Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 15 (1962)
Heft: 1

Artikel: Sur la réduction d'une collinéation à la composition de projections
Autor: Rossier, Paul
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-738659

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

où Γ_1 est un coefficient que l'on peut regarder comme proportionnel à m_1^2 et A, B sont des fonctionnelles linéaires

$$A_v[f] = \int_0^v v^2 f dv$$

$$B_v[f] = \frac{1}{3v}\int_0^v v^4 f dv + \frac{v^2}{3}\int_v^\infty v f dv$$

L'étude du système (1), (2) constitue une extension du problème traité par I. King (*A.J.* 1959) dans le cas d'une seule population stellaire; en utilisant une méthode de résolution par séparation de variables analogue à celle de cet auteur, nous parvenons, ayant posé

$$f_2(v, t) = h_2(t)\, g_2(u), \qquad v(t) = a(t) \cdot u$$

à une équation différentielle aux valeurs propres pour $g_2(u)$.

La résolution numérique de cette équation pour diverses valeurs du rapport m_2/m_1, effectuée à la machine Mercury du CERN fournit entre autres une dépendance du taux d'évasion d'avec le rapport des masses m_2/m_1. Le résultat trouvé ici se situe entre celui de Spitzer et Härm (*Ap. J.* 1958) et celui récemment obtenu par Hénon (*Ann. d'Ap.* 1961); les masses quasi-nulles possèdent en particulier un taux d'évasion environ quinze fois supérieur à celui des masses m_1.

Abordant en outre le problème des deux populations numériquement comparables, mais de masse stellaire m_1 et m_2 très peu différentes, nous sommes conduits à conclure que le taux d'évasion est d'autant plus élevé que l'étoile est peu massive, ceci quelle que soit la proportion du mélange des deux populations.

Paul Rossier. — *Sur la réduction d'une collinéation à la composition de projections.*

1. Soit donnée une collinéation homolocale non homologique entre deux espaces dont les points unis K, L, M, N sont réels. Elle est déterminée par la donnée de ces quatre points et celle d'une paire de points correspondants AA'. Les droites KA et MA' sont gauches, sinon la

collinéation serait particulière. Menons la transversale par L à ces deux droites et appelons A_1 et A_2 ses intersections avec KA et MA'. Considérons les trois homologies suivantes; la première de centre K, de plan axial LMN et où A et A' sont des points correspondants; le centre de la deuxième est L, son plan axial est KMN et A_1 et A_2 se correspondent; enfin, dans la troisième, le centre est M, le plan axial KLN, A_2 et A' se correspondent. La collinéation résultant de la composition de ces trois homologies a bien K, L, M et N comme points unis; A et A' y sont deux points correspondants. Elle est donc identique à la collinéation donnée. Ainsi, toute collinéation de l'espace à points unis réels peut être réduite à une suite de trois homologies.

Si tout ou partie des points unis ne sont pas réels, la démonstration précédente exige le recours à l'imaginaire en ne faisant pas jouer à des paires de points imaginaires conjugués des rôles symétriques, puisque trois de ces points sont successivement centres d'homologies. Le géomètre soucieux de ne recourir qu'à des opérations réelles évite une telle situation.

2. Dans le plan, la même démonstration est possible; deux homologies suffisent, mais la critique ci-dessus subsiste. Par un recours à l'espace, on peut montrer que la collinéation peut être ramenée à une suite de projections, sans faire usage des points unis.

Dans deux plans distincts collinéaires, soient $ABCD$ et $A'B'C'D'$ deux quadrangles correspondants. Sur la droite AA', choisissons un point S distinct de A et de A'. Par A, menons un plan et, sur lui, à partir de S, projetons le quadrangle $A'B'C'D'$ en $AB''C''D''$. Appelons E et E'' les intersections de AB avec CD et de AB'' avec $C''D''$. Les droites BE et $B''E''$ sont coplanaires, donc aussi BB'' et EE''; soit T leur intersection. Par la droite AB (qui porte E), menons un plan et, sur lui, à partir de T, projetons la figure $AB''C''D''E''$. La projection est $ABC'''D'''E$. Les points $C''D''$ et E'' étant alignés, il en est de même de C''', D''' et E; or E appartient à CD; donc CD et $C'''D'''$ sont coplanaires. Appelons U l'intersection de CD avec $C'''D'''$; à partir de U, projetons le quadrangle $ABC'''D'''$ sur le plan ABC. La figure obtenue est $ABCD$. La collinéation résulte bien de la composition de trois projections.

