Zeitschrift: Actes de la Société jurassienne d'émulation
Herausgeber: Société jurassienne d'émulation
Band: 33 (1882)

Artikel: Sophie Germain et sa correspondance avec Gauss
Autor: Droz, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-557358

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SOPHIE GERMAIN

et sa correspondance avec GAUSS

Dans un excellent travail sur la vie et les œuvres de Sophie Germain, inséré dans la *Philosophie positive*, M. Hipp. Stupuy s'exprime en ces termes : « Il faut en faire l'aveu pénible. Tandis que tant de femmes ont trouvé la célébrité dans les écrits frivoles, la seule femme française qui ait réussi dans les travaux sévères, estimée des plus grands géomètres, auxquels d'ailleurs tout un aspect de son génie échappe, est à peine connue du public. Fontenelle, faisant l'éloge de Méry, le savant anatomiste, remarque que ses travaux furent, pendant une longue carrière, comme ensevelis dans le silence, et il s'en explique : Il n'a rien mis du sien dans sa réputation que son mérite et communément il s'en faut beaucoup que ce soit assez. La réputation discrète de Sophie Germain offre le même caractère. Son œuvre néanmoins est de celles dont la science et la philosophie ont tiré profit et honneur, et son nom, que l'avenir connaîtra mieux, appartient à l'histoire des progrès de l'esprit humain. »

En effet on ne savait que très peu sur les travaux de Sophie Germain et ses relations savantes avec les grands géomètres du XVIIIme siècle. Et voilà pourquoi tous les mathématiciens furent agréablement surpris lorsqu'en 1877, centième anniversaire de Gauss, Schering publia une lettre de Sophie Germain à Gauss, lettre qui n'était qu'un fragment d'une correspondance plus volumineuse. Cinq de ses lettres sont en possession de l'Université de Göttingue, mais on ne connaissait aucune réponse de Gauss et l'Académie française consultée ne put soulever le voile obscur qui reposait sur cette question.

C'est au prince Boncompagni à Rome que l'on redoit la découverte d'une lettre de Gauss à Sophie Germain. Ce prince aussi savant que généreux a déjà fait de très précieuses découvertes et c'est toujours la science qui en a bénéficié. Cette lettre, datée du 30 avril 1807, fut achetée par lui le 2 décembre 1878 et il en fit faire une reproduction très exacte par la photolithographie.

Littera inedita di Carlo Federico Gauss a Sophia Germain pubblicata da B. BONCOMPAGNI.

Quelques mois plus tard, il faisait aussi reproduire les 5 lettres originales de Göttingue. Grâce à la libéralité du prince italien, la partie connue de cette correspondance peut être facilement acquise. Dans cette courte notice, je m'occuperai plus particulièrement de cette correspondance entre Sophie Germain et Gauss.

Sophie Germain est née à Paris, le 1er avril 1776. On ne sait que peu de choses sur sa famille. Député du Tiers-Etat, son père était ami de plusieurs de ces grands philosophes et économistes du XVIIIme siècle, et les conversations qu'elle entendit chez son père laissèrent dans l'esprit de Sophie Germain une empreinte ineffaçable. Un jour, par hasard, elle ouvre l'histoire des mathématiques de Montucla et c'est en lisant l'histoire de la mort d'Archimède qu'elle fut avertie de sa vocation mathématique. Seule, sans guide, elle commença l'étude de cette science souvent si aride et, au bout de peu de temps d'un travail opiniâtre et continu, par une persévérance et une force de caractères admirables elle se rendait capable de lire Newton.

A la suite de la proposition de Fourcroy à la Convention nationale, le 28 septembre 1799, l'établissement de l'Ecole polytechnique fut décidé. Les plus célèbres mathématiciens de France, Lagrange, Monge, Prouy en furent les premiers professeurs.

A l'âge de 18 ans seulement, Sophie Germain se procura les cours de Lagrange sur la haute analyse et put les

étudier avec fruit. Non contente de cela, sous le pseudonyme de Le Blanc, que nous retrouverons plus tard, elle envoya plusieurs observations par écrit à Lagrange. Celui-ci en fit publiquement l'éloge et voulut connaître le jeune mathématicien. C'est ainsi qu'il fit la connaissance de Sophie Germain dont il devint le plus sûr conseiller.

En 1798, Legendre publie sa théorie des nombres et en 1801, Gauss, les *Disquisitiones arithmeticæ*. Grâce à ces deux brillants ouvrages, les méditations de Mlle Sophie Germain se portent sur ce sujet et c'est de ce moment que date sa correspondance avec Gauss.

