_m(u_0 - u)} = 1 + \frac{b_0}{B_m u_0}$

(approximativement)

$\frac{u}{u_0}$ est de l'ordre de $\frac{10^{-13}}{10^{-8}} = 10^{-5}$

Elles concernent une trajectoire déterminée, caractérisée par les deux constantes arbitraires, des forces vives W_0 et des vitesses aréolaires b_0. On peut revenir aux formes de la mécanique classique, aux trajectoires képlériennes pures, en usant d'une approximation des formules (11 *bis*) et (11 *ter*) qui fournisse l'expression, base du calcul classique

$$\frac{v^2}{c^2} = \alpha_0 - \frac{2u}{u_0} \; ; \quad \left(\alpha_0 = 2\left(1 - \frac{W_0}{m_0 c_2}\right)\right) \qquad (13\ bis)$$

On obtiendra ainsi, pour cette trajectoire et ce mouvement, les éléments géométriques, la période, la précession N et la condition quantique de fermeture:

$$N = \text{nombre entier simple}$$

Cela étant acquis, on considère l'ensemble des trajectoires planétaires possibles d'un électron autour d'un proton, et l'on compare leurs éléments; on compare en particulier les différentes trajectoires quantifiées, correspondant aux valeurs 1, 2, 3, etc., du paramètre N. On peut supposer que toutes ces trajectoires, quantifiées ou non, fermées ou non, dérivent les unes des autres par l'amortissement radiatif — absent de nos équations, nous le répétons — mais dont l'effet est de faire tendre progressivement vers 0 la constante des forces vives. Dans cet ensemble, comme nous l'avons indiqué plus haut, les mouvements fermés constituent des particularités, des sources d'enregistrement spécialement observables. Quelles sont donc les caractères distinctifs qui ressortent pour eux de la comparaison ? On peut les résumer dans le tableau suivant:

a) *Angles parcourus.*

$$\varphi(N) = N.\ \varphi(1) \qquad \text{Précession.}$$

b) *Vitesses aréolaires.*

$$B(N) = N.\ B(1) \qquad (14)$$

Les vitesses aréolaires sont en progression arithmétique, c'est le résultat de base de la formule quantique de Sommerfeld.

c) *Paramètre des ellipses.*

$$P(N) = N^2 . P(1)$$

Le paramètre, assimilable au rayon moyen de l'ellipse, varie comme N^2.

d) *Période complète, jusqu'à fermeture des* N *spires.*

$$T(N) = N^3 . T(1)$$

Période d'une spire:

$$T' = \frac{I}{N} T = N^2 T'(I)$$

Les fréquences (I/T') varient comme $(I/N)^2$; c'est le principe de la formule spectrale de Bohr, relative aux raies de l'hydrogène.

e) *Energie potentielle, possédée par la trajectoire.*

$$W_p(N) = \frac{1}{N^2} W_p(1)$$

L'énergie potentielle moyenne varie comme l'inverse du rayon moyen de l'ellipse.

f) *Chute d'énergie potentielle, et gain de fréquence.*

$$W_p(N) \times T'(N) = W_p(1) \times T(I)$$

d'où $$W_p(N) = h(1) f(N) \; ; \qquad f = \frac{I}{T'}$$

C'est la formule de Planck, qui apparaît comme une liaison entre la variation d'énergie et l'augmentation de fréquence dans la chute d'un électron en état de radiation.

Dans ce qui précède, il faut préciser que la période dite « complète » comprend N spires et ne représente pas la périodicité réelle du phénomène; l'oscillation se reproduit à chaque spire, c'est pourquoi nous avons rapporté la fréquence à la quantité $T' = I/N.T$, qui est fonction de N^2.

L'excentricité de la trajectoire est supposée négligeable, ou bien la même pour toutes les trajectoires d'une même série

quantifiée; cette supposition implique une loi de décroissance pour la constante des forces vives W_0. Si on considérait cette constante comme commune (malgré le fait physique de la radiation d'énergie), on aurait la relation quantique:

$$1 - e^2(N) = N^2 \left(1 - e^2(1)\right) \qquad (14\ bis)$$

Les valeurs entières de N à considérer sont les suivantes:

$$N = -1 \; -2 \; -3 \text{ etc.}$$

pour

$$\left(\frac{b_0}{B_m u_0}\right) = -2 \; -3 \; -4 \text{ etc,}$$

Le paramètre b_0 ne peut pas être nul car sa valeur est $k\frac{B_0 W_0}{q_1 q_2}$; il est négatif, et la premières trajectoire quantique satisfait la condition: $B = -B_m$.

On peut encore retrouver les lois quantiques par un calcul direct. La trajectoire résultant des équations (13) et (13 *bis*) a pour équation:

$$R\,(1 + e \cos N\,\varphi_m) = R_1 \qquad (15)$$

avec

$$R_1 = N^2 \left(\frac{B_m}{c}\right)^2 u_0; \quad \text{et} \quad (1 - e^2) = 2\,N^2 \left(\frac{B_m\,u_0}{c}\right)^2 \left(\frac{W}{m_0\,c^2} - 1\right)$$

La valeur ci-dessus du paramètre de l'ellipse peut s'expliciter ainsi qu'il suit, en tenant compte de la définition donnée au début pour la constante B_m:

$$\left\{\begin{array}{l} B_m = \dfrac{\mathfrak{M}_0}{k'\,q} = \dfrac{h}{2\,\pi\,m_0}\ ; \quad \dfrac{u_0 = k m_0\,c^2}{q^2} \\[2ex] R_1 = N^2\,\dfrac{k}{4\,\pi^2}\,\dfrac{h^2}{q^2\,m_0} \end{array}\right. \qquad (15\ bis)$$

C'est exactement la valeur fournie par le calcul de Bohr pour les rayons des trajectoires quantifiées de l'atome H; nous la retrouvons sans autre hypothèse que celle d'un rapport simple entre la rotation réelle et la rotation magnétique; et nous retrouvons par elle la valeur de la constante spectroscopique de Rydberg.

Ce résultat obtenu, il est évident que la reconstitution des lois quantiques se fait sans dfficulté, en inversant, en quelque sorte, les calculs où figurent les rayons quantifiés. C'est la procédure de notre livre *Propagation*.

21. — La conception qui vient d'être exposée permet de comprendre le phénomène du « saut quantique », si gênant pour l'esprit. Dans la théorie quantique actuelle, il faut admettre non seulement le postulat des stabilités sur certains niveaux et des chutes de niveau à niveau, avec émission d'énergie radiative, mais encore les phénomènes suivants, connexes de cette émission. Les fréquences lumineuses que nous percevons sont liées à des différences de fréquences, et notre perception s'effectue, en quelque sorte, en bloc sur un « paquet d'ondes » qui est peut être seul apte à franchir le seuil de cette perception. De plus, ces différences ne sont pas celles des fréquences de rotation de l'électron planétaire, mais d'autres fréquences en rapport quantique avec les précédentes: les fréquences de rotation se quantifient en $1/N^3$, les fréquences perçues en $1/N^2$. L'oscillation de l'électron planétaire n'est donc pas en rapport direct avec la perception lumineuse; même une fois admis le principe du « saut quantique », il reste un facteur quantique à introduire entre les deux.

Nous ne retenons pas le reproche « métaphysique » que l'on adresse parfois au saut quantique, de postuler un choix de la part de l'électron planétaire qui quitte un niveau pour tomber sur un autre: le choix peut être effectué par notre perception; ce qui est, sous une autre forme, notre présente idée. Mais nous devons constater une certaine contradiction de principe dans la définition même des niveaux. Ces niveaux sont définis comme stables, c'est-à-dire non émissifs, et l'électron, sur chacun d'eux, conserverait indéfiniment le même mouvement s'il ne subissait pas de perturbation extérieure. Il semble inexplicable physiquement que les émissions d'énergie, les mouvements émissifs et amortis correspondants, aient pour origine et pour aboutissement des mouvements qui n'émettent pas. Admettons qu'il y ait là une raison de probabilité: le saut quantique étant admis, on peut admettre aussi qu'il s'effectue, dans la majorité

des cas, entre les trajectoires qui constituent elles-mêmes la majorité, puisqu'elles sont dotées de permanence. Mais cela n'explique pas la disparition de tout mouvement émetteur connu: on ne peut attacher aucun mouvement défini, aucune émission fonction de la vitesse, de l'accélération, du temps, aux phénomènes intérieurs au saut quantique et, puisque les phénomènes limites en sont dépourvus par définition, ils disparaissent de notre représentation. Pourtant ils ne disparaîtraient pas d'une trajectoire rectiligne ralentie, ou de tout autre mouvement sans période propre. Que sont-ils donc devenus dans l'atome d'hydrogène ?

Les vues que nous avons présentées plus haut permettent une réponse simple. Les niveaux quantiques sont, pour nous, non pas des mouvements stables, non émissifs, mais des mouvements d'émission maximum (ou plutôt de perception maximum); et, dans la chute de l'un à l'autre, l'électron change à la fois, par amortissement, de fréquence de révolution et de distance au noyau. La formule de Planck est en réalité une formule d'amortissement moyen comportant un accroissement de la vitesse de rotation en fonction de l'énergie radiée, qui devrait constituer la base de l'étude des mouvements amortis. Si ces mouvements amortis semblent se situer préférentiellement entre deux niveaux quantifiés, c'est parce que nous les percevons mieux; parce que ces niveaux quantifiés échappent au brouillage de la précession, comme nous l'avons expliqué. Et si notre perception est constituée par une différence de fréquence entre les deux niveaux, c'est parce qu'elle est une moyenne, une intégrale, prise sur une longue suite de révolutions à fréquence croissante: c'est une propriété fondamentale des mouvements sinusoïdaux qu'ils se composent en faisant apparaître les différences de leurs fréquences. Enfin, si notre perception est liée, non pas aux fréquences de révolution, mais à une fréquence N fois plus grande dans les mouvements à N quanta, c'est parce que ces N quanta signifient N spires, et que la période réelle, physique, du phénomène est celle d'une seule des spires.

22. — Nous n'avons pas la prétention d'avoir, en quelques lignes, reconstruit la théorie des quanta: ce serait faire preuve

d'une grande incompréhension. Cette théorie constitue maintenant un gigantesque ensemble où une immense moisson de résultats concernant l'atome a été accumulée, et à propos de laquelle d'admirables travaux mathématiques ont été effectués. La théorie de Bohr sur l'atome d'hydrogène a été le point de départ de l'interprétation de tous les spectres atomiques et moléculaires, et les théories de Louis de Broglie, de Schrödinger, de Dirac, la Mécanique ondulatoire, ont donné la clef du domaine atomique, sont le fondement de la physique atomique. Tout cela ne peut pas être relié, par un premier effort, au domaine classique, même très agrandi. Et tout cela constitue un trésor scientifique — théorique aussi bien que pratique — qu'il faut utiliser pleinement. Par exemple, le Calcul matriciel, doctrine mathématique déjà ancienne, développée par la théorie des équations intégrales, a pris un essor tel qu'on y voit parfois aujourd'hui la forme future de la Mécanique corpusculaire; les relations d'ensembles à ensembles se substituant à celles de fonctions à variables. Nous sommes convaincus qu'il sera, en effet, de plus en plus nécessaire dans les recherches physiques d'abandonner les unités corpusculaires, dont les mouvements sont d'une complexité inutile, et de procéder sur des moyennes et des ensembles, sur des successions d'états probables, comme la théorie des gaz, dans des cas élémentaires, l'a fait depuis longtemps: mais cela ne signifie pas que les liaisons ultimes et les mouvements particulaires, si désordonnés soient-ils, n'existent pas... Cela ne veut pas dire qu'il faille s'interdire la conception logique primitive, comme contraire aux lois de la Micro-physique. Tout au contraire, nous pensons que les conquêtes, pratiques et théoriques, dont nous venons de rappeler l'ampleur, gagneraient encore à être pourvues d'une interprétation conforme à la vieille logique, à être « expliquées », dans le sens attribué jusqu'ici à ce terme. La disparition du cloisonnement créé par l'inexplicable permettrait un échange de méthodes entre les différentes doctrines, servirait le progrès général.

Un exemple des possibilités offertes par un simple changement de langage se présente dans l'étude du calcul fondamental de Louis de Broglie, origine de la mécanique ondulatoire, et

vérifié par l'expérience de la diffraction des électrons de Davisson et Germer. Louis de Broglie attache à priori une onde à chaque charge électrique, et la dote d'une fréquence liée à son énergie constitutive par la formule de Planck. Pour lui, la matière est une sorte d'interférence, de singularité, dans une propagation ondulatoire, et les phénomènes quantiques sont des résonances entre les ondes constitutives. Cette proposition se trouve en apparence confirmée par l'expérience précitée où deux jets d'électrons, lancés par des fentes voisines ou réfléchis par des molécules cristallines voisines, semblent interférer entre eux comme des ondes, viennent se déposer sur une paroi, suivant des franges de diffraction calculables comme s'il s'agissait de rayons lumineux; à cela près que la vitesse de propagation intervenante est une vitesse à première vue inexplicable car elle dépasse celle de la lumière: résultat cependant prévu dans le calcul de Louis de Broglie et basé sur la théorie de la relativité.

