Analyse des phénomènes physiques intervenant dans le saut en hauteur : lauréat du Prix du Cercle de mathématiques et de physique 2006

Autor(en): **Hoesli, Raphaël**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Actes de la Société jurassienne d'émulation**

Band (Jahr): **110 (2007)**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-684666

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

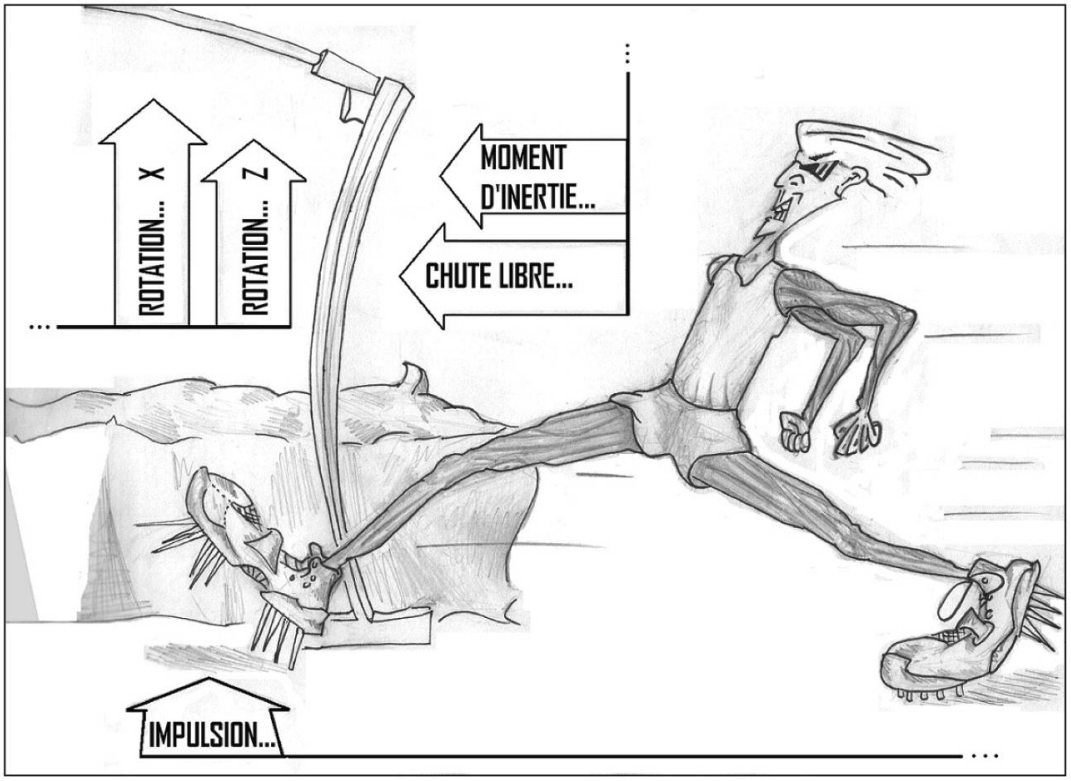
Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Analyse des phénomènes physiques intervenant dans le saut en hauteur

Lauréat du Prix du Cercle de Mathématiques
et de Physique 2006

Raphaël Hoesli



La modélisation présentée ici est personnelle. Ce modèle se base sur plusieurs hypothèses (en ce qui concerne les rotations) que j'estimais concevables et dont j'ai voulu vérifier la cohérence dans ce travail. L'approche curviligne n'a pas été prise en compte car elle ne joue aucun rôle dans le modèle simplifié présenté ici.

Les simplifications du modèle sont dues au temps à disposition pour réaliser mon travail de maturité d'une part, aux moyens assez simples à ma disposition d'autre part. Par exemple, les analyses d'images sont

réalisées avec une caméra toute simple, alors qu'une caméra beaucoup plus rapide aurait été nécessaire pour une analyse parfaite du saut. Des mesures de vitesses, de distances et d'autres paramètres importants, issues d'un institut de Berlin, ont par contre pu être intégrées et exploitées.