A la suite des mémorables expériences de Chaldni, en 1808, Napoléon proposa un prix extraordinaire à l'Institut pour l'étude analytique des plaques vibrantes. La question était ainsi posée :

Donner la théorie mathématique des surfaces élastiques et la comparer à l'expérience.

Sophie Germain prit part au concours et, le 21 septembre 1811, elle envoyait un premier mémoire qui fut jugé insuffisant. Un second mémoire obtenait une mention honorable et au troisième concours en 1816 le mémoire de Sophie Germain était couronné : la plus haute récompense lui était enfin accordée.

On possède encore d'elle plusieurs questions de théorie des nombres et un excellent mémoire sur la courbure des surfaces, inséré dans les Annales de Crelle.

C'est au bruit du canon de juillet 1830 qu'elle composa ce dernier ouvrage.

Ces quelques détails biographiques sont en partie extraits de la préface de l'ouvrage de H. Stuppuy sur les « Œuvres philosophiques de Sophie Germain. »

La première lettre de Sophie Germain à Gauss, datée du 21 novembre 1804, est signée : Votre très-humble serviteur et très assidu lecteur, Le Blanc.

La plus grande partie de cette lettre contient des réflexions sur les *Disquisitiones arithmeticæ*. On y admire

certainement les connaissances approfondies de S. Germain dans la théorie des nombres. On voit que l'écrivain avait dû étudier avec beaucoup de zèle cet ouvrage si important mais aussi si difficile.

Elle parle d'abord de l'équation

$$\frac{4(X^u - 1)}{X - 1} = Y^2 + uZ^2$$

qui doit rester exacte si à gauche on remplace u par une puissance quelconque du nombre premier u. Elle a aussi publié une note sur cette équation dans le 6me volume du journal de Crelle.

Dans cette même lettre, Sophie Germain croit avoir démontré le fameux théorème de Fermat :

L'équation $X^n + Y^n = Z^n$ est impossible pour n plus grand que 2. Du moins cette démonstration serait valable pour

$$n = (8K + 7) - 1$$

pourvu que la quantité entre parenthèse soit un nombre premier.

On trouve encore dans cette lettre une transformation, qui n'avait pas réusssi à Lagrange, de l'équation

$$s^{10} - 11(s^8 - 4s^6r^2 + 7s^4r^4 - 9s^2r^6 + r^8)r^2$$

en la forme $t^2 - 11u^2$.

On trouve

$$(s^5 - 11sr^4)^2 - 11(s^4 - 3s^2r^2 - r^4)^2r^2$$

A la suite de cette lettre, Gauss s'aperçut bien que M. Le Blanc était loin d'être un simple amateur comme le disait la lettre, aussi sa réponse, transmise par le célèbre orientaliste Sylvestre de Sacy, fut-elle des plus honorables.

La 2me lettre datée du 21 juillet 1805 contient encore de la théorie des nombres.

Le Blanc part d'un théorème énoncé déjà par Gauss.

Une forme ternaire dont le déterminant est nul, est équivalente à une forme binaire.

Il lui communique ensuite qn'un certain libraire-éditeur Duprat, chez lequel Gauss voulait publier le 2me volume des *Disquisitiones,* avait fait faillite.

Puis Leblanc s'occupe d'astronomie et donne à Gauss un compte-rendu très détaillé du 4me volume de Mécanique céleste que Legendre venait de publier.

Il insiste surtout sur la méthode de Legendre pour la détermination des constantes dans la trajectoire d'une comète et en fait l'application aux comètes de 1769 et 1781.

Le 16 novembre 1805, dans une 3me lettre, Le Blanc remercie Gauss, pour l'envoi d'une dissertation qui est restée inconnue. Il donne ensuite les théorèmes connus relatifs aux déterminants adjoints.

Le 20 février 1807, envoi d'une 4me mais très-courte lettre qui brise l'incognito.

Pendant la campagne d'Iéna, les Français occupèrent la ville de Brunswick, où demeurait alors le grand mathématicien. Se souvenant peut-être d'Archimède et voulant tâcher d'adoucir pour Gauss les suites de la guerre, Sophie Germain le recommanda chaleureusement à un ami de sa famille, le général Pernety, chef d'état-major de l'artillerie.

Par fierté patriotique Gauss refusa toutes les avances du général, mais à sa demande, qui pouvait ainsi s'intéresser à son sort, Pernety nomma Sophie Germain et c'est ainsi que celle-ci dans sa 4me lettre se vit forcée de déclarer à Gauss que Sophie Germain et son vieil ami Le Blanc ne faisaient qu'un.