23. — Il suffit de mettre d'autres mots sous les différentes équations de ce calcul célèbre pour obtenir des aperçus moins mystérieux, mais nons moins importants, sur la constitution de la matière. Posons-nous le problème de la translation uniforme d'un élément de courant alternatif de période donnée: c'est un excellent exercice didactique où interviennent successivement la translation, l'oscillation, le potentiel propagé, scalaire ou vecteur, les ondes propagatrices, les époques d'émission et de réception, les positions de l'émetteur à ces deux époques, la synchronisation sur l'époque de la réception, la transformation du potentiel retardé en potentiel ellipsoïdal de Heaviside, etc. On peut d'ailleurs traiter ce problème par plusieurs méthodes différentes: les équations de Maxwell et leur solution classique, ou bien la correspondance lorentzienne et la Relativité, ou bien la Théorie ellipsoïdale de la propagation. Les résultats divergent légèrement suivant les méthodes, ils sont plus directs par la méthode ellipsoïdale. Mais le point capital c'est que, par toutes les méthodes, on voit apparaître les ondes de Louis de Broglie sans aucune hypothèse, comme la résultante naturelle des deux influences qui se composent, une oscillation et une translation. Voici comment.

Les éléments liés au courant alternatif en translation, et propagés dans le milieu, tels que les composantes du potentiel vecteur, contiennent tous, après synchronisation sur l'époque de réception, un facteur sinusoïdal du type suivant, exact s'il s'agit de propagation ellipsoïdale, à $(v/c)^2$ près s'il s'agit de propagation sphérique:

$$U = U_0 \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{v}{c}\frac{R_t}{c}\cos\varphi - \frac{R_t}{c}\right)$$

Ce facteur peut aussi s'écrire:

$$U = U_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{R_t}{L}\right) - U_2 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{R_t}{L}\right) \qquad (16)$$

$$\begin{cases} U_1 = U_0 \cos 2\pi \dfrac{v}{c}\dfrac{D}{L} \\ U_2 = U_0 \sin 2\pi \dfrac{v}{c}\dfrac{D}{L} \end{cases}$$

On voit donc apparaître deux ondes, à une demi-période l'une de l'autre, dont chacune est d'un type spécial, bien connu des techniciens de la T.S.F.: onde où l'amplitude varie le long du parcours. Onde « porteuse » constituée par l'oscillation à fréquence supérieure, onde « portée » constituée par les variations d'amplitude. Par exemple, oscillations électriques à haute fréquence transmettant des variations d'amplitude à fréquence acoustique, que les enregistreurs acoustiques per çoivent seuls. Ici l'onde porteuse est celle de l'oscillateur électrique, propagée sphériquement ou ellipsoïdalement suivant les calculs. La longueur d'onde, dans le sens de la translation, est donnée par la relation $L = cT$, si T est la période du courant électrique émetteur. L'onde portée, d'après les formules précédentes, est plane; les plans d'onde

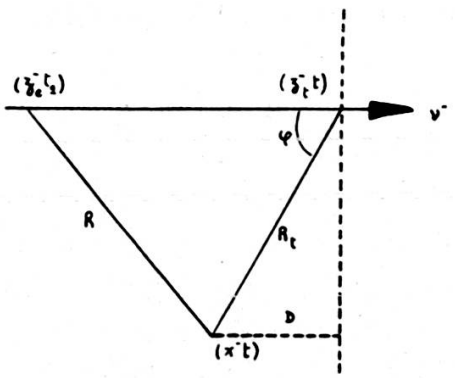

Fig. 6.

sont perpendiculaires à la translation et se propagent dans sa direction avec une longueur d'onde $L' = (c/v).cT$. On peut interpréter cette longueur d'onde supérieure comme correspondant à une vitesse de propagation apparente c^2/v, supérieure à celle de la lumière; mais on peut aussi se borner à dire que cet allongement est la résultante de deux influences, oscillation et translation.

Cela étant posé, l'expérience de Davisson et Germer s'explique aisément, si l'on imagine un courant alternatif, lié à l'électron, emporté par lui et déclenché au moment où il a

Fig. 7.

franchi la fente, ou bien au moment où il s'est réfléchi sur une des molécules cristallines employées comme réseau interférent. Les ondes « porteuses » sont trop courtes pour être décelées par interférences: la formule de Louis de Broglie donne des longueurs d'ondes de 10^{-10} centimètres, c'est-à-dire très inférieures à celles des rayons X les plus durs. Les ondes « portées » planes, allongées comme il vient d'être dit, sont seules révélées par les réseaux de diffraction, par les cristaux difringents. On peut figurer schématiquement comme ci-dessous les franges de diffraction que Davisson et Germer ont constatées:

Les zones où les interférences se rapprochent, ou bien au contraire se raréfient, peuvent être l'objet d'un calcul précis, dans lequel on écrit que la phase de l'oscillation propagée ne varie plus au point considéré. C'est ainsi qu'on définit la «vitesse de phase ». Ce sont ces zones qui apparaissent en impression photographique dans les expériences.

24. — Mais avons-nous supprimé le mystère en substituant un courant alternatif local, centré sur l'électron et l'accompagnant dans sa translation, à l'onde constitutive de Louis de Broglie ? Evidemment non, du moins jusqu'à ce que nous ayons interprété physiquement ce courant alternatif. Or cette inter-

prétation s'impose d'elle-même quand on étudie le phénomène de l'inertie, de la résistance d'une charge électrique à l'accélération d'après les données de la théorie ellipsoïdale généralisée. Le phénomène de l'inertie, et plus généralement la formation de l'énergie cinétique, sont liés à la déformation de l'onde émise, à la déformation correspondante du champ qu'elle propage. Dans le cas d'une translation uniforme indéfinie, l'onde est ellipsoïdale dans tout l'espace; dans le cas d'un mouvement varié, le caractère ellipsoïdal se limite au domaine infinitésimal et le résultat, les ondes enveloppes, les fronts, le champ, prennent un caractère d'autant plus complexe que l'accélération est plus intense. On trouve même, par une étude précise du champ au voisinage de la charge accélérée, que son inertie peut prendre le caractère ondulatoire, par exemple à la suite d'un choc violent, d'électricule ou d'onde; transitoirement ou indéfiniment, selon qu'il y a, ou non, radiation d'énergie, selon que la valeur absolue de la vitesse est inférieure ou égale à c. La masse, la force d'inertie comprennent alors une partie périodique en fonction d'une fréquence fondamentale, liée à l'énergie constitutive de l'électricule, et à une quantité analogue à un moment d'inertie. (Nous donnons, à la fin du présent travail, un aperçu du calcul qui appuie les vues précédentes et qui peut servir de fondement à une Electronique rationnelle.)

Ce phénomène ondulatoire local par lequel l'électron se trouve osciller dans son propre système, indépendamment de sa translation sous les actions extérieures, intervient évidamment d'une manière identique à la précession, pour brouiller les trajectoires, les diluer dans un domaine fini, ainsi que nous l'avons expliqué plus haut; excepté, comme nous l'avons vu, si un rapport entier existe entre la période de ces trajectoires et la période des oscillations. C'est donc une autre procédure de quantification; mais elle arrive au même résultat car la période fondamentale est la même. Nous retrouvons ainsi le point de départ de la théorie quantique de L. de Broglie.

C'est sans doute aussi dans ce phénomène ondulatoire qu'il faut chercher la première interprétation du spin — du demi-quantum de rotation et de pivotement $\left(\frac{1}{2}h/2\pi\right) = \frac{1}{2}m_0 B_m$,

qui intervient dans les mouvements atomiques et qu'on ne peut pas expliquer par une simple rotation de l'électron (dont la vitesse circonférentielle serait très supérieure à celle de la lumière). D'autres interprétations de ce demi-quantum peuvent se rattacher à la théorie ellipsoïdale, suivant les circonstances. La fermeture des mouvements planétaires peut se comprendre de la condition $\omega = \frac{\omega_m}{N}$ aussi bien que de $\omega = N\omega_m$, ce qui motiverait des demi-quanta et exceptionnellement des tiers de quanta. D'autre part, les trajectoires planétaires réelles ne sont certainement pas planes, normales au moment magnétique du proton et, si elles lui sont obliques, elles doivent échanger avec lui une interaction de « balancement », analogue à celle de deux aimants de même centre, généralisant, sous une autre forme, l'interaction d'oscillation mutuelle de l'électron et du proton.

Evidemment, les notions qui précèdent obligent à reconstruire la partie mécanique de la physique et à lui donner un aspect plus « révolutionnaire » encore que ne l'ont fait les Théories Relativiste et Quantique. Mais on peut le faire sans rupture logique, en se rattachant à un principe solide, celui de la moindre action, et à une procédure solide, celle du calcul tensoriel: ce n'est pas sortir du domaine de la mécanique classique que de lier la loi du mouvement d'une particule, d'une inclusion du milieu, au même minimum universel que la propagation dans ce milieu, généralisée tensoriellement, et cela suffit à justifier l'ensemble des conceptions exposées. (Voir calcul annexé au présent travail.)

24 *bis*. — Quel avantage à ce nouveau bouleversement de doctrines ébranlées plusieurs fois et difficilement reconstruites, alors qu'elles remportent tant de succès pratiques ? Peut-être précisément de consolider ces succès pour les pousser jusqu'à leur plein aboutissement: la connaissance précise et la maîtrise du milieu propagateur et de ses insertions, de l'éther et de la matière, de leurs rapports, de leurs échanges, de la création et de l'annihilation des corpuscules.

Dès maintenant certains faits qui ont été difficiles à inclure dans les explications quantiques, et d'autres qui n'y sont pas

encore inclus, pourraient sans grand effort logique se rattacher aux vues exposées plus haut. Nous nous bornons à en énumérer quelques-uns, schématiquement.

1° Tout d'abord la définition même de l'onde associée à un électron est restée physiquement imprécise. On va jusqu'à y voir plutôt une « probabilité de présence » qu'un phénomène ondulatoire, au sens électromagnétique du mot. Cependant, il est surprenant que l'on fasse des ondes associées l'origine du microscope électronique — dont le fonctionnement technique résulte uniquement des interactions classiques de l'électron et des champs — et qui aurait pu être inventé aussitôt après les premiers tubes cathodiques. Au contraire, dans l'analyseur électronique, où les ondes associées interfèrent comme des rayons X, fournissent comme eux les taches de diffraction de Bragg, on constate qu'il s'agit bien réellement d'ondes électromagnétiques, issues des électrons, comme les rayons X et les rayons lumineux sont issus des atomes. C'est ce que nous explique *de plano* l'état d'inertie ondulatoire, d'auto-oscillation de l'électron, défini plus haut.

2° L'effet photo-électrique, l'effet Compton, l'effet Raman — dans lesquels le quantum d'action semble prendre une forme corpusculaire, produire des chocs, se partager ensuite en ondes et en impulsions matérielles — ont donné naissance à la théorie du Photon, où interviennent à la fois, par une même entité, une explication ondulatoire et une explication corpusculaire de l'émission et de l'absorption de l'énergie lumineuse. Une telle novation logique peut être évitée. Si l'on considère le cas d'un atome recevant une onde plane, et si l'on examine les trajectoires précessionnées des électrons planétaires, on peut les distinguer en réceptives et non réceptives, pour la même raison qu'elles sont émissives, ou non. Les mêmes calculs de quantification se présentent qu'à l'émission, mais avec un facteur directionnel provenant de l'orientation mutuelle de la trajectoire et de l'onde plane. On retrouve alors des formes connues — composition de

rotations d'axes concourants — et on voit apparaître des moments $\frac{h f}{c}$, ou plutôt $\frac{h \omega^{-}}{c}$, mais on les voit apparaître, à chaque instant, dans une partie seulement des atomes récepteurs: ceux dont l'état planétaire remplit les conditions définies. Cet effet statistique, cette sorte de « peuplement atomique » par phase de situation planétaire, explique l'apparence discrète, le caractère discontinu, individuel, des résultats constatés.

3° L'état d'auto-oscillation de l'électron se manifeste, presque visible, dans les chambres de Wilson où les trajectoires présentent parfois des ondulations absolument nettes, en dehors de toute influence électrique ou magnétique extérieure. On peut également attribuer à cette cause certains phénomènes de photophorèse oscillatoire récemment constatés.

4° Enfin, les vues que nous venons d'exposer trouveront leur pleine justification le jour où d'autres phénomènes quantiques, et d'autres quanta d'action. seront constatés, Dès maintenant les ondes électromagnétiques de grande longueur émises par les astres, par le Soleil en particulier, donnent des spectres précis, où la répartition de l'énergie rayonnée par les différentes fréquences obéit aux lois thermodynamiques, mais avec un quantum d'action différent de celui de Planck. Les calculs que nous avons présentés, en fonction du moment magnétique du proton, peuvent être transposés, en fonction du moment magnétique d'une tache solaire, au tourbillon électrisé qui la constitue : même quantification, mais quantum différent de celui de Planck.

DEUXIÈME PARTIE

PROPAGATION ELLIPSOÏDALE ET GRAVITATION

Exposé.

25. — La théorie ellipsoïdale, prise sous un autre aspect, transportée de la translation uniforme à un élément simple du mouvement varié, la rotation uniforme, permet d'entamer le problème, encore vierge malgré tant de tentatives, de la nature physique réelle de la gravitation universelle, de sa liaison avec l'électromagnétisme: tel est l'objet du présent travail. La méthode que nous allons suivre est aussi directe que possible; elle consiste à limiter la recherche, pour un premier calcul, à l'interaction gravifique primitive, celle de deux atomes d'hydrogène, composés chacun d'un centre électrique positif, le proton, supposé fixe, et d'un satellite négatif, l'électron, en révolution autour de lui; à assimiler ces deux atomes à deux systèmes générateurs, en moyenne, de champs électrostatiques anisotropes, ellipsoïdaux; à démontrer que de tels champs électrostatiques ellipsoïdaux possèdent une interaction spéciale; et à rattacher enfin cette interaction, algébriquement et numériquement, à l'interaction gravifique connue des deux atomes d'hydrogène. Nous constaterons que ce rattachement s'effectue assez aisément et qu'il documente utilement sur la consistance du proton. En définitive, si la gravitation, depuis deux siècles, restait rebelle à toute explication, et spécialement depuis cent ans, à toute liaison avec l'électromagnétisme, pourtant devenu le substratum de toutes les théories de la matière, c'est qu'il manquait, aux formules un paramètre, aux hypothèses un phénomène, capables de différencier, dans leurs effets moyens, les charges électriques de valeurs contraires qui se neutralisent au sein des atomes. Le fait même que les charges positives sont des noyaux lourds, et les charges négatives, des satellites en révolution autour d'elles, n'établit pas, suivant les formules

classiques, une discrimination entre leurs champs moyens. Au contraire, nous allons le constater, cette discrimination s'établit *de plano*, lorsque ces champs moyens, électrostatiques, sont dotés d'ellipticités différentes, c'est-à-dire, d'un autre point de vue, lorsque l'atome primitif d'hydrogène est doté d'anisotropie. Or cette anisotropie fondamentale de l'atome H, origine de l'ellipticité en cause, dérive du même phénomène physique qui nous a déjà donné la clef des quantifications: le magnétisme du proton, constatation expérimentale récente dont l'importance est capitale.