Mon modèle prend en compte trois mouvements principaux et un mouvement annexe, négligeable:

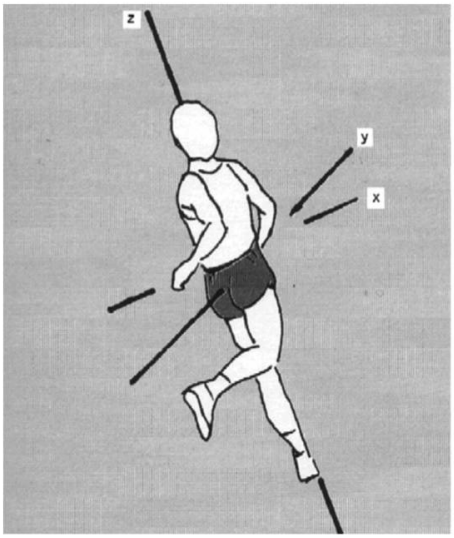
– un mouvement parabolique (chute libre);

– une rotation selon l'axe x (rotation autour de la barre);

– une rotation selon l'axe y (axe perpendiculaire aux hanches), qui a été considéré comme négligeable;

– une rotation selon l'axe z (rotation qui permet au sauteur d'aborder la barre de dos).

Les rotations ont été étudiées de manière plus approfondie que la chute libre (un simple mouvement parabolique). La partie principale du travail a résidé dans les calculs de moments d'inertie, pour différentes positions caractéristiques du saut en hauteur.



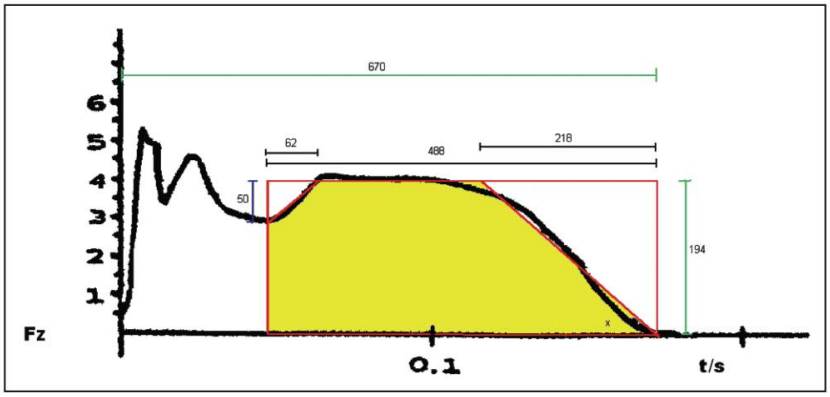
3 axes,
3 rotations

Le mouvement parabolique

L'étude du mouvement parabolique a permis d'observer la trajectoire du centre de masse du sauteur en hauteur. Grâce à mon entraîneur, j'ai obtenu toutes les données nécessaires au calcul du mouvement parabolique du saut.

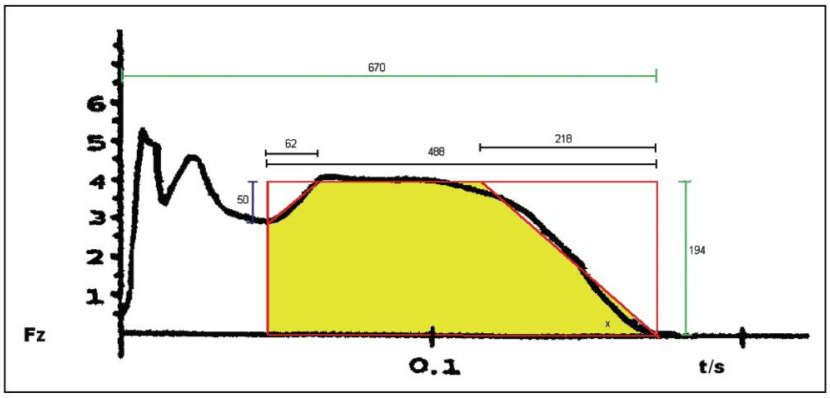
Vx =	4,25 m/s	(vitesse horizontale)
Vy =	4,14 m/s	(vitesse verticale)
Y0 =	1,48 m	(hauteur initiale du centre de masse)
h =	0,80 m	(hauteur du matelas)
m =	90 kg	(masse de l'athlète)

La force exercée a pu être estimée grâce au temps de contact au sol durant l'impulsion. De plus une analyse graphique d'impulsion a permis d'affiner le résultat (calcul d'aires, cf. croquis).