Elle lui dit qu'elle avait redouté l'impression ridicule qui s'attache souvent au nom de femme savante et qu'elle avait pris un pseudonyme pour cette raison.

Gauss lui écrivit alors (30 avril 1807) la longue lettre dont le prince Boncompagni vient de publier une si belle reproduction.

Gauss remercie d'abord sa correspondante des efforts qu'elle a tentés auprès du général Pernety ; puis il exprime son vif contentement et toute son admiration de voir une dame aborder avec tant de succès l'arithmétique supérieure. Je cite ici quelques mots du texte original.

« Le goût pour les sciences abstraites et surtout pour les mystères des nombres est fort rare ; on ne s'en étonne pas : les charmes enchanteurs de cette sublime science ne se décèlent dans toute leur beauté qu'à ceux qui ont le courage de l'approfondir. Mais lorsqu'une personne de ce sexe, qui, par nos mœurs et nos préjugés, doit rencontrer infiniment plus d'obstacles et de difficultés que les hommes à se familiariser avec ces recherches épineuses, sait néanmoins franchir ces entraves et pénétrer ce qu'elles ont de plus caché, il faut sans doute qu'elle ait le plus noble courage, des talents tout à fait extraordinaires, le génie supérieur. »

Les 3 pages restantes sont exclusivement de nature scientifique. Gauss signale d'abord ce qu'il y a d'inexact dans 2 théorèmes sur les nombres énoncés par Sophie

Si $a^n + b^n$ peut se mettre sous la forme $h^2 + n f^2$ alors $a + b$ sera de la même forme.

Gauss montre que

$$15^{11} + 8^{11} = 1595\,826^2 + 11.\ 745\,391^2$$

mais que $15 + 8 = 23$ ne peut se mettre sous la forme $x^2 + 11\,y^2$.

Le second théorème est relatif aux facteurs des nombres de forme $h^2 + n f^2$.

Il annonce ensuite ce qu'on ne savait pas jusqu'à présent, que dès cette époque, il avait porté la théorie des résidus cubiques et biquadratiques à la même perfection que celle des résidus quadratiques et qu'il avait en main de quoi publier un nouveau volume, au moins aussi étendu que les *Disquisitiones*, sur les diverses parties de l'arithmétique supérieure.

Il donne ensuite l'énoncé de son célèbre lemme sur les résidus quadratiques et fait connaître qu'il possède 3 nouvelles démonstrations de la loi de réciprocité des résidus quadratiques.

La fin de cette belle lettre est consacrée à l'astronomie. On sait en effet que Gauss s'occupait beaucoup d'astronomie et qu'il a réuni ses admirables recherches dans un ouvrage en latin : *Du mouvement des corps célestes.*

La lettre se termine par ces mots :

« Continuez, Mademoiselle, de me favoriser de votre amitié et de votre correspondance qui font mon orgueil et soyez persuadée que je suis et serai toujours avec la plus haute estime »

» Votre plus sincère admirateur,

CH.-FR. GAUSS. »

» Brunswick, ce 30 avril 1807, jour de ma naissance. »

Dans un compte rendu sur les lettres de Sophie Germain, M. Paul Mausion s'esprime en ces termes :

« L'admiration que Gauss exprime ainsi à la fin comme au commencement de sa lettre ne doit pas nous étonner. A part Sophie Germain, personne ne semblait, en effet, s'occuper des *Disquisitiones*, ni leur accorder l'attention dont elles étaient dignes. Il est tout naturel que le jeune géomètre hanovrien, encore peu connu à cette époque, éprouvât et exprimât un vif contentement d'avoir trouvé en Sophie Germain un lecteur consciencieux et si compétent. »

Avec la réponse de Sophie Germain, du 27 juin 1807, se termine la collection.

Dans cette lettre elle le remercie pour la correction de ses théorèmes, lui envoie les démonstrations des théorèmes de Gauss, ainsi que toute une série d'énoncés nouveaux sur les résidus cubiques et biquadratiques.

Il ne me reste plus qu'à remercier l'homme célèbre, le savant illlustre, le Mécène des sciences, qui a su retrouver et publier de si importants documents. Car cette correspondance Gauss-Germain va ouvrir de nouveaux horizons aux hommes de science et enrichir la théorie des nombres, sans contredit la plus belle mais aussi la plus difficile des sciences mathématiques.

A. DROZ, professeur.