Théorie d'Einstein.

26. — La gravitation, venons-nous d'indiquer, est restée rebelle à toute explication. Entendons-nous, par là, nier la valeur de la théorie d'Einstein ? Nullement, et nous devons, avant tout, préciser notre attitude à cet égard. C'est la définition même du mot « explication » qui, une fois de plus, nous paraît motiver la discussion et légitimer nos efforts. Nous sommes obligés de constater à priori que le fait de transformer le pouvoir gravifique des particules matérielles en une propriété constitutive de l'espace, en une courbure essentielle de cet espace, revient à déplacer le mystère, à le doter d'un nouveau nom, sans le résoudre. Appeler courbure locale de l'espace ce qui, analytiquement, caractérise le point singulier doté de masse gravifique, générateur de potentiel gravifique, d'accord; et que cette appellation suscite des associations d'idées fructueuses, grâce aux ressources du Calcul tensoriel, d'accord également. Mais le problème de l'explication de la gravitation n'est pas là; la question qui se pose, depuis le début, est de savoir pourquoi ce même point singulier est doté de résistance à l'accélération, d'inertie électromagnétique, et pourquoi la masse gravifique et la masse d'inertie sont, du moins dans la limite de nos expériences, proportionnelles dans tous les atomes et tous les états ?

Le fait que la théorie d'Einstein ne soit pas une explication de la gravitation, ne change d'ailleurs ni la valeur, ni les résultats de cette magnifique synthèse mathématique; la correction

qu'elle a apportée à la formule de Newton est un triomphe de la logique tensorielle. Oblige-t-elle à modifier notre concept intuitif de l'espace et du temps, comme on l'a prétendu ? Nous ne le croyons nullement: il y a d'autres langages qui peuvent se prêter à la trame des calculs. L'idée profonde et nouvelle d'Einstein est que la gravitation exige une modification de l'espace-temps autour d'une masse gravifique, une transformation de la relation analytique qui lie le champ à ses points singuliers; puis il caractérise cette modification comme la plus faible possible à conditions égales, comme différenciant le moins possible l'espace-temps nouveau de l'espace-temps euclidien et, par une intuition à laquelle il faut rendre hommage, il a recours, pour jauger ce minimum d'altération, au tenseur de courbure contracté $G_{\lambda\mu}$, élément fondamental des ensembles non euclidiens, qui s'annule lorsque la courbure moyenne de toute leur étendue est minima.

Il suffit de changer quelques mots pour faire de cette conception une conception ellipsoïdale. Il est légitime de poser en principe que la présence d'une masse gravifique modifie la nature de la propagation autour d'elle dans le milieu, et cela sur la même base que la propagation autour d'une charge électrique en translation; c'est, au fond des choses, le schéma de calcul que nous esquissions plus haut. Il est logique de postuler que cette modification est plus profonde que celle d'où procède la propagation ellipsoïdale et qu'il ne suffit pas d'une transformation linéaire à coefficients constants, ni même d'une transformation quelconque, pour la décrire algébriquement. La propagation modifiée doit être synthétisée par une forme quadratique, un ds^2, non euclidiens; et cela, parmi d'autres raisons, pour cette raison géométrique que la symétrie du champ gravifique (de sa moyenne suivant nos vues) par rapport à un point, ne laisse place qu'à des formes différentielles où le rayon et la sphère sont disjoints. Et, pour déterminer l'ellipticité de cette propagation dans le domaine infinitésimal, l'intuition d'Einstein reste valable, de quelque nom qu'on la revête, puisqu'un espace-temps infinitésimal et une propagation infinitésimale sont deux noms d'une même entité mathématique.

On peut appuyer ces remarques par une observation simple sur le ds^2 fameux de Schwartschild:

$$ds^2 = |\,dx^{-}\,|^2 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\,(dR)^2 - (1-\varepsilon)\,c^2\,dt^2 \qquad (17)$$

$$\left(R = |\,x^{-} - z^{-}\,|\ ; \quad \varepsilon = \frac{R_0}{R}\ ; \quad R_0 = 2f\,\frac{M}{c^2}\right)$$

Cette forme apparaît nettement comme ellipsoïdale, et apparentée à celle que nous avons utilisée pour la translation uniforme, du moins lorsqu'on l'écrit ainsi que nous venons de le faire, en coordonnées cartésiennes; écriture parfaitement légitime et qui n'oblige à aucune adaptation, parce que l'espace-temps ainsi défini contient un faisceau de droites passant par l'origine: c'est un espace « conique » où la métrique cartésienne conserve sa signification.

Explications préliminaires.

27. — Revenons maintenant à notre objet: la liaison de la gravitation à l'électromagnétisme. Dégageons-nous d'abord d'un certain nombre de « mystères » qui ont, jusqu'ici, obscurci les recherches.

Le premier mystère de la gravitation universelle est son apparente instantanéité. Le potentiel gravifique émis par un astre agit sur un autre astre comme s'il émanait de la position actuelle du premier, à l'instant de la réception, et non pas de sa position antérieure à l'instant de l'émission: la correction de propagation, ainsi comprise, si elle existait, ne serait pas négligeable et apparaîtrait dans le cumul séculaire des révolutions. De plus, et c'est le point le plus important, cette correction de propagation, si elle fait dévier les interactions de la ligne droite interastrale à tout instant, est théoriquement impossible; elle représente une infraction au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, une possibilité pour un système d'influencer le mouvement de son propre centre de gravité. Heureusement l'explication ellipsoïdale de cette apparente instantanéité est

immédiate; il suffit de se reporter au théorème qui nous a servi à expliquer l'expérience relativiste de Trouton et Noble (paragraphe 11, proposition 2), et de conclure: les ondes qui propagent le potentiel gravifique d'une masse en mouvement sont, comme celles qui propagent le potentiel d'une charge électrique, ellipsoïdales, centrées chacune sur son point d'émission, focalisées sur le point synchrone de la réception. Du moins dans la limite où les mouvements des astres peuvent être considérés comme uniformes pendant la durée de la propagation (huit minutes du Soleil à la Terre, une seconde de la Terre à la Lune). Ce théorème — il est intéressant de le noter — peut servir, inversement, à remonter du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, à la forme nécessaire, centrée et focalisée, de l'onde propagatrice, et cette procédure peut être étendue tensoriellement au mouvement varié.

28. — Le deuxième mystère de la gravitation universelle est son caractère attractif entre centres identiques: le signe négatif de l'énergie mutuelle de ces deux centres. L'électrostatique fournit une valeur positive de l'énergie mutuelle entre charges identiques, donc une répulsion, et, à première vue, il semble difficile de dissocier le caractère, nécessairement positif, de l'énergie constitutive d'une charge isolée, d'une somme de charges isolées, et celui de l'énergie qu'elles développent par leurs présences, dans le champ les unes des autres. C'est pourtant ce caractère négatif qui est le premier indice de la solution; par rappprochement avec le seul cas de l'électromagnétisme où des éléments identiques s'attirent, celui de deux courants parallèles et de même sens. L'énergie mutuelle gravifique représente un prélèvement sur l'énergie de formation des atomes, sur l'énergie électromagnétique de leurs électricules constituants, de même que l'attraction de deux courants de même sens provient d'un prélèvement cinétique sur l'énergie de formation des charges électriques en mouvement. Prélèvement cinétique — c'est-à-dire déformation des ondes par le mouvement, déphasage de ces ondes entre elles, altération ellipsoïdale de chacune d'elles —, le travail de déformation étant prélevé sur l'énergie statique du champ. Conclusion:

l'énergie mutuelle gravifique est un phénomène d'origine cinétique, naissant d'un résidu d'interactions entre les électricules circulant dans chacun des atomes qui s'attirent, électricules du noyau dont le mouvement est révélé par son moment magnétique, et électrons qui gravitent autour de ce noyau, étant entendu que ces interactions doivent tenir compte de la déformation ellipsoïdale des ondes par le fait du mouvement.

Autre mystère de la gravitation universelle : son indépendance vis-à-vis des édifices matériels, sa pénétration à travers tous les corps, sans qu'aucun d'eux ait le pouvoir de borner son champ, de l'affaiblir, de l'augmenter, de le modifier en quoi que ce soit. Pas de corps conducteurs, ni isolants, pas de corps transparents, ni opaques. Le poids d'un élément à la surface de la Terre, l'oscillation d'un pendule, la direction de la pesanteur sont les mêmes, quels que soient les obstacles, montagnes ou océans, interposés entre le Globe et l'appareil, à la seule différence près de l'attraction propre de ces obstacles. Là encore nous trouvons une orientation à nos recherches. Rappelons-nous que les qualités de transparence ou d'opacité vis-à-vis du champ électrostatique, aussi bien que vis-à-vis du champ électromagnétique, sont des propriétés périphériques des atomes et des molécules, qui naissent des électrons extérieurs, de leurs liaisons plus ou moins fortes au noyau, et qui n'existent que d'une manière sélective dans certains cas, pour certains champs. Un bloc de fer est opaque au champ électrostatique et aux oscillations lumineuses; il renforce, au contraire, le champ magnétique tout en s'opposant à ses variations; mais devant les rayons X d'une certaine fréquence, il devient transparent. Et cette transparence devant les fréquences supérieures est un fait général. Tout ce qui met en jeu le noyau atomique, les mouvements nucléaires ou pré-nucléaires, échappe aux lois physiques courantes, ressort de lois plus profondes, au regard desquelles les édifices matériels se comportent comme des assemblages réticulaires très espacés. La gravitation doit donc naître des mouvements nucléaires ou prénucléaires, plutôt que des mouvements planétaires, des électricules atomiques : c'est, en effet, ce que nous constaterons plus loin.

Rôle fondamental de l'atome d'hydrogène.

29. — Notre recherche, si orientée qu'elle soit par ce qui précède, serait inextricable si nous la faisions porter sur l'atome le plus général, composé par exemple d'un noyau de charge $(+Ne)$, et de N électrons périphériques, chacun de charge $(-e)$. Nous connaissons actuellement quatre-vingt-douze atomes primitifs, plus deux fois autant d'isotopes, sans compter deux corps simples, artificiellement obtenus à une date récente: plutonium et neptunium. Nous savons comment ils sont constitués, comment se comportent leurs électrons planétaires, quels électricules, protons, neutrons, entrent dans leurs noyaux, et même comment s'étagent les moments magnétiques de ces noyaux. Mais le calcul, déjà difficile, que nous allons entreprendre, serait sans issue s'il s'appliquait d'emblée au cas général; l'effet principal serait obscurci, et cela sans utilité, car en première analyse, la collection si variée des systèmes atomiques peut se ramener à l'unité.

Dès l'origine de la chimie, on a constaté que tous les atomes sont approximativement des composés d'hydrogène, leurs poids atomiques étant des multiples presque entiers de celui de l'hydrogène: c'est la loi de Prout. Cette loi approximative est devenue rigoureuse depuis la découverte des isotopes, y compris les isotopes de l'hydrogène lui-même. Tous les atomes sont des composés exacts d'hydrogène atomique, celui-ci constitué d'un proton et d'un électron planétaire; les écarts légers subsistants renseignent sur les énergies mutuelles des composants. On est même allé plus loin dans cette voie: les théories nucléaires récentes ont reconnu comme uniques constituants des noyaux atomiques, des protons, des neutrons et des électrons, c'est-à-dire, suivant ce que nous avons déjà exposé, des atomes d'hydrogène soit parvenus à l'état stable, non émissif, soit se trouvant encore à l'état « excité », l'électron planétaire occupant encore une orbite lointaine. Il est donc permis, en première analyse, de considérer les différents corps matériels comme des assemblages d'atomes d'hydrogène — assemblage

étroit dans les noyaux, plus large dans les atomes eux-mêmes, et les molécules; de considérer ces assemblages comme des juxtapositions, à énergies mutuelles négligeables dans la présente circonstance (de même que dans le calcul approximatif des masses atomiques), et de réduire enfin le calcul de l'énergie mutuelle gravifique de tous les corps à celle de deux atomes d'hydrogène, dont les interactions seront ensuite sommées deux à deux, en proportion des masses présentes. C'est le calcul que nous allons faire.