Cette démonstration est due à Reye.

3. Proposons-nous d'étendre les opérations précédentes aux collinéations de l'espace en recourant à la géométrie quadridimensionnelle.

Dans un espace à quatre dimensions, soient donnés deux hyperplans liés par une collinéation déterminée par la donnée de cinq paires de points correspondants A, B, C, D, E et A', B', C', D', E'. Menons la droite AA' et sur elle, choisissons un point S; par A, menons un hyperplan et, sur lui, à partir de S, projetons la figure $A' B' C' D' E'$ en $AB_1 C_1 D_1 E_1$.

La droite AB_1 coupe le plan $C_1 D_1 E_1$ en un point F_1 et la droite AB coupe le plan CDE en un point F. Les droites BF et $B_1 F_1$ sont coplanaires puisqu'elles passent toutes deux par A. Appelons T l'intersection de BB_1 et FF_1.

Par la droite AB, menons un hyperplan et, sur lui, à partir de T, projetons la figure $AB_1 C_1 D_1 E_1 F_1$. Cette projection est $ABC_2 D_2 E_2 F_2$. Le point F_1 est l'intersection de AB_1 avec le plan $C_1 D_1 E_1$; le point F_2 est celle de AB avec le plan $C_2 D_2 E_2$. Donc les points A, B, F et F_2 sont alignés. Par une homologie de centre A dont l'hyperplan axial passe par B et dont F et F_2 sont deux points correspondants, transformons la figure $ABC_2 D_2 E_2 F_2$. Le résultat est $ABC_3 D_3 E_3 F$.

Puisque le point F_2 appartient au plan $C_2 D_2 E_2$, le plan $C_3 D_3 E_3$ passe par F. Dans la collinéation liant $ABCDE$ (et F) à $ABC_3 D_3 E_3$, la droite AB est unie point par point puisqu'elle porte trois points unis A, B et F.

Les points C, D, E et F sont coplanaires ainsi que $C_3 D_3 E_3$ et F. Appelons G l'intersection de CF avec DE et G_3 celle de $C_3 F$ avec $D_3 E_3$. les points C, G, F, C_3 et G_3 sont coplanaires. Soit U l'intersection de CC_3 et GG_3.

Avec la droite AF, les plans $C_3 D_3 F$ et CDF déterminent deux hyperplans. A partir de U, projetons le premier sur le second, les projections de A, B, F, C_3, G_3, D_3 et E_3 sont respectivement A, B, F, C, G, D_4 La droite $D_4 E_4$ porte G puisque G_3, D_3 et E_3 sont alignés. La collinéation déterminée par $ABCDE$ et $ABCD_4 E_4$ possède un plan uni; les droites DE et $D_4 E_4$ sont coplanaires car elles passent par G. Cette dernière collinéation est donc centrale; son centre est l'intersection des deux dernières droites.

Ainsi est montré que toute collinéation entre deux espaces peut être considérée comme résultant de la composition de projections et cela sans recours à des figures imaginaires.

4. Dans le cas de la collinéation entre deux plans, la démonstration de Reye oblige à avoir recours à l'espace. Nous allons montrer la possi-

bilité de réduire une collinéation plane homolocale à une suite d'homologies au moyen de constructions ne portant qur sur des éléments réels, sans sortir du plan de la collinéation et cela dans le cas où deux des points unis sont imaginaires.

Dans la collinéation précédente, supposons connus le point uni réel U, la droite unie réelle v et, sur elle, l'involution J qui a pour points unis ceux de la collinéation portés par elle. Une paire de points correspondants AA_1 détermine la collinéation.