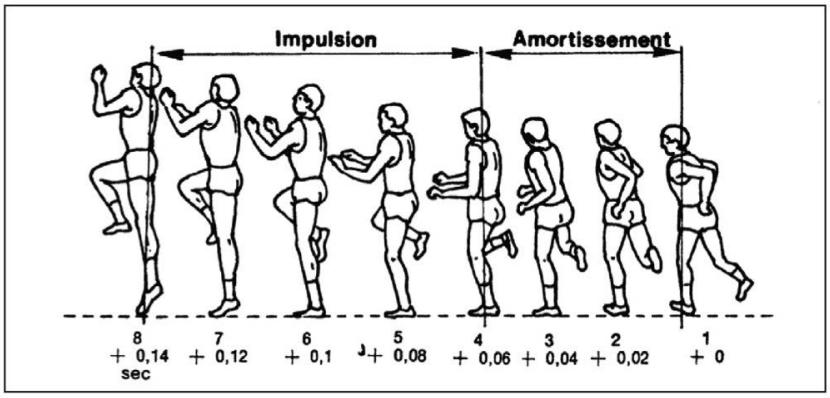


t = 0.170 s

L'analyse graphique des aires a donné le résultat suivant:



t' = 55 % · t

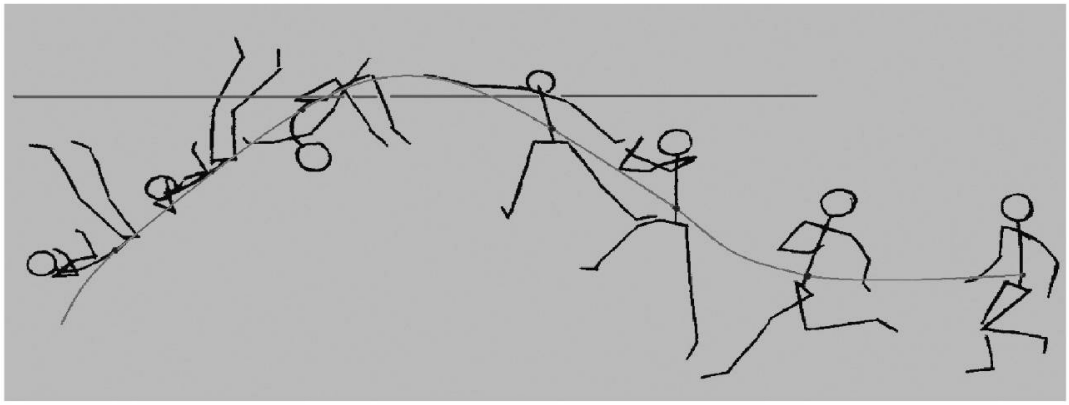


A l'aide de formules simples définissant le mouvement parabolique ainsi que l'impulsion, j'ai trouvé les résultats suivants:

H_{max} = 2,35 m hauteur maximale atteinte par le centre de masse

s = 4,17 m distance horizontale parcourue avant de retomber sur le matelas

F	=	3985N	force exercée à l'impulsion (force moyenne)
F_{tot}	=	4868N	force à l'impulsion + poids de l'athlète
t'	=	0,0935s	temps d'impulsion réel (la phase d'amortissement a été soustraite)



Les rotations

L'analyse des mouvements rotationnels a demandé beaucoup de calcul, surtout pour trouver les valeurs des moments d'inertie dans les différentes positions que prend le sauteur.

Les moments d'inertie ont été calculés dans deux positions différentes (position «à l'impulsion» et position arquée sur la barre) et selon les trois axes, x, y et z. La position «à l'impulsion» a été nommée *phase I* et la position arquée sur la barre *phase II*.

La procédure de calcul du moment d'inertie a été la suivante:

– calcul du centre de masse avec: $\vec{r_g} = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i}$

– axe vertical passant par le centre de masse;

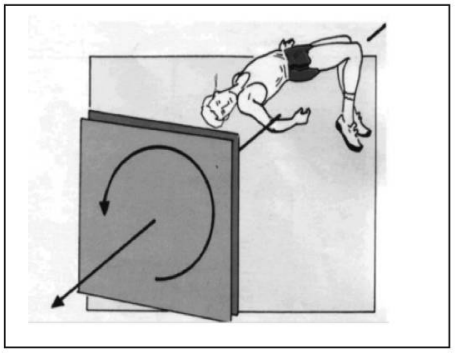
– mesures des distances sur un plan latéral entre les centres de masses des différents membres par rapport à l'axe;

– mesures des distances sur un plan frontal entre les centres de masses des différents membres par rapport à l'axe;

– calcul des résultantes des distances frontales et latérales;

– calcul du moment d'inertie avec: $\sum m_i d_i^2$

La rotation selon l'axe x



L'origine de cette rotation, c'est un moment de force lors de l'impulsion (le vecteur vertical de la force à l'impulsion serait légèrement en avant par rapport au centre de masse). Ce moment de force déclencherait une accélération angulaire.