Le calcul lui-même de l'interaction de deux atomes d'hydrogène, chacun d'eux constitué d'un proton et d'un électron, est un problème analytique d'une extrême complication, si on veut le traiter rigoureusement. Il faut d'abord établir les équations tensorielles exactes du mouvement varié d'un électricule, c'est-à-dire étendre la propagation ellipsoïdale au mouvement le plus fortement accéléré et étudier sur cette base les trajectoires voisines du noyau, jusqu'à la limite $v = c$, caractéristique des trajectoires protoniques. Cela fait, calculer le champ électrocinétique de l'ensemble des électricules; et discriminer la partie dérivant d'un potentiel moyen en 1/R, ou les électricules positifs et négatifs devront intervenir différemment en fonction de leurs accélérations différentes: c'est cette différence qui doit donner le potentiel gravifique. Nous nous contenterons ici d'une première approximation de ce calcul qui consistera à aller tout de suite au résultat final, à l'état moyen du potentiel, d'où le temps a disparu, c'est-à-dire au potentiel électrostatique déformé par les mouvements moyens des électricules; et ces mouvements moyens, nous les assimilerons simplement à des rotations uniformes. C'est dans ce sens que nous avons indiqué en débutant que la gravitation se rattachait à l'étude de la propagation rendue ellipsoïdale par la rotation uniforme de l'émetteur. Rotation uniforme d'un électricule, assimilable elle-même en moyenne à la rotation solénoïdale d'une file d'électricules, c'est-à-dire à un courant solénoïdal ou encore à un aimant. En définitive, de simplification en simplification, nous nous réduirons à évaluer le caractère ellipsoïdal du champ électrostatique de charges électriques dont les mouvements constituent des aimants permanents. Il est clair que

ce premier calcul, assez grossier, laisse place ultérieurement à des approximations de plus en plus poussées; à grande distance pour retrouver de façon précise la correction d'Einstein; à moyenne distance pour établir le lien entre l'attraction gravifique et la cohésion moléculaire, la répartition cristalline; à petite distance pour interpréter les liaisons intranucléaires, la barrière de potentiel autour du noyau: chacune de ces recherches avec la probabilité d'éclairer encore davantage les rapports entre le milieu et ses insertions.

Interaction de deux champs électrostatiques ellipsoïdaux.

30. — Arrivons au point crucial de notre présente étude: qu'y a-t-il de spécial dans l'interaction de deux champs électrostatiques ellipsoïdaux, c'est-à-dire de deux champs statiques dont les potentiels n'obéissent plus à des équations de Laplace, mais à des équations résultant de transformations linéaires à coefficients constants d'équations de Laplace ? Lorsque nous posséderons la réponse à cette question, il nous sera facile d'en faire l'application à deux atomes d'hydrogène, dans chacun desquels le proton et l'électron planétaire seront supposés engendrer des champs moyens anisotropes, d'ellipticités différentes.

La réponse à la question posée réside dans la solution du problème suivant, de pure géométrie, application de la théorie des transformations.

Problème. — Sachant que deux champs électrostatiques isotropes, définis par deux équations de Laplace:

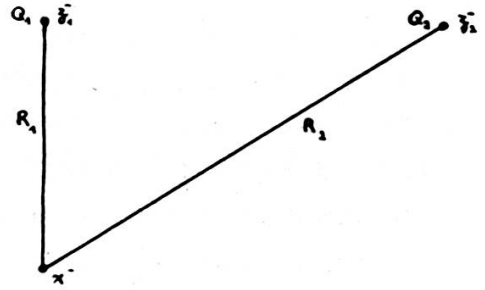

Fig. 8.

$$\Delta(U_1) = \begin{cases} -4\pi\rho_1 & \text{— charge } Q_1 \\ 0 & \text{— milieu} \end{cases} \qquad U_1 = \frac{1}{k}\frac{Q_1}{R_1}$$

$$\Delta(U_2) = \begin{cases} -4\pi\rho_2 & ; \text{ charge } Q_2 \\ 0 & ; \text{ milieu} \end{cases} \qquad U_2 = \frac{1}{k}\frac{Q_2}{R_2} \tag{18}$$

développent, entre deux charges Q_1 et Q_2 en présence, une énergie mutuelle:

$$W_{12} = \frac{1}{2}(Q_1 U_2 + Q_2 U_1) \tag{18 bis}$$

quelle est la valeur de cette même énergie mutuelle lorsque ces deux champs électrostatiques sont déformés, rendus anisotropes, et définis par les deux équations de Laplace généralisées:

$$\left\{\begin{array}{l} \left(g_1^{\alpha\beta}\dfrac{d^2 U_1}{dx^\alpha\, dx^\beta}\right) = \begin{cases} -4\pi\rho_1 & \text{— charge } Q_1 \\ 0 & \text{— milieu} \end{cases} \\[2ex] \left(g_2^{\alpha\beta}\dfrac{d^2 U_2}{dx^\alpha\, dx^\beta}\right) = \begin{cases} -4\pi\rho_2 & \text{— charge } Q_2 \\ 0 & \text{— milieu} \end{cases} \end{array}\right\} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3) \tag{19}$$

qui résultent des premières par deux transformations ellipsoïdales, linéaires à coefficients constants ?

La réponse est aisée: c'est une application élémentaire de la théorie des transformations. Il n'y a qu'un seul point délicat du point de vue algébrique: c'est que nous venons de parler de deux transformations à la fois, agissant chacune sur une des équations de Laplace originelles, et intervenant toutes deux dans la formule commune de l'énergie mutuelle. Il est clair que cette procédure ne peut pas viser les coordonnées courantes du milieu $\bar{x}$, lesquelles sont susceptibles de subir deux transformations l'une après l'autre — leur produit —, mais non deux transformations à la fois, indépendamment. Il faut donc bien préciser que les transformations s'appliquent, la première au vecteur $(\bar{z}_1 - x)$, la seconde au vecteur $(\bar{z}_2 - x)$, c'est-à-dire aux points $\bar{z}_1$ et $\bar{z}_2$, dans le système $\bar{x}$, indépendamment; ce sont les coordonnées des charges Q_1 et Q_2 qui sont transformées par rapport au point du milieu considéré.

Ce point élucidé, il suffit d'appliquer les propriétés d'invariance, covariance, contrevariance des éléments intervenants pour constater que l'énergie mutuelle devient:

$$W_{12} = \frac{1}{2}(Q_1 \sqrt{g_1}\, U_2 + Q_2 \sqrt{g_2}\, U_1) \tag{19 bis}$$

U_1 et U_2 étant les potentiels solutions des équations (19), c'est-à-dire eux-mêmes des transformations linéaires des solutions des équations (18). Les facteurs g_1 et g_2 sont définis par les formules:

$$g_1 = \text{Déterminant des } g_1^{\alpha\beta} \qquad g_2 = \text{Déterminant des } g_2^{\alpha\beta} \quad (20)$$

La présence des radicaux $\sqrt{g_1}$ et $\sqrt{g_2}$ a un motif algébrique simple; on se souvient de la formule de transformation de l'élément de volume:

$$dV_0 = \sqrt{g} \cdot dV$$

Or la densité électrique ρ est un invariant d'après son écriture même, par conséquent l'expression de la charge électrique $dq = \rho dV$ se transforme comme celle de l'élément de volume dV.

L'expression transformée du potentiel s'explicite comme suit:

$$U = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{T}}}, \qquad \mathcal{T} = (g_{\alpha\beta}(x^\alpha - z^\alpha)(x^\beta - z^\beta)) \; ; \quad \alpha, \beta = 1.2.3$$

les coefficients $g_{\alpha\beta}$ et $g^{\alpha\beta}$ étant liés par leurs variances:

$$g_{\alpha\beta} = \frac{(\text{Mineur } \alpha\beta)}{(\text{Déterminant des } g^{\alpha\beta})}$$

Application a deux atomes d'hydrogène.

31. — La formule (19 *bis*) obtenue ci-dessus a une importance capitale, c'est elle qui va nous donner la clef de la gravitation en nous fournissant l'élément discriminatoire manquant entre les répulsions et les attractions en cause. Précisons pourquoi.

Deux atomes d'hydrogène (hydrogène « atomique », et non pas ses isotopes ni sa molécule), se composant chacun d'une charge positive, proton, et d'une charge négative, électron, égales et de signes contraires, doivent donner naissance à quatre champs distincts dont les interactions d'atome à atome,

les énergies mutuelles d'atome à atome se schématisent comme suit:

1° Attractions: proton 1, électron 2; proton 2, électron 1.
2° Répulsions: proton 1, proton 2; électron 1, électron 2.

La gravitation, si elle résulte effectivement d'un résidu d'interactions électromagnétiques, doit naître d'une certaine prédominance moyenne des interactions de la première ligne sur celles de la seconde ligne. Prédominance moyenne — c'est-à-dire étendue à une période pendant laquelle les mouvements des électrons planétaires sont supposés prendre toutes les orientations possibles par rapport à l'axe de chaque proton — et pendant laquelle les axes des deux protons sont supposés prendre toutes les orientations possibles l'un par rapport à l'autre: c'est, en effet, ce qui se produit dans la réalité physique, chaque atome étant perturbé à tout instant par les chocs d'électricules et d'ondes, et l'ensemble des atomes à sommer dans tout élément matériel étant disposé absolument au hasard (du moins en première analyse, dans le cas de la matière amorphe non cristallisée). Or cette prédominance moyenne semble exclue à priori du domaine des formules classiques, équations de Laplace, équations de d'Alembert, équations de Maxwell; on le constate par le simple examen de la formule classique du champ électrocinétique:

$$-kE^{-} = \frac{dU}{dx^{-}} + \frac{dG^{-}}{dct}$$

dont le second terme, réellement cinétique, qui devrait différencier les actions en cause, prend en moyenne la valeur

$$\frac{1}{cT_{ab}}(G_a^{-} - G_b^{-})$$

nulle lorsque la fonction G^{-} est périodique, ce qui est évidemment le cas.

Au contraire, le fait d'attribuer au proton, d'une part, à l'électron planétaire, d'autre part, la faculté de créer en moyenne des champs électrostatiques anisotropes d'ellipticités inégales, apporte la différenciation essentielle que l'on cherchait. Mais le

résultat remarquable que présente le théorème que nous allons énoncer, corollaire du précédent, c'est que cette inégalité des ellipticités aboutit toujours, quelle qu'elle soit et de quelque façon que se fassent les moyennes, à une interaction attractive, à une énergie mutuelle négative: on trouve manifestement là le motif profond de l'interaction gravifique des deux atomes d'hydrogène.

Il va sans dire que ce théorème, malgré son sens évident, ne terminera pas le calcul. Il restera à montrer comment — par quelle influence moyenne des mouvements d'électricules — le proton et l'électron de chaque atome H créent, à côté de leurs champs électrostatiques normaux, isotropes, laplaciens, des corrections anisotropes, génératrices d'ellipticités, et comment ces corrections peuvent se lier numériquement au coefficient de la gravitation universelle, peuvent établir la jonction entre les paramètres électromagnétiques de l'atome H et ce coefficient.

Proposition.

32. — Si, dans un atome d'hydrogène, on attribue au proton, d'une part, à l'électron planétaire, d'autre part, la propriété de créer des champs électrostatiques moyens ayant pour équipotentielles des surfaces ellipsoïdales de révolution de la forme générale:

$$\left\{\begin{array}{l} \mathcal{P} = |x^{-} - z^{-}|^2 + \varepsilon(x^{-} - z^{-}, \xi^{-})^2 = \mathrm{C^{te}} \\ \text{ou bien:} \quad \mathcal{P} = \mathrm{R}^2(1 + \varepsilon \cos\varphi) \\ |\xi^{-}| = 1 \ ; \quad \mathrm{R} = |x^{-} - z^{-}| \ ; \quad \varphi = \text{angle}\,\widehat{(x^{-} - z^{-}, \xi^{-})} \end{array}\right. \tag{22}$$

et si l'on considère deux atomes d'hydrogène identiquement composés, dans chacun desquels les ellipsoïdes protonique et électronique sont supposés avoir le même axe ξ^{-} de symétrie, mais où ces axes ont des directions quelconques on constate, entre ces deux atomes d'hydrogène, l'existence d'une énergie mutuelle, de valeur toujours négative, qui a pour expression:

$$\mathrm{W}_{12} = -\frac{1}{4k}\frac{\mathrm{Q}^2}{\mathrm{R}_{22}}(\cos^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_2)(\varepsilon_{\mathrm{A}} - \varepsilon_{\mathrm{B}})^2 \tag{23}$$

ε_A étant le coefficient d'ellipticité qui caractérise le champ protonique, et ε_B le champ électronique.

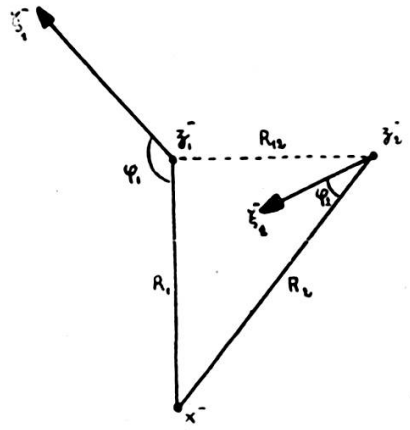

Fig. 9.

Cette proposition est une simple application de la formule (19 *bis*) aux deux atomes (1) et (2) et aux quatre interactions en cause, tels qu'ils sont caractérisés ci-dessous:

		Atome 1	Atome 2
Proton		$Q = +4{,}8 \,.\, 10^{-10}$ unités élect. stat.	$Q = +4{,}8 \times 10^{-10}$ cgs
Electron		$-Q$	$-Q$
Centres		z_1^-	z_2^-
Axes de symétrie		ξ_1^-	ξ_2^-
Coefficients d'ellipticité	Proton	ε_A	ε_A
	Electron	ε_B	ε_B

La forme (22) adoptée pour les équipotentielles, et qui est la plus générale des ellipsoïdes de révolution, suffit à faire connaître tous les éléments du calcul, les coefficients $g_{\alpha\beta}$ et $g^{\alpha\beta}$ et les facteurs g y correspondant à chaque atome et à chaque champ ellipsoïdal. Les coefficients d'ellipticité $\varepsilon_A \varepsilon_B$ peuvent être positifs ou négatifs; les ellipsoïdes de révolution peuvent être aplatis ou allongés.