Sur v, choisissons une paire de points correspondants de l'involution H et H_J. Menons les droites UH_J et HA. Sur la droite HA, construisons le conjugué harmonique A_1 de A par rapport à H et l'intersection de HA avec UH_J.

Sur la droite UA', soit M un point variable; la droite $A_1 M$ coupe v en un point K; déterminons son correspondant K_J dans l'involution J. Appelons M_v et A'_v les projections de M et A' sur v à partir de U et construisons le conjugué K' de K par rapport à M_v et A'_v. Les points K' et K_v sont liés projectivement. Cette projectivité possède deux points unis réels. En effet, lorsque M varie, K et K', conjugués par rapport à deux points de v varient en sens inverses tandis que K et K_J liés par une involution elliptique, varient dans le même sens. La projectivité entre K' et K_J est à sens opposés; ses points unis sont réels. Choisissons K en l'un de ces points unis et menons la droite $UK' = UK_J$.

Considérons les trois homologies suivantes. La première à H pour centre, UH_J comme axe; A et A_1 en sont deux points correspondants; elle est involutive et les points unis de la collinéation en sont deux points correspondants; ces points se permutent. La seconde homologie à K pour centre, UK' comme axe, A_1 et M comme points correspondants; elle est aussi involutive et les points unis de la collinéation s'y permutent aussi. Dans la collinéation résultant de ces deux homologies, les trois points unis sont ceux de la collinéation donnée. Une troisième homologie de centre U, d'axe v et où M est transformé en A' constitue avec les deux premières homologies une collinéation identique à celle proposée.

Il est donc possible de réduire une collinéation plane homolocale à une suite de trois homologies ne faisant appel qu'à des constructions portant sur des éléments réels et sans sortir du plan de la figure.

Si les trois points unis sont réels, nous avons vu que deux homologies suffisent.

5. La réussite de la démonstration précédente tient à l'existence d'un point uni réel, donc à celle d'un nombre impair de points unis. Dans l'espace, où il y a quatre points unis, la démonstration précédente n'est pas possible. Cependant, le théorème est facile à démontrer en s'appuyant sur celui relatif au plan.

Dans une collinéation homolocale C de l'espace, soient α et α' deux plans correspondants; ils sont liés par une collinéation, donc par une suite de projections. Or, dans l'espace, la projection d'un plan sur un autre peut être considérée comme une homologie de l'espace; il suffit de faire passer le plan axial par l'intersection des deux plans. Cette substitution d'homologies à des projections faite, la suite des opérations qui a conduit du plan α à α' transforme l'espace par une collinéation D; celle-ci n'est généralement pas la collinéation donnée C, mais entre les espaces obtenus par les collinéations C et D il y a collinéation; dans cette dernière correspondance E, le plan α' est uni. Donc la collinéation E est centrale. Ainsi, deux espaces collinéaires homolocaux sont liés par une suite d'homologies. Le théorème démontré plus haut en opérant dans l'hyperespace l'est maintenant sans sortir de l'espace tridimensionnel d'opérations.

La réduction d'une collinéation à une suite d'homologies est ainsi obtenue dans tous les cas.

Sobhy Gouda, Elisabeth Schorer et Jean-François Schopfer. — *Levée de la bactériostasie due à la colimycine par adjonction de thiamine.*

Nous avons déjà fait part de certains résultats obtenus, concernant *Pseudomonas fluorescens* cultivé dans différents milieux synthétiques et inhibé dans sa croissance par un antibiotique polypeptidique, la colimycine [1, 2].

Dans les milieux de culture contenant de la colimycine, il se produit une forte accumulation de certains acides cétoniques ordinairement présents en faible quantité dans ces milieux [3]. Ce sont les acides pyruvique, glyoxylique et alpha-cétoglutarique. Ces accumulations atteignent dix à vingt fois les concentrations dosées dans des milieux de culture dépourvus de colimycine.