Résultats pour les calculs des moments d'inertie

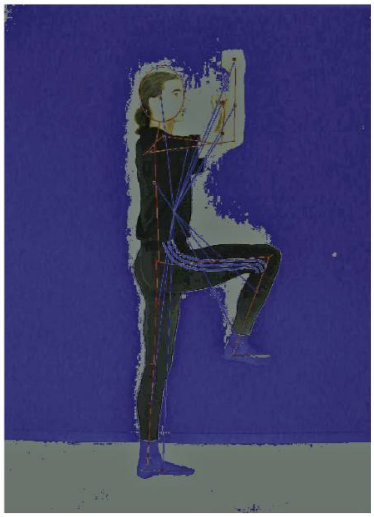
Le calcul du moment d'inertie selon l'**axe x en *phase I*** donne:

IxI = 1,05 (1,23^2+0,76^2)
+ 3,01 (0,92^2+0,55^2)
+ 7,21 (0,45^2+0,30^2)
+ 35,49 (0,17^2)
+ 1,12 (0,44^2+0,58^2)
+ 1,82 (0,31^2+0,37^2)
+ 5,11 (0,57^2)
+ 0,49 (0,78^2 + 0,57^2)
= 11,9 kg m^2

Le calcul du moment d'inertie selon l'**axe x en *phase II*** sera:

IxI = 1,05 (0,682+0,642)
+ 3,01 (0,562+0,582)
+ 7,21 (0,262+0,242)
+ 35,49 (0,142)
+ 1,12 (0,022+0,122)
+ 1,82 (0,232+0,132)
+ 5,11 (0,432)
+ 0,49 (0,222+0,312) = 5,62 kg m^2

Axe x, *phase I*



Axe x, *phase II*

Calculs pour la rotation selon l'axe x

Nous connaissons maintenant les moments d'inertie en *phase I* (11,9 kg m^2) et en *phase II* (5,6 kg m^2). Voici maintenant la manière dont nous procéderons pour calculer le moment d'inertie d'un sauteur ayant une masse différente, en sachant que le poids de la personne utilisée pour les calculs des moments d'inertie est de 70 kg.

Imaginons un/une athlète d'une masse de y kilogrammes. En admettant que la masse de chacun de ses membres varie proportionnellement à la masse totale du corps nous obtenons:

$$I_s = \frac{I \cdot y}{70}$$

En procédant ainsi, on ne tient malheureusement pas compte de la taille du sauteur: cela serait trop compliqué du fait que les distances de chaque membre par rapport à l'axe de rotation ne varient pas proportionnellement à la taille de l'athlète...

Nous pouvons maintenant calculer le bras de levier qui provoque une accélération angulaire α autour de l'axe x.

– Le temps que met le sauteur pour atteindre h_{max} dans le cas que nous étudions sera:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{4{,}14 m/s}{9{,}81 m/s^2} = 0.422 s$$

– En admettant que pendant ce temps t le sauteur fait une rotation de 90°, puisqu'il se retrouve en position horizontale sur la barre à hmax, on peut calculer la vitesse de rotation α:

$$\omega = \frac{\pi}{2 \cdot 0{,}422} = 3{,}72 rad/s$$

– Le théorème du moment cinétique donne:

$$M = I \cdot \alpha$$
$$F \cdot l = I \cdot \alpha$$

– F étant la force exercée lors de l'impulsion, I le bras de levier, I le moment d'inertie et α l'accélération angulaire qui a lieu durant l'impulsion:

F= 4868 N

$$a_\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{3.72}{55\% \cdot 0{,}170} = 39{,}8 rad/s^2$$

– Pour I nous faisons la moyenne du moment d'inertie en *phase I* et du moment d'inertie en *phase II*, étant donné que le sauteur change progressivement de position durant son élévation:

$$I_{sI} = 11{,}9 \cdot \frac{90}{70} = 15{,}3 kg \cdot m^2 \quad \text{et} \quad I_{sII} = 5{,}6 \cdot \frac{90}{70} = 7{,}2 kg \cdot m^2$$