La formule ci-dessus fournit une énergie mutuelle en $1/R$, des forces en $1/R^2$; la première toujours négative, les secondes toujours attractives, quelles que soient les valeurs respectives, positives ou négatives des coefficients caractéristiques ε_A et ε_B, à la seule condition que ces coefficients ne soient pas égaux. Nous vérifions par là ce que nous disions plus haut de la discrimination nécessaire entre le proton et l'électron, réalisée par la différence de forme de leurs ellipticités.

Le résultat ci-dessus se rapporte à deux atomes H de directions arbitraires mais fixes. Il faut maintenant introduire la condition physique d'orientation désordonnée qui est celle des constituants des corps matériels. Remarquons en passant que ce calcul des actions gravifiques moyennes peut permettre de justifier les hypothèses einsteiniennes; la dissociation du rayon et de la sphère, la nature non euclidienne de la propagation moyenne peuvent naître de la manière dont se composent les champs à orientations désordonnées. Pour le moment, bornons-nous au calcul le plus simple qui est d'intégrer séparément, en φ_1 et en φ_2, les facteurs $\cos^2 \varphi_1$ et $\cos^2 \varphi_2$ et de prendre leur moyenne de 0 à 2π. On obtient ainsi la formule définitive — attraction de deux atomes d'hydrogène pris dans des conditions quelconques:

$$W_{12} = -\frac{1}{4k} \cdot \frac{Q^2}{R} \cdot (\varepsilon_A - \varepsilon_B)^2 \qquad (24)$$

toujours figurative d'une attraction, répétons-le; parce que toujours négative tant que les coefficients caractéristiques ε_A et ε_B des champs électrostatiques moyens du proton et de l'électron sont inégaux; s'annulant lorsqu'ils sont égaux.

Précisons encore, pour bien fixer notre procédure, la signification des coefficients ε_A et ε_B. Dans la proposition générale aboutissant à la formule 19 *bis*, ε caractérise l'ellipticité des équipotentielles que l'on s'est données. C'est une constante du problème. Dans l'application à deux atomes H, qui aboutit à la formule 23, ε_A caractérise l'ellipticité moyenne des équipotentielles du champ protonique de chaque atome H, ε_B du champ électronique. Ce sont des constantes, dans la mesure où les ellipticités moyennes sont constantes, c'est-à-dire où les mou-

vements des particules protoniques et de l'électron planétaire sont constants. Le mot « constants » signifie ici compris dans les limites de notre expérience, terrestre ou astronomique. Mais, par exemple, ε_B changerait de valeur pour des trajectoires électroniques très extérieures, et ε_A changerait de valeur si le proton était dans un état anormal — transmutation, fission. Ces changements de valeurs exceptionnels auraient leur répercussion sur tout ce qui va suivre, sur le calcul même de la gravitation.

Liaison au coefficient de la gravitation.

33. — Nous avons à calculer les coefficients ε_A et ε_B en fonction des paramètres électromagnétiques de l'atome H: masse du proton, masse de l'électron, leurs charges électriques, moment magnétique du proton; puis à relier les résultats au coefficient de la gravitation universelle. Commençons par cette dernière opération qui nous fournira une documentation intéressante, l'ordre de grandeur des ellipticités en cause. Le coefficient de la gravitation universelle ressort de la formule de Newton, complétée par des mesures directes d'attractions terrestres, qui s'écrit:

Energie mutuelle gravifique de deux corps de masses $M_1 M_2$

$$W_{12} = -f\frac{M_0 M_2}{R} \qquad f = 6{,}667 . 10^{-8} \text{ c.g.s.} \qquad (25)$$

Examinons cette formule fondamentale. Les masses d'inertie M_1 et M_2 ont-elles le rôle physique profond que sa forme semble leur assigner ? Existe-t-il un lien absolu et direct entre le phénomène de l'inertie, de la résistance à l'accélération et celui de la création d'un champ gravifique ? Nous estimons que non. L'inertie est un phénomène complexe, variable pour un même élément matériel, suivant sa vitesse et probablement aussi suivant son accélération. L'interaction gravifique provient des mouvements internes des atomes H constituants, et il n'est pas inconcevable qu'elle puisse changer quand ces mouvements sont fortement modifiés. En définitive les masses apparaissent,

dans la formule de Newton, uniquement pour jauger commodément, dans des conditions normales, les quantités de matière intervenantes, les nombres d'atomes H en réactions mutuelles; atomes libres ou atomes engagés dans la constitution d'autres atomes. Dès lors, ces quantités de matière peuvent aussi bien être jaugées par le dénombrement de leurs charges nucléaires: $q = 4{,}8.10^{-10}$, procédure évidemment moins commode mais aussi exacte, et qui établit la liaison avec l'interaction de deux atomes H isolés. Ecrivons donc:

$$\left\{\begin{aligned} W_{12} &= -f\frac{(N_1 m_H)\,(N_2 m_H)}{R} \\ &= -f\,N_1\,N_2\left(\frac{m_H}{q_H}\right)^2 \cdot \frac{q_H^2}{R} = -\gamma\,\frac{q_H^2}{kR}\,N_1 N_2 \end{aligned}\right. \qquad (26)$$

avec : $\gamma = k\left(\frac{m_H}{q_H}\right)^2 f$

$$\left\{\begin{aligned} m_H &= \text{masse de l'atome H} = 1{,}66 \times 10^{-24}\ \text{g.} \\ q_H &= \text{sa charge nucléaire} = 4{,}8 \times 10^{-10}\,. \\ k &= \text{susceptibilité électrique du vide} = (1 \text{ en unités él. st.}) \\ N_1 N_2 &= \text{nombre d'atomes H de } M_1 \text{ et } M_2 \end{aligned}\right.$$

34. — La valeur du coefficient γ s'explicite ainsi en fonction des paramètres en cause:

$$\gamma = k \cdot \left(\frac{m_H}{q_H}\right)^2 \cdot f = 0{,}806 \times 10^{-36} \qquad (26\ bis)$$

Pour deux atomes H isolés, on doit poser:

$$N^1 = N^2 = 1$$

et l'on trouve finalement:

$$W_{12} = -\gamma\,\frac{q^2}{kR} = -\frac{1}{4\,k}(\varepsilon_A - \varepsilon_B)^2\,\frac{q^2}{R}$$

Les coefficients caractéristiques ε_A et ε_B des ellipticités protonique et électronique satisfont donc, ensemble, la relation:

$$(\varepsilon_A - \varepsilon_B)^2 = 4\gamma = 4 \times 0{,}806 \times 10^{-36} \qquad (27)$$

D'autre part, l'examen de la formule (22) des équipotentielles ellipsoïdales montre que les coefficients ε sont liés aux excentricités des ellipsoïdes par les relations:

$$\left\{\begin{array}{llll} \varepsilon > 0 & \text{Excentricité} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon}{1+\varepsilon}} & \text{Ellipsoïde aplati} \\ \varepsilon < 0 & \quad\text{»} \qquad\quad = \sqrt{-\varepsilon} & \quad\text{»} \qquad \text{allongé} \end{array}\right. \tag{27 bis}$$

Les ellipsoïdes en question sont extrêmement voisins de sphères, les champs électrostatiques moyens du proton et de l'électron planétaire de H sont extrêmement voisins de l'isotropie laplacienne. C'est pourtant ce phénomène d'une extrême petitesse qui est bien l'origine de la gravitation universelle. Et les formules précédentes corroborent le caractère que nous lui avons attribué, d'une modification résiduelle des champs électrocinétiques en jeu, quand ils sont convenablement calculés: le coefficient universel γ substitué au coefficient (f) de Newton est un paramètre sans dimensions, un facteur numérique résiduel, appliqué à la formule normale des interactions électrostatiques.

Calcul des ellipticités.

35. — Abordons maintenant le calcul des coefficients caractéristiques ε. Il s'agit — répétons-le — de savoir comment une rotation solénoïdale de charges électriques, prise comme expression de l'effet moyen de la rotation d'une charge, peut modifier le champ électrostatique primitif; comment et dans quelle mesure ce champ se déforme ellipsoïdalement.

Electron.

Commençons par le cas le plus simple, celui de l'électron planétaire. Supposons-le fixé sur une orbite stable (ce qui n'est pas exactement conforme à la réalité puisqu'il émet des radiations ou en reçoit, comme nous l'avons vu au paragraphe (17), mais cette stabilité peut être considérée comme une moyenne). Sur cette orbite stable, l'effet électromagnétique moyen de

l'électron est celui d'un aimant permanent superposé à une charge immobile. Quel est le champ électrocinétique complémentaire, correction du champ électrostatique primitif, qui se localise autour d'une circulation de charges électriques formant aimant permanent ?

La première réponse est celle de l'expérience: elle est négative. On n'a jamais constaté, même autour du plus fort électro-aimant permanent, qu'il existât un champ électrique extérieur, dû à la circulation du courant. Au contraire, la moindre variation de ce courant, ou de la position de l'électro-aimant, fait apparaître des « forces électromotrices induites », c'est-à-dire des composantes cinétiques $\frac{d\overline{G}}{dct}$, dont la forme sert de base à l'explication habituelle de ces « forces électromotrices » par les variations de flux magnétique.

Quelle est la valeur de ces données de l'expérience courante ? Faut-il les considérer comme rigoureuses ou comme insuffisamment précises ? Y a-t-il une réponse théorique à la question posée plus haut ? Il faut convenir que, en définitive, il n'y en a pas qui soit absolument complète.

En effet, nous nous retrouvons devant la même opposition, signalée à la fin de notre première partie, entre les conclusions classiques tirées des équations de Maxwell et les conclusions de la théorie ellipsoïdale. La solution corpusculaire classique, celle des potentiels scalaires et vecteurs retardés, fait apparaître dans le milieu, autour d'un courant solénoïdal, un champ électrocinétique résiduel. Un anneau parcouru par un courant constant créerait ainsi un champ électrostatique ellipsoïdal. Il semblerait donc que nous avons déjà, dans les formules classiques, ce qui nous est nécessaire ici. Mais la théorie ellipsoïdale fournit, comme dans le cas d'un courant continu rectiligne indéfini, un résultat contraire; et elle conclut encore à l'absence de champ électrique dans le domaine d'un courant constant quelconque, c'est-à-dire d'un aimant permanent, non fonction du temps.

Il serait d'ailleurs intéressant de rechercher à quel moment, et sous quelle forme exactement, un aimant permanent devient fonction du temps, car il est indubitable qu'un cylindre aimanté

en rotation autour de son axe crée un champ électrocinétique, une « force électromotrice induite ».

Mais nous pouvons encore une fois simplifier nos calculs: cette recherche est inutile ici. Le moment magnétique représentatif de la circulation de l'électron planétaire est égal, en première analyse, au moment magnétique du proton; et par conséquent l'effet ellipsoïdal, le coefficient ε, est en première approximation le même pour tous les deux; la différence $\varepsilon_A - \varepsilon_B$, origine de la gravitation, est nulle si on la calcule sur la seule base des moments magnétiques des circulations électronique et protonique.

En effet, la formule générale du moment magnétique dû à une circulation (charge Q, de vitesse aréolaire moyenne égale à B^-):

$$\mathfrak{M}^- = k' q B^- \qquad \left(kk' = \frac{1}{c^2}\right) \tag{28}$$

donne, dans le cas de l'électron planétaire de l'atome H (voir formules 11 *ter* du paragraphe 15):

$$k' q B^- = k' q B_m^- + k' q \frac{b_0^-}{u_0^- - u} = \mathfrak{M}^- + k' q \frac{b_0^-}{u_0 - u} \tag{29}$$

Le second terme est proportionnel à une constante vectorielle arbitraire b_0^- qui varie de grandeur, de direction, et de signe, suivant les trajectoires (et qui se lie à $B_m^- u_0$ par un facteur entier pour les trajectoires quantifiées, voir paragraphe 20).

Ce second terme s'annule dans la composition moyenne de toutes les trajectoires planétaires; il ne subsiste que le premier, égal au moment magnétique du proton.

Il faut donc pousser plus loin notre recherche, pour trouver la différenciation nécessaire, origine de la gravitation; les considérations finales du paragraphe 29 nous montrent que cette recherche doit se faire dans le domaine du proton: c'est là, en effet, que nous allons trouver une particularité, fondement d'un élément d'ellipticité purement protonique, donnant une valeur très faible, mais non nulle à la différence $(\varepsilon_A - \varepsilon_B)$.

Proton.

36. — Le proton possède une charge électrique égale et contraire à celle de l'électron, mais il possède aussi un moment magnétique, et une énergie magnétique considérable, qui lui assure une énergie constitutive et une masse d'inertie égales à 1.844 fois celles de l'électron. C'est donc le phénomène magnétique, malgré sa petitesse absolue, qui est l'élément prédominant de la constitution du proton. Comment l'expliquer ? Si l'on refuse toute existence indépendante au champ magnétique, si l'on en fait exclusivement une propriété cinétique du champ électrique, on est contraint de donner au magnétisme protonique, au moment magnétique du proton, la même cause qu'à tous les autres, une circulation d'électricules. Le proton contient nécessairement un ensemble de particules électriques dont le total forme une charge $+ 4{,}8.10^{-10}$, et qui se répartissent en circuits solénoïdaux dans le domaine nucléaire, autour d'une sphère de rayon approximativement égal à celui de l'électron $1{,}4.10^{-13}$. Ces données physiques, que nous préciserons mieux dans un instant, sont classiques, mais ce ne sont pas les seules qui doivent nous guider dans notre recherche. Une étude numérique des différentes constantes protoniques connues fait ressortir des données spéciales qui nous conduiront au résultat.

