Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 2 (1949)

Artikel: Sur les fondements de l'électrodynamique classique (méthode axiomatique)

Autor: Mercier, André

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-739781

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

André Mercier. — *Sur les fondements de l'électrodynamique classique (méthode axiomatique).*

Il n'existe pas d'exposé strictement axiomatique de l'électromagnétisme. Un des exposés les plus systématiques est celui de H. Weyl [1], où l'auteur réunit d'emblée les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ d'une part, et $\vec{D}$ et $\vec{H}$ de l'autre, dans deux tenseurs de rang 2. Le fait que $\vec{B}$ est analogue à $\vec{E}$ et que $\vec{H}$ est analogue à $\vec{D}$ semble être ignoré d'un certain nombre de physiciens. A ce propos, remarquons qu'à notre connaissance, Weyl est le seul auteur qui définisse le vecteur de Poynting à partir du produit $\vec{E} \times \vec{B}$, ce qui est la seule définition théoriquement plausible (au lieu de $\vec{E} \times \vec{H}$ chez les autres auteurs [2]). Les raisonnements suivis ici conduisent nécessairement à définir ce vecteur à l'aide du produit $\vec{E} \times \vec{B}$ et il serait en principe possible de trancher par l'expérience la question de savoir si le vecteur de Poynting dépend de $\vec{E} \times \vec{B}$ ou de $\vec{E} \times \vec{H}$.

Juvet et Schidlof [3], puis Mercier [4] ont donné la forme cliffordienne des équations de l'électromagnétisme, sans cependant ordonner ces équations sous une forme vraiment axiomatique; il est vrai que Juvet et Schidlof suggèrent une telle forme, mais nous ne la tenons pas pour suffisante, d'autant plus qu'elle ne concerne que l'électromagnétisme dans le vide, laissant de ce fait sans réponse les questions les plus délicates de la théorie (influence de la matière polarisable).

Nous nous placerons ici dans le cas de l'électrodynamique généralisée de Juvet-Schidlof, où le courant peut être un survecteur. Sous la forme donnée par ces auteurs, la théorie présente une imperfection du fait que le survecteur courant s'y

[1] H. Weyl, *Raum, Zeit, Materie*, Berlin, diverses éditions.

[2] Notre collaborateur H. Schilt a mis sous presse un ouvrage dans lequel le vecteur de Poynting se définit à partir de $\vec{E} \times \vec{B}$.

[3] G. Juvet et A. Schidlof, *Bull. Soc. neuchâteloise des Sc. nat.*, *57*, 127, 1932.

[4] A. Mercier, *Arch. sc. phys. et nat.*, (5), *17*, 305, 1935.

trouve introduit indépendamment de l'existence de la matière polarisable, ce qui nous semble inadmissible. Les propositions ci-dessous introduiront le survecteur d'une manière vraiment générale, et on démontrera que dans le vide, ce courant n'est qu'un vecteur (preuve de l'inexistence d'un courant magnétique dans le vide).

Le schéma axiomatique proposé ci-dessous nécessite l'emploi des nombres de Clifford et la connaissance de propositions préalables connues sous le nom d'axiomes de la lumière [1]. Notre schéma est construit d'après une méthode décrite ailleurs [2]. En l'établissant, nous avons fait abstraction de toute théorie sur la structure de l'électricité.

1° On pose les axiomes de la lumière qui conduisent aux transformations de Lorentz dans l'espace E'_4;

2° On passe aux propositions fixant l'électro-dynamique proprement dite, que voici

1. *Notion à priori, le courant:* Les propriétés électro-magnétiques de la matière [3] se résument dans une grandeur appelée le courant C.

2. *Postulat:* Le courant C est un nombre de Clifford dans E'_4.

3. *Notion à priori, le champ électromagnétique:* L'interaction provenant de l'existence du courant se transmet par l'intermédiaire d'un champ F appelé champ électromagnétique.

4. *Postulat:* F est un bivecteur de Clifford dans E'_4 [4].

[1] Cf. H. Reichenbach, *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeitlehre*, Braunschweig, 1924.

[2] A. Mercier, *Logik und Erfahrung in der exakten Naturwissenschaft*, Bern, 1941.

[3] La notion de matière est indéfinissable phénoménologiquement. On s'en référera à ce propos à un article de E. Hess paru dans les *Beilagen zur Schweiz. Lehrerzeitung*, Erfahrungen im naturw. Unterricht, 30. Jahrgg., nos 2, 3, 4 et 5, 1945.

[4] Si un postulat moins restrictif que 4. faisait de F simplement un nombre de Clifford (et non pas nécessairement un bivecteur), le postulat (11.1) suffirait à faire de F un bivecteur dans le vide.

5. *Postulat du courant:* *a*) Le caractère universel des propriétés électro-magnétiques de la matière s'exprime par le fait que le courant C dépend d'un champ bivectoriel H auxiliaire; *b*) Cette dépendance est réalisée par l'intermédiaire de l'opérateur $\nabla\rightarrow$:

$$C = \nabla\rightarrow H \qquad \text{(Coulomb \& Ampère-Maxwell)} \qquad (5.1)$$

L'équation (5.1) fait de C un survecteur.