Le proton est un domaine qu'on peut qualifier de « dépressionnel » laissé dans le milieu par l'arrachement d'un électron, arrachement souvent constaté dans les chambres de Wilson, où des « paires » de signes contraires surgissent d'un point du milieu soumis à une tension électrique violente, mais aboutissant jusqu'ici à un électron d'une part, à un positon ou à un méson d'autre part: la genèse d'un proton n'a pas encore été observée, probablement par insuffisance des énergies en jeu. Le proton, à la différence du positon et du méson (ou plutôt des différents mésons positifs et négatifs, d'énergies étagées), est un électricule doté de permanence; tandis qu'ils sont transitoires, se dissipent presque instantanément en radiations. Cette permanence lui vient du fait que son domaine dépressionnel est en état de giration stable, origine de son moment magnétique, et de ce que les éléments en giration sont animés

de la vitesse de la lumière, par conséquent non émissifs de radiations; on peut concevoir que cette giration équilibre la pression électrostatique du milieu, par une sorte de « force centrifuge ».

Que sont ces électricules dont l'ensemble donne au proton sa charge électrique et son moment magnétique? Si nous admettons la réalité de l'arrachement précité, il serait naturel d'y voir des éléments du milieu formant la limite de la dépression et qu'on pourrait schématiser par des quantités d'électricité superficielles. On peut aussi les traiter comme des électricules volumiques dont chacun posséderait la charge ρdV et la masse μdV, ρ et μ étant la densité électrique et la densité de masse de l'électricule universel, l'électron. Sur cette base, et en figurant leurs interactions électromagnétiques par l'action individuelle du moment magnétique que ces électricules constituent, on arrive à représenter leurs mouvements par les équations, déduites des équations générales (11, 13) avec l'hypothèse $v = c$:

$$\left\{\begin{array}{l} \left(\dfrac{du}{d\varphi}\right)^2 + u^2 = \dfrac{c^2}{B^2} \\ B^- = B_m^- + \dfrac{b_0^-}{u_0 - u} \\ |v^-|^2 = c^2 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} u = \dfrac{1}{R} \; ; \quad u_0 = \dfrac{k' m/c^2}{q^2} \\ b_0^- = \text{constante arbitraire} \\ W_0 = 0 \\ B_0^- = \infty \end{array}\right. \qquad (30)$$

Ces trajectoires « maximales » ont, suivant la valeur du paramètre b_0, des formes très différentes; mais certaines d'entre elles sont des spirales limitées, comprises entre les rayons $r_0 = 1/u_0$ = approx. 10^{-13}, et $r_1 = B_{m/c}$ = approx. 10^{-10}. Elles représentent bien notre conception de la circulation dans le domaine protonique.

Cette conception se trouve appuyée par la théorie de l'inertie ondulatoire, c'est-à-dire de l'état d'auto-oscillation d'un électricule. Le proton serait, de ce point de vue, un domaine dans un état analogue à celui de l'électron qui émet des ondes associées; mais il aurait atteint la limite de non-émission d'énergie rayonnante, qui lui assure la stabilité. Les équations (30) ci-dessus devraient dans cette théorie être complétées par un terme modifiant légèrement l'expression de B^-.

37. — Les spirales protoniques ont un caractère important: elles sont précessionnées. Outre le mouvement particulier qui les fait tendre tour à tour vers les deux limites intérieure et extérieure ci-dessus indiquées, elles sont entraînées dans une rotation moyenne, fonction de la valeur moyenne du coefficient déterminatif b_0. Le proton est donc un aimant d'une nature particulière dans lequel les courants solénoïdaux élémentaires ne conservent pas leurs positions; c'est un aimant en quelque sorte mobile, en état de rotation une fois constitué. Nous savons, par l'électromagnétisme classique, ce que signifie cet état: un aimant en état de rotation engendre une « force électromotrice induite », c'est-à-dire, selon notre point de vue, un champ électrocinétique permanent et, en définitive, un champ électrostatique ellipsoïdal. Nous avons donc trouvé le facteur de différenciation ellipsoïdale entre le proton et l'électron planétaire, origine de la gravitation. Il nous reste à le préciser, à le calculer. Commençons par une estimation de la rotation d'entraînement susceptible de nous fournir le coefficient de la gravitation universelle.

Reportons-nous à l'expression de l'ellipticité due à une translation uniforme. On déduit de l'équation de l'onde:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{c^2} \tag{31}$$

puisque cette équation s'écrit:

$$|\bar{x}|^2 - \varepsilon\left(\frac{\bar{v}}{v}, \bar{x}\right)^2 - (1 - \varepsilon)\, c^2\, t^2 = 0$$

Et l'on peut attribuer à cette expression le sens physique suivant:

$$\varepsilon = \frac{mv^2}{mc^2} = 2 = \frac{\text{(Energie cinétique)}}{\text{(Energie constitutive)}}$$

L'ellipticité de l'onde a pour rôle de localiser l'énergie cinétique de la particule en translation.

Sur cette base, revenant au proton, nous écrirons que le coefficient d'ellipticité, correspondant à son entraînement précessionnel, a pour valeur:

$$\delta\varepsilon_A = 2 \times \frac{\text{(Energie cinétique) d'entraînement)}}{\text{(Energie constitutive du Proton)}} \tag{32}$$

Et nous expliciterons cette formule comme suit d'après les définitions des quantités intervenantes:

$$a) \qquad \delta\varepsilon_A = 2\sqrt{\gamma} = 2\sqrt{\left(\frac{M_0}{Q}\right)^2 kf} = 2\,\frac{M_0}{Q}\sqrt{k}\,\sqrt{f}$$

$$\left\{\begin{array}{l} M_0 \text{ et } Q = \text{masse et charge du proton} \\ f = \text{Coefficient de Newton de la gravitation} \end{array}\right. \qquad (33)$$

b) Energie constitutive du proton:

$$\begin{aligned} W_0 = M_0 c^2 &= 1{,}66 \times 10^{-24} \times (3 \times 10^{10})^2 \\ &= 1{,}49 \times 10^{-3} \text{ erg} \end{aligned} \qquad (33\ bis)$$

c) Energie d'entraînement précessionnel. On peut l'écrire, puisqu'il s'agit d'une rotation:

$$W_{\text{cinétique}} = \frac{1}{2} I_e\, \omega_e^2 \quad \left\{\begin{array}{l} I_e = \text{moment d'inertie} \\ \omega_e = \text{rotation précessionnelle} \end{array}\right. \qquad (33\ ter)$$

Dans ces conditions, l'équation (32) devient:

$$2\sqrt{\gamma} = 2\,\frac{M}{Q}\sqrt{k}\,\sqrt{f} = \frac{I_e \omega_e^2}{M_0\, c^2} \qquad !34)$$

D'où l'on déduit, pour le coefficient de la Gravitation universelle de la formule de Newton:

$$\sqrt{f} = \frac{1}{k'\sqrt{k}}\left(\frac{k'}{2}\, k'\, \dot{I}_e\, \omega_e\right)\frac{\omega_e}{M_0\, c^2} \qquad \left(kk' = \frac{1}{c^2}\right)$$

La quantité mise en évidence:

$$\left(\frac{1}{2}\, k'\, \frac{Q}{M}\, \dot{I}_e\, \omega_0\right) \qquad (34\ bis)$$

est de la dimension d'un moment magnétique, et nous voyons ainsi apparaître un lien entre la Gravitation et le Magnétisme nucléaire, qui sera examiné dans un instant.

Essayons maintenant de déterminer le moment d'inertie $\dot{I}_e$ et la rotation d'entraînement ω_e, qui entrent en jeu dans l'ellipticité du champ protonique.

Constatons d'abord un fait important: le quantum de Planck est égal au moment des quantités de mouvement des particules

constitutives du proton, animées de la vitesse de la lumière. Si l'on pose, en effet:

$$h = 6{,}55 \times 10^{-27} = M_0 c r'_0 \quad \left\{ \begin{array}{l} M_0 = 1{,}66 \times 10^{-24} \\ c = 3 \times 10^{10} \end{array} \right. \tag{35}$$

on trouve:

$$r'_0 = 1{,}315 \times 10^{-13}$$

alors que la valeur du rayon électronique, la dimension du domaine laissé libre par l'arrachement d'un électron, est:

$$r_0 = \frac{1}{2}\frac{1}{k}\frac{Q}{m_0 c^2} = 1{,}4 \times 10^{-13} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q = 4{,}8 \times 10^{-10} \\ m_0 = 9{,}0 \times 10^{-28} \end{array} \right. \tag{35 bis}$$

On constate encore les relations:

$$M_0 c^2 = h\omega = M r'^2_0 \omega^2_0 = I_0 \omega^2_0$$

avec

$$I_0 = M r'^2_0 = \frac{h}{\omega_0} \; ; \qquad \omega_0 = \frac{c}{r'_0} \tag{35 ter}$$

La quantité I_0 est le moment d'inertie principal du proton et ω_0 la rotation principale des particules constitutives, animées de la vitesse de la lumière. Les quantités $I_e \omega_e$ d'une part, $I_0 \omega_0$ d'autre part, se conjuguent d'une manière analogue à des inerties et des rotations composées.

La formule (34) peut donc s'écrire:

$$\sqrt{\gamma} = \frac{1}{2}\frac{I_e \omega^2_e}{I_0 \omega^2_0} \tag{36}$$

Dès lors des hypothèses simples sur les circulations principale et précessionnelle dans le proton — s'appuyant sur le rôle qu'y jouent les deux masses m et M, révélé par ses deux moments magnétiques (voir ci-après) — permettent de postuler les relations ci-après:

$$\frac{I_e}{I_0} = \frac{\omega_e}{\omega_0} = \left(\frac{\partial r_0}{r_0}\right)^2 = \left(\frac{2 m_0}{M_e + m_0}\right)^2 \tag{37}$$

D'où, immédiatement:

$$\sqrt{\gamma} = \frac{1}{2}\left(\frac{2m_0}{M_0 + m_0}\right)^6 \begin{cases} m_0 = 9{,}0 \times 10^{-28} \\ M_C = 1{,}66 \times 10^{-24} \end{cases} \qquad (38)$$

Cette formule du coefficient de la gravitation se vérifie assez exactement. On a, en effet:

$$\sqrt{\gamma} = (\text{d'après l'équation 26 } bis) = 0{,}9 \times 10^{-18}$$
$$\frac{1}{2}\left(\frac{2m_0}{M_0 + m_0}\right)^6 = 0{,}8 \times 10^{-18} \qquad (38\ bis)$$

Finalement, le coefficient de la gravitation universelle de la formule de Newton:

$$W_{12} = f\frac{M_1 M_2}{R_{12}} \quad f = 6{,}667 \times 10^{-6}$$

se lie de la manière suivante aux paramètres fondamentaux de l'électromagnétisme:

$$\sqrt{f} = \frac{1}{\sqrt{k}}\frac{Q}{M}\sqrt{\gamma} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{k}}\frac{Q}{M}\left(\frac{2m}{M + m}\right)^6 \qquad (39)$$

Q = charge du proton ; M = masse du proton ;
m = masse de l'électron

Cette formule se vérifie à 10% près; on ne pouvait pas espérer une meilleure approximation après toutes les simplifications opérées dans ce premier calcul.

Données complémentaires sur le proton.

38. — Les vues que nous venons d'utiliser à l'explication de la gravitation ont d'autres justifications, tirées de différentes données numériques que l'on possède actuellement sur le proton.

1° Rappelons d'abord la relation (35) ci-dessus trouvée: le quantum de Planck est le moment des quantités de mouvement des particules constitutives du proton, animées

de la vitesse de la lumière, dans leur circulation fondamentale.

$$h = 6{,}55 \times 10^{-27} = M_0 c r'_0$$
$$= M r'^2_0 \omega_0 \qquad = I_0 \omega_0$$

avec:

$$\begin{cases} r'_0 = 1{,}315 \times 10^{-13} \\ \omega_0 = \dfrac{c}{r'_0} = 2{,}28 \times 10^{23} \end{cases}$$

2° Le proton possède deux moments magnétiques : son moment « extérieur » qui règle la quantification des trajectoires planétaires (magnéton de Bohr):

$$\mathfrak{M}_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot k' \frac{Q}{m} h = 0{,}28 \times 10^{-9} \times k' \qquad (40)$$

son moment « intérieur », qui apparaît dans les mesures mécaniques effectuées sur le proton, et qui s'exprime ainsi:

$$\mathfrak{M}_P = 2{,}79 \cdot \frac{m}{M} \cdot \mathfrak{M}_A = 4{,}18 \times 10^{-13} \times k' \qquad (39\ bis)$$

Nous ne parlons pas du magnéton de Weiss, qui semble être le résultat de mesures moyennes sur des orientations désordonnées affectées du facteur $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi^2}}$.

3° Il semble que le moment magnétique « extérieur » du proton corresponde à son énergie cinétique, c'est-à-dire à la presque totalité de son énergie constitutive. On a en effet, par une formule élémentaire:

$$W_m = \frac{4\pi}{k'} \cdot \frac{\mathfrak{M}^2}{V} \qquad (V = \text{volume}) \qquad (41)$$

d'où, si l'on prend pour l'énergie la valeur $M_0 c^2$ et pour le moment la valeur $\mathfrak{M}_B$:

$$V = \frac{4\pi}{k'} = \frac{(0{,}28 \times 10^{-9} \times k')^2}{(1{,}66 \times 10^{-24}) \times c^2} = 7{,}3 \times 10^{-37} =$$
$$= (\text{approx}^t)\ (10^{-13}) \times (10^{-12})^2$$

Le proton serait représenté, d'après ce chiffre, par un domaine ellipsoïdal aplati, de hauteur 10^{-13} comme le noyau, et de rayon 10^{-12} cm.

4° Il semble que le moment magnétique « intérieur » du proton naisse plutôt de la circulation nucléaire et que l'énergie correspondante, transformée en pression du milieu, serve à équilibrer la pression électrostatique constatée sur l'électron.

En effet, le même calcul effectué avec les valeurs $m_0 c^2$ de l'énergie constitutive et $\mathfrak{M}_p$ du moment magnétique donne pour le volume occupé:

$$V = \frac{4\pi}{k'} = \frac{(4{,}21 \times 10^{-13} \times k')^2}{(0{,}9 \times 10^{-27}) \times c^2} = 3{,}03 \times 10^{-39} =$$

$$= (\text{approx}^{\text{t}})\ (10^{-13})^3 \qquad (42)$$

c'est-à-dire approximativement le volume de la sphère nucléaire de rayon 10^{-13} cm.

Nous interprétons cette concordance comme suit. L'énergie constitutive de l'électron est le travail que représente son insertion dans un milieu où la pression locale statique est égale, précisément, à cette énergie divisée par le volume qu'il occupe; c'est donc cette même énergie que doit développer la circulation protonique pour maintenir le vide central, supposé égal à ce même volume.

VÉRIFICATIONS EXPÉRIMENTALES.

39. — Y a-t-il des vérifications expérimentales, existantes ou possibles, de la théorie que nous venons de présenter ?

Une vérification possible de notre théorie de la gravitation consisterait à étudier le champ électrocinétique d'un aimant permanent entraîné par une rotation et à s'assurer, d'abord que ce champ affecte une forme électrostatique ellipsoïdale, ensuite que deux aimants voisins, par leurs champs ellipsoïdaux, exercent l'un sur l'autre l'interaction prévue par

la formule générale 19 *bis*. Il faudrait que les circulations électriques génératrices de ces aimants permanents atteignent la plus grande vitesse possible; qu'elles soient constituées par des électrons cathodiques.

D'autres études, connexes de notre théorie de la gravitation, pourraient être effectuées sans trop de difficultés. Par exemple, quel est le poids d'un électron, son attraction par le globe terrestre ? D'après nos formules, cette attraction, limitée à l'interaction gravifique, est nulle; l'électron n'a aucun motif d'être l'origine d'un champ électrostatique ellipsoïdal, du moins lorsqu'il ne constitue pas un aimant par sa circulation, et lorsqu'il n'est pas en état d'auto-oscillation. Quel est le poids d'un proton isolé, dépouillé de son électron planétaire ? Il n'est certainement pas nul; car le proton, nous l'avons vu, est un système cinétique, centre d'un champ électrostatique ellipsoïdal, qui doit donc posséder une interaction avec l'ensemble des champs afférents aux atomes H du globe terrestre.

Concernant la gravitation, on a essayé plusieurs fois de la modifier par un mouvement de rotation, de la lier aux forces centrifuges internes. D'après notre théorie, il y a là une voie susceptible de donner des résultats. Si les expériences n'ont pas réussi, c'est parce que les moyens employés ont été insuffisants; parce qu'on a utilisé des corps matériels, systèmes où les énergies incluses sont pratiquement infinies par rapport à celles dont nous disposons dans nos laboratoires, et même par rapport à toutes les énergies mécaniques possibles sur notre globe. Mais il n'en aurait sans doute pas été de même si l'on avait utilisé des électricules isolés ou des atomes H isolés, lancés avec des vitesses approchant celle de la lumière: un tel système rotatif ferait certainement apparaître des modifications de la pesanteur.

Formule astronomique de Prunier-Blackett.

40. — Passons aux vérifications existantes de notre théorie de la gravitation. Jusqu'à ces derniers temps, nous devons convenir qu'il n'en existait aucune. Mais récemment l'astro-

nomie a observé une liaison capitale entre le champ magnétique à la surface des étoiles, décelé par leurs déviations spectrales, et leur moment cinétique, calculé par un ensemble d'évaluations sur les rotations et les masses internes qui se corroborent convenablement. Cette liaison valable pour la Terre peut maintenant être admise comme une donnée physique générale. Elle est exprimée par la formule suivante (que nous appelons de Prunier-Blackett parce qu'elle a été indiquée pour la première fois pour la Terre par M. F. Prunier et ensuite précisée, d'une manière générale, par M. le professeur Blackett)[1].

Formule Prunier-Blackett (en unités électr. magn. cgs):

$$\left(\frac{\text{Moment magnétique d'un astre}}{\text{Moment cinétique de rotation de cet astre}}\right) = \frac{\alpha}{c}\sqrt{f}$$

avec

$$\left\{\begin{array}{l} c = 3.10^{10} \text{ cm/sec (vitesse de la lumière)} \\ f = 6{,}667.10^{-8} \text{ cgs (coefficient de Newton)} \\ \alpha = \text{coefficient numérique à peu près constant, de l'ordre de l'unité.} \end{array}\right. \tag{43}$$

Valeurs mesurées pour le coefficient α (d'après Blackett):

La Terre	0,30
Le Soleil	1,14
Etoile β Virginis	1,16

Nous allons constater que cette liaison, encore mystérieuse, entre le coefficient de la gravitation universelle et les paramètres de la rotation d'un astre, son moment magnétique, son moment cinétique, est une conséquence directe de l'explication que nous avons donnée de la gravitation et qu'elle se lie numériquement à nos formules de la façon la plus simple.

[1] Voir F. Prunier, « Sur quelques observations et expériences nouvelles », pages 51 à 53 du numéro de juillet 1946 des *Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève* (5e pér., *28*, 51, 1946) et Blackett, article du 17 mai 1947 de la revue *Nature*, de Londres, nº 159, p. 658.

Si on imprime une rotation à un corps, à un système d'atomes, composé en parties égales de charges électriques positives et négatives, il n'y a pas, dans l'ensemble, à l'échelle macroscopique, de raison physique pour qu'un moment magnétique apparaisse: les courants $+ q\nu^{-}$ et $- q\nu^{-}$ semblent devoir s'équilibrer.

Il en est autrement si on examine ce qui se passe à l'échelle atomique; on reconnaît des effets magnétiques extrêmement faibles, indiscernables dans les conditions de notre expérience mais qui, cumulés sur la masse d'un astre, doivent donner des effets de surface observables. Les protons des atomes H constituants sont par eux-mêmes des aimants, orientés d'une manière désordonnée et sur lesquels une rotation d'ensemble doit agir suivant la règle élémentaire, qui assimile magnétisme et rotation. Les électrons planétaires, eux aussi, par leur circulation moyenne forment des aimants, lesquels, comme nous l'avons vu (formule 29), s'identifient, dans l'ensemble des trajectoires possibles, à l'aimant protonique. Il est donc admissible que la rotation d'un corps matériel doive exercer sur les atomes qui le constituent une action orientatrice analogue à celle d'un champ magnétique. Mais il est bien difficile de déduire, de ce fait individuel, une évaluation quelconque du champ magnétique global qui peut être créé; on se trouve en face d'un problème statistique, analogue à celui du diamagnétisme ou du paramagnétisme, et l'on sait, par expérience, que les solutions de ce problème physique dépendent presque exclusivement des configurations extérieures des atomes et molécules, et de leur température. Ce n'est pas dans cet ordre de phénomènes qu'il faut chercher la raison d'un lien aussi profond que celui d'une rotation et d'un potentiel gravifique.

41. — Allons donc plus avant. Ne nous occupons plus de l'influence de la rotation sur la manière dont les atomes en général, ni même les atomes H constituants, s'orientent ou se comportent; examinons un effet physique — certainement plus faible à l'échelle individuelle de chaque atome H — mais qui s'intègre toujours dans le même sens pour leur ensemble et qui

doit, par conséquent, pour un volume astral, atteindre le niveau observable: l'influence de la rotation sur la précession propre de chaque proton; l'effet global de la composante de précession supplémentaire imposée à chaque proton. Si infinitésimal que cela soit, nous savons par avance, d'après tout ce qui précède dans le présent travail, que cela influera sur la gravitation, et influera sur le magnétisme, simultanément. Sur la gravitation, parce que l'entraînement supplémentaire de l'aimant protonique créera une « force électromotrice induite » supplémentaire, c'est-à-dire dans notre langage, une ellipticité $\delta\varepsilon_A$ supplémentaire. Sur le magnétisme, parce que cette composante de rotation, sa correspondance en vitesse aréolaire du proton, se transformeront en composante de moment magnétique, intégrable dans tout le volume de l'astre. Essayons de donner une forme algébrique précise à cette conception.

Le coefficient caractéristique d'ellipticité spécial au proton — ce que nous avons appelé $\delta\varepsilon_A$ —, fonction de sa précession moyenne ω_e, a pour valeur d'après les formules (32) et (34):

$$\delta\varepsilon_A = \left(\frac{\dot{I}_e\,\omega_e^2}{W_0}\right) = 2\sqrt{\gamma} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma = \text{coefficient transformé} \\ \quad\;\; \text{de la gravitation} \end{array} \right. \qquad (44)$$

Une rotation supplémentaire $\delta\omega^-$, s'ajoutant vectoriellement à la rotation individuelle ω_e^- de chaque proton, introduit les modifications suivantes.

a) $\dot{I}_e\,\omega_e^2$ devient:

$$\dot{I}_e(\omega_e^- + \delta\omega^-)^2 = \dot{I}\,\omega_e^2 + 2\,I_e(\omega^-,\ \delta\omega^-) + \dot{I}\,\delta\omega^2 \qquad (44\ bis)$$

b) W_0, énergie constitutive calculée dans l'ensemble du corps considéré, se trouve augmentée de l'énergie cinétique de rotation, c'est-à-dire de la quantité:

$$\Sigma\,\delta W_0 = \frac{1}{2}\,I_c(\delta\,\omega)^2 \qquad (\Sigma = \text{ensemble du corps}) \qquad (44\ ter)$$

$$(I_c = \text{moment d'inertie du corps})$$

Si l'on admet qu'il y ait constamment proportionnalité entre l'entraînement rotatif du proton et la « force électromotrice induite » sous forme d'ellipticité du champ électrique, on peut donc écrire:

$$\Sigma \dot{I}_e \omega_e^2 = 2\sqrt{\gamma}\, \Sigma W_0$$

$$\Sigma \dot{I}_e \omega_e^2 + 2\Sigma \dot{I}_e(\omega_e^-, \delta\omega^-) + \Sigma \dot{I}_e \delta\omega^2 =$$

$$= 2\sqrt{\gamma}\left(\Sigma W_0 + \frac{1}{1} I_e \delta\omega^2\right) \qquad (45)$$

Mais, dans l'ensemble du corps, le terme

$$2\Sigma \dot{I}_e(\omega_e^-, \delta\omega^-) = 2 I_e \omega_e \delta\omega\, \Sigma \cos \widetilde{\omega_e^- \delta\omega^-}$$

est nul, car les orientations mutuelles de chaque ω_c^- protonique et du $\delta\omega^-$ d'ensemble sont restées désordonnées. On peut donc écrire:

$$\Sigma \dot{I}_e \omega_e^2 + \Sigma \dot{I}_e \delta\omega^2 = 2\sqrt{\gamma}\left(\Sigma W_0 + \frac{1}{2} I_e \delta\omega^2\right) \qquad (45\ bis)$$

D'où, en retranchant la première équation (48):

$$\Sigma \dot{I}_e \delta\omega^2 = \sqrt{\gamma}\, I_e \delta\omega^2$$

On peut dériver par rapport à $\delta\omega$, avec cette signification que la relation reste vraie pour toute variation de la rotation d'ensemble envisagée; il vient:

$$\Sigma I_e \delta\omega^- = \sqrt{\gamma}\, I_c \delta\omega^- \qquad (46)$$

C'est la relation de Prunier-Blackett écrite sous une autre forme; nous allons retrouver la forme (46).

42. — Dans le second membre, nous voyons apparaître le moment cinétique $\dot{I}_c \delta\omega^-$ dû à la rotation $\delta\omega^-$ de l'astre. Ce

moment se trouve multiplié par le facteur $\sqrt{\gamma}$ qui est lié au coefficient de la gravitation universelle par la relation (26):

$$\gamma = k \left(\frac{m_{\mathrm{H}}}{q_{\mathrm{H}}}\right)^2 /$$

f est le coefficient de Newton; soit . . . . . $6{,}667.10^{8-}$ cgs.
m_h est la masse de l'atome H, égale à celle de l'électron près, à la masse M_0 du proton $1{,}66.10^{-24}$ g.
q_h est la charge nucléaire de l'atome H, égale, au signe près, à celle de l'électron . . . $4{,}8.10^{-01}$
k est la susceptibilité électrique du vide, égale à 1 dans le système électrostatique cgs; égale à $1/C^2$, dans le système éleétromagnétique cgs.

Nous pouvons écrire la formule (46) de la manière suivante:

$$k'\left(\frac{q_{\mathrm{H}}}{m_{\mathrm{H}}}\right) \Sigma\, \dot{\mathrm{I}}_e\, \delta\omega^- = \mathrm{K}'.\ \sqrt{\mathrm{K}}.\ \sqrt{f}\ .\ \dot{\mathrm{I}}_c \delta\omega^- \qquad (46\ bis)$$

Le second membre a pris exactement la forme du second membre de la formule Prunier-Blackett, sauf que les unités sont restées arbitraires au lieu d'être électromagnétiques comme dans cette formule. En spécifiant les unités, on obtient, en effet:

Unités électromagnétiques cgs: $k' = \frac{1}{c^2}$; $k = 1$; $k'\sqrt{k} = \frac{1}{c}$

Unités électrostatiques cgs : $k' = 1$; $k = \frac{1}{c^2}$; $k'\sqrt{k} = \frac{1}{c^2}$

La coincidence est parfaite.