6. *Postulat du champ électromagnétique:* Les caractères universels de F s'expriment par le fait que F dépend d'un champ vectoriel Φ auxiliaire par l'intermédiaire de l'opérateur $\nabla\rightarrow$:

$$F = \nabla\rightarrow \Phi. \qquad (6.1)$$

On appelle Φ le potentiel électromagnétique.

7. *Remarque:* (5.1) et (6.1) sont formellement analogues. On pourrait appeler H le champ d'influence de la matière (du courant), comme Φ est le champ d'influence de F.

8. *Equation du champ électromagnétique:* De (6.1) résulte que

$$\max F = 0 \qquad \text{(Gauss \& Faraday)} \qquad (8.1)$$

9. *Postulat de la matière:* Le champ auxiliaire H est relié à F par une équation dite de la matière

$$H = H(F). \qquad (9.1)$$

10. *Postulat des dimensions:* L'électrodynamique nécessite quatre unités fondamentales indépendantes, dont trois de nature mécanique. Alors (9.1) doit contenir une constante universelle qu'on désignera par ε_0, qu'on appellera constante d'influence ou constante diélectrique du vide, et que l'expérience doit déterminer.

11. *Postulat du vide:* Il y a des régions de E_4' pour lesquelles

$$H = \varepsilon_0 F. \qquad (11.1)$$

Ces régions sont dites vides. Dans une région vide,

$$C = \varepsilon_0 \nabla \rightarrow F = \varepsilon_0 \nabla^2 \Phi = \varepsilon_0 \, \mathrm{DIV}\, F. \qquad (11.2)$$

Donc dans le vide, C est un vecteur [0].

12. *Preuve de l'inexistence des pôles magnétiques libres:* Il suffit que max F = 0 pour assurer le fait que C est, en vertu de (11.1), un vecteur dans les régions vides. Il y a donc dans le vide des charges électriques libres et en mouvement, mais il n'y a aucun pôle magnétique libre. Cette proposition est donc démontrée au lieu d'être prise pour argument (d'ailleurs discutable) afin de justifier l'équation div $\vec{B} = 0$.

13. *Séparation selon le temps et l'espace dans un système galiléen particulier:* Cette séparation fournit, à partir de F, d'une part un champ $\vec{E}$ identique au champ électrique usuel pourvu qu'on s'en réfère à un système d'unités du type Giorgi, système adopté actuellement par les conventions internationales [0], et d'autre part un champ d'induction magnétique $\vec{B}$ égal au produit $c\vec{B}^*$, c étant la vitesse de la lumière et $\vec{B}^*$ le champ d'induction dans le même système Giorgi, tel que les instances citées [1] en recommandent l'emploi. La même séparation fournit, à partir de H, un champ $\vec{D}$ identique au déplacement électrique dans le même système Giorgi et un champ magnétique $\vec{H}$ égal à $\frac{1}{c}\vec{H}^*$, $\vec{H}^*$ étant le champ magnétique recommandé par les mêmes instances.

On a alors dans une substance isotrope

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \qquad \text{et} \qquad \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\vec{B}}{\mu} \left(= \frac{1}{c^2} \frac{1}{\mu_0 \mu} \vec{B} \right), \qquad (13.1 \ \& \ 2)$$

relations qui s'accordent en particulier avec la condition du vide (11.1). Nous insistons sur la nouveauté de l'équation (13.2).

[1] Recommandations de l'Association suisse des électriciens et des commissions internationales, obligeamment communiquées par H. König, Bureau fédéral des poids et mesures. Voir d'ailleurs: H. König, M. Krondl et M. Landolt, *Bull. Ass. suisse des électriciens*, n° 15, 1949.

Il n'est possible de mettre les équations de l'électro-dynamique sous une forme relativiste faisant emploi d'un quadruplet de dimensions comme l'exigent non seulement les recommandations internationales mais la logique des fondements ci-dessus (au lieu du mélange absurde des u. e. s. et u. e. m.), qu'à la condition d'employer les champs $\vec{B}$ et $\vec{H}$ ci-dessus, au lieu des champs $\vec{B}^*$ et $\vec{H}^*$ desdites recommandations. Cela ne met aucunement ces dernières en défaut, puisqu'on sait exactement comment passer d'une paire à l'autre.

Pour la force de Lorentz, voir p. 584, note 3 ou 4. On ne peut enfin axiomatiser les relations énergétiques que dans le vide. Nous laisserons ce dernier point de côté, pour le reprendre dans une note ultérieure où nous montrerons pas une méthode inductive (à l'encontre de la méthode axiomatique de la présente note) comment on arrive à tous ces résultats. Nous y expliquerons entre autres la raison d'exprimer les formules avec ε_0 (et non pas μ_0).

Université de Berne,
Séminaire de Physique théorique.