(46 *ter*)

Passons au premier membre:

$$\Sigma\, k' \frac{\mathrm{Q}_{\mathrm{H}}}{m_{\mathrm{H}}}\, \dot{\mathrm{I}}_e\, \delta\omega^-$$

Il suffit de se reporter à la définition du moment magnétique dû à une rotation de charges électriques (formule 29) pour constater que ce premier membre est l'expression d'un moment magnétique. C'est la somme vectorielle des moments magné-

tiques atomiques créés par la rotation d'ensemble imposée aux protons, moments d'une extrême petitesse individuelle mais qui, intégrés dans toute la masse d'un astre, parviennent à produire un champ magnétique superficiel observable. Le sens physique de la formule Prunier-Blackett est donc, non seulement une liaison de la gravitation et du magnétisme de rotation, mais une explication profonde du magnétisme astral par l'entraînement rotatif des particules du domaine protonique dans chaque atome H constituant, et ce phénomène astral n'a comme caractère distinctif que l'échelle de sa réalisation: il doit exister, en principe, partout.

Conclusion.

Nous ne prétendons naturellement pas avoir pu faire un travail définitif. Nos tentatives d'explications, quoique se rattachant à une même doctrine — la doctrine de la propagation ellipsoïdale — embrassent un ensemble tellement vaste de théories — Relativité, Quanta, Gravitation — que les facultés d'un seul chercheur n'y peuvent évidemment pas suffire. Les calculs qui appuient nos exposés, et qui sont déjà volumineux, n'ont été ici que résumés, synthétisés par leurs résultats; nous les publierons ultérieurement dans un ouvrage développé, lorsque les circonstances le permettront. Mais tels quels, nous ne nous dissimulons pas leur insuffisance; ce sont des sentiers d'exploration qu'il faudra transformer en grandes routes pour la commodité et la sûreté des chercheurs. Nous ne pouvons donc, en terminant, que formuler un souhait, très sincère, celui de voir des esprits jeunes s'intéresser à notre effort, le reprendre avec plus de vigueur, le pousser vers les vérifications expérimentales, l'affermir par les développements mathématiques indispensables et réaliser pleinement l'interprétation unitaire que nous avons ambitionnée.

NOTE ANNEXE

Schéma d'une électronique rationnelle.

Les idées et les calculs présentés dans le travail qui précède se rattachent à ce que nous avons appelé la doctrine ellipsoïdale, issue du principe de la transformation de la propagation par le mouvement de l'émetteur. Cette transformation se produit d'ailleurs nécessairement, alors même que l'on attribue aux ondes cinétiques une forme sphérique comme au repos, parce que le mouvement de l'émetteur déphase les ondes mutuellement et perturbe leur progression. C'est dans ce phénomène physique que réside l'origine de l'aberration cinétique des champs, qui constitue l'électromagnétique ; et la mécanique rationnelle est un cas particulier de l'électromagnétisme, le cas où les conséquences de l'aberration des champs n'apparaissent sensiblement que dans l'inertie.

Voici comment ces vues générales se schématisent par le calcul.

Soit une propagation quelconque, figurée par son élément ondulatoire infinitésimal:

$$ds^2 = (g_{\lambda\mu}\, dx^\lambda\, dx^\mu) = 0 \qquad \begin{cases} \lambda\,\mu = 1.2.3.4. \\ g_{44} < 0 \;;\; x^{\mathrm{IV}} = ct \end{cases} \tag{1}$$

L'équation $ds^2 = 0$ représente des familles de quadriques infinitésimales qui, en chaque point, à toute époque, se développent en fonction du temps, et dont les enveloppes forment des ondes; les géodésiques, des rayons.

Ces ondes propagent des potentiels, ce mot désignant toute grandeur scalaire attachée au milieu, figurative de son état; et ces potentiels sont définis par l'équation aux dérivées partielles:

$$\left(g^{\lambda\mu}\,\frac{d^2\,\mathrm{U}}{dx^\lambda\, dx^\mu}\right) = \begin{cases} -4\pi\rho & \text{(domaines singuliers émetteurs)} \\ 0 \end{cases} \tag{2}$$

La notation $\frac{d^2 U}{dx^\lambda dx^\mu}$ désigne la dérivée seconde tensorielle:

$$\frac{d^2 U}{dx^\lambda dx^\mu} = \frac{d^2 U}{dx^\lambda dx^\mu} - \left(C^\rho_{\lambda\mu} \frac{dU}{dx^\rho} \right) \tag{2}$$

$g^{\lambda\mu}$ et $g_{\lambda\mu}$ étant reliés par les conditions:

$$g^{\lambda\mu} = \left(\frac{(\qquad)^{\lambda\mu}}{(\text{détermin}^t \text{ des } g_{\lambda\mu})} \right) ; \qquad \text{d'où: } (g^{\lambda\rho} g_{\rho\mu}) = \begin{cases} 1 & \lambda = \mu \\ 0 & \lambda \neq \mu \end{cases}$$

Il existe nécessairement des domaines singuliers émetteurs où $\rho \neq 0$; sans quoi U se réduirait à 0 ou bien ne s'annulerait pas à l'infini.

Les fonctions U ainsi propagées ont une propriété fondamentale; elles rendent minimum l'intégrale qu'on peut appeler Action:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{A} = \frac{1}{C} \int \left(g^{\lambda\mu} \frac{dU}{dx^\lambda} \frac{dU}{dx^\mu} \right) d\mathcal{H} + \frac{1}{C} \int \left(h^\lambda \frac{dU}{dx^\lambda} \right) d\mathcal{H} \\ \text{avec:} \\ h^\lambda = -(g^{\lambda\mu} C^\rho_{\lambda\mu}) \; ; \quad d\mathcal{H} = \left\{ \begin{array}{c} \text{élément d'hypervolume} \\ \text{à 4 dimensions} \end{array} \right. \end{array} \right. \tag{3}$$

L'élément d'hypervolume $d\mathcal{H}$ peut s'écrire:

$$d\mathcal{H} = \sqrt{g} \left| dx^\lambda_\mu \right| \sqrt{g} \, . \, dV . dct \tag{3 bis}$$

dV: élément de volume

Or cette fonction A, ainsi définie par une intégrale, peut revêtir une forme « corpusculaire », en fonction des domaines émetteurs où $\rho \neq 0$; cette forme est la suivante:

$$\mathfrak{A} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c} \cdot \Sigma q U \sqrt{g} \, dct + \frac{1}{c} \cdot \int \left(\frac{dh^\lambda}{dx^\lambda} \right) U^2 \, dV \, dct \sqrt{g} \\ \text{plus des termes reportés aux limités, qui n'in-} \\ \quad \text{terviennent pas dans une variation } d\mathfrak{A}. \end{array} \right. \tag{4}$$

On a converti les intégrales $\int \rho \, dV$ en expressions q en les supposant appliqnées à des domaines singuliers V, où $\rho \neq 0$, de formes indépendantes du temps.

Cela étant posé, l'Electronique rationnelle repose sur les deux propositions suivantes:

1° La propriété des fonctions propagées U, de rendre minimum la valeur (3) de l'action $\mathfrak{A}$, subsiste quand on donne à $\mathfrak{A}$ la valeur (4), en fonction des domaines singuliers émetteurs;

2° Cette propriété subsiste quand les dits domaines émetteurs se déplacent dans le milieu en conservant leurs formes, mais en modifiant la propagation. Elle constitue alors, par conséquent, la loi de ces déplacements: il suffit, pour l'obtenir, d'écrire les équations de minimum d'Euler, en fonction des paramètres des dits déplacements.

L'équation (4) peut donc s'interpréter, par son premier terme, comme une équation de Hamilton généralisée; par son second terme comme une équation nouvelle fournissant le rayonnement des particules émettrices.

S'il y a plusieurs propagations en présence, plusieurs catégories d'émetteurs et de mouvements — autrement dit, s'il y a interactions — l'équation (3) de minimum se généralise, et s'écrit:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{c} \sum_{pq} \int \left(g_p^{\lambda\mu} \frac{dU_p}{dx^\lambda} \frac{dU_q}{dx^\mu} \right) d\mathcal{H}_q + \frac{1}{c} \int \left(h_p^\lambda \frac{dU_q}{dx^\lambda} \right) d\mathcal{H}_q \qquad (5)$$

$$(p \cdot q = 1.2 \ldots n)$$

chacune des fonctions U_p étant définie par une propagation particulière, $g_p^{\lambda\mu}$, où les coefficients sont fonctions de la vitesse de l'émetteur.

La valeur (5) de A se met également, en ce cas, sous une forme corpusculaire, et les équations de minimum d'Euler s'y appliquent encore; elles font apparaître des forces aberrées, électromagnétiques généralisées.

Cas particulier d'un électron dans un champ fixe. Inertie ondulatoire.

Nous avons indiqué dans notre travail l'équation du mouvement d'un électron dans le champ d'un proton, avant introduction du moment magnétique de ce proton (voir équation (7 *bis*)):

$$\left\{\begin{array}{l} \left(\frac{d}{dct}(W_0 - W_p)\,\frac{\overline{v}}{c}\right) = -\frac{dW_p}{dx^2} \\ W_0 = m_0 c^2 = \text{énergie constitutive de l'électron} \\ W_p = \text{énergie potentielle} \end{array}\right. \qquad (6)$$

Cette équation s'obtient aisément par la procédure de minimum que nous avons schématisée ci-dessus. Elle a aussi la forme (voir équation (7):

$$\frac{W_0}{c^2}\cdot\frac{d^2\,\overline{x}}{dt^2} = \overline{f} = (\text{force aberrée}) = -\frac{dW_p}{d\overline{x}} + \left(W_p\,\frac{\overline{v}}{c}\right) \qquad (6\ bis)$$

La quantité W_0, énergie constitutive de l'électron attachée à cette particule dans son mouvement, doit, en toute rigueur, comprendre non seulement le terme précité ($m_0\,c^2$), comme au repos, mais aussi un terme exprimant son énergie de rotation:

$$W_{\text{rotation}} = W_1 = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$$

I étant le moment d'inertie du domaine électronique;

ω^- étant la vitesse de rotation *locale* de ce domaine qui s'exprime ainsi en fonction du mouvement local:

$$\omega^- = \frac{(\overline{v} \wedge \overline{j}}{v^2} \qquad (3)$$

ω^- est la vitesse de rotation de la tangente à la trajectoire, différente de la vitesse de rotation du rayon vecteur (leur

rapport moyen donne le nombre de spires des trajectoires fermées, et la précession des trajectoires ouvertes).

La présence du terme $\frac{1}{2} \mathrm{I}\, \omega^2$ introduit, dans l'équation de minimum d'Euler, un terme complémentaire qui vient s'ajouter aux premiers membres des équations (6) et (6 *bis*) ci-dessus, et qui a pour expression:

$$-\frac{d}{dct}\left(\frac{d\mathrm{W}_1}{dv^{-}}\right) + \frac{d^2}{dct^2}\left(\frac{d\mathrm{W}_1}{dj^{-}}\right) \tag{9}$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d\mathrm{W}_1}{dv^{-}} &= -\frac{\dot{\mathrm{I}}}{v^2}(\omega^{-} \wedge j^{-}) - 2\dot{\mathrm{I}}\,\frac{\omega^2}{v}\,\frac{v^{-}}{v} \\ \frac{d\mathrm{W}_1}{dj^{-}} &= +\frac{\mathrm{I}}{v^2}(\omega^{-} \wedge v^{-}) \end{aligned}\right.$$

On constate qu'il interviendra, comme terme principal supplémentaire dans les équations (6) et (6 *bis*) originelles l'expression:

$$-\left(\frac{\dot{\mathrm{I}}\,\omega^{-}}{v^2} \wedge \frac{dj^{-}}{dt}\right) \tag{10}$$

qui suffit à fournir deux résultats capitaux:

1° Les équations originelles deviennent des équations en $\frac{d^3 x^{-}}{dt^3}$, et elles possèdent donc — en outre de la solution classique, mécanique, avec second nombre f'^{-} — une solution spéciale sans second nombre, indépendante des forces aberrées f'^{-} qui s'exercent sur l'électron;

2° Aux approches de la vitesse maximale, lorsqu'on peut poser $|v^{-}| = c$ sensiblement, la solution de l'équation sans le second nombre f'^{-} résulte des termes principaux:

$$\left(\dot{\mathrm{I}}\,\omega_0^{-} \wedge \frac{dj^{-}}{dt}\right) - m_0 c^2 j^{-} = 0 \tag{11}$$

qui admettent la solution de rotation:

$$\frac{dj^{-}}{dt} = -(\omega^{-} \wedge j^{-}) \tag{12}$$

avec les conditions:

$$\begin{cases} (\dot{I}\,\overline{\omega_0}\,,\ \ \overline{\omega}) = m_0\,c^2 \\ (\overline{\omega_0},\ \ \overline{j}) = 0 \end{cases} \tag{13}$$

La seconde condition signifie que la trajectoire est plane et perpendiculaire à l'axe de rotation.

Examinons la première condition. Il suffit de poser:

$$\begin{cases} \dot{I}\,\overline{\omega_0} = 2\,\pi\,\overline{h} \\ (\overline{h} = \text{constante de Planck, orientée}) \end{cases} \tag{14}$$

pour obtenir:

$$m_0\,c^2 = h\,\frac{\omega}{2\,\pi} = hf \tag{15}$$

On trouve donc, à la fois, un régime local oscillatoire et la fréquence des ondes de L. de Broglie, comme nous l'avions annoncé.