– La moyenne sera:

$$I_m = \frac{15{,}3 + 7{,}2}{2} = 11{,}25 kg \cdot m^2$$

– Calculons le bras de levier:

$$l = \frac{I_m \cdot a_\alpha}{F} = \frac{11{,}25 \cdot 39{,}8}{4868} = 0{,}09 m$$

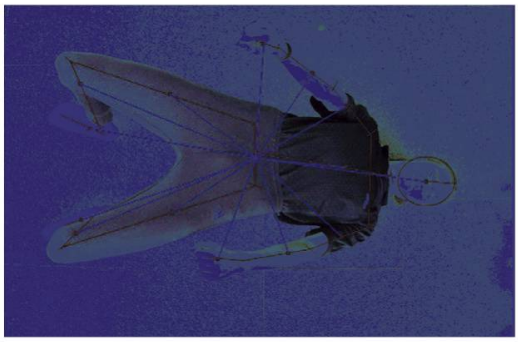
– Nous trouvons donc un bras de levier de 9 cm. Cette valeur est acceptable.

La vitesse de rotation dans la position arquée au-dessus de la barre sera:

$$\omega = \frac{11{,}25 \cdot 3{,}72}{7{,}22} = 5{,}8 rad/s$$

La rotation selon l'axe y

Cette rotation n'a pas été étudiée dans le détail. Elle a en effet été négligée dans la modélisation présentée ici. Néanmoins, les moments d'inertie par rapport à l'axe y en *phase I* et *II* ont été calculés:



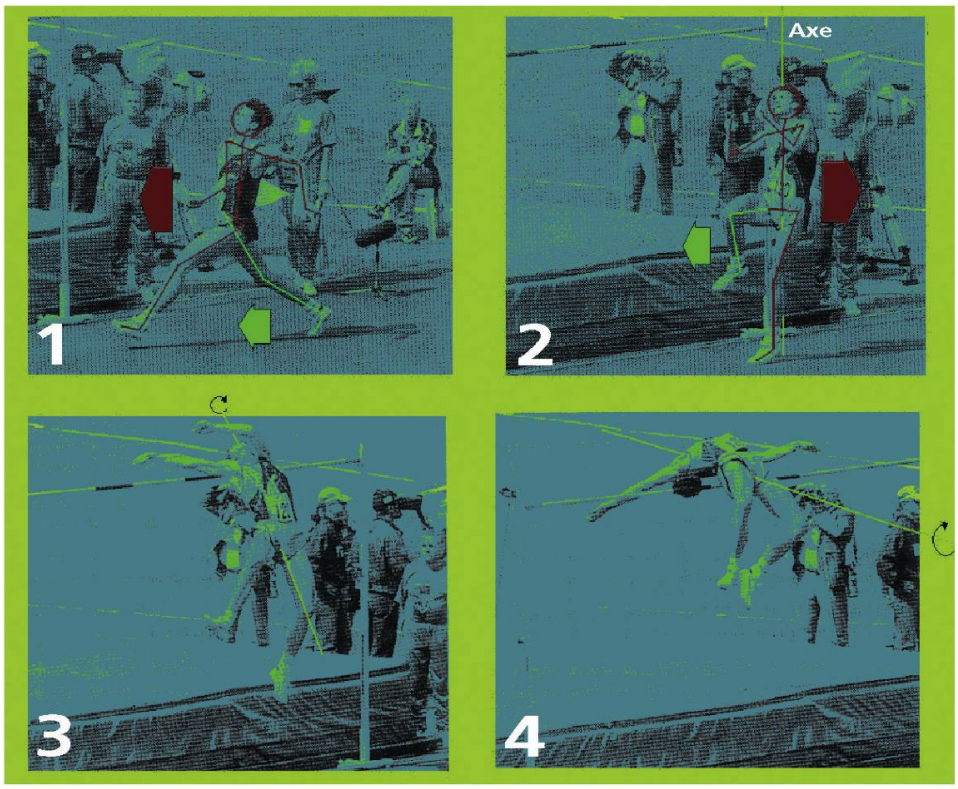
Phase I: $I_{yI} = 10{,}8 kg \cdot m^2$

Phase II: $I_{yII} = 10{,}6 kg \cdot m^2$

La rotation selon l'axe z

La rotation selon l'axe z pourrait s'expliquer par un moment cinétique provoqué par la jambe libre juste après l'impulsion.

Explications en images



1. Le sauteur arrive vers la barre à une vitesse d'environ 8 m/s. La jambe libre (segments verts) est placée en arrière par rapport au reste du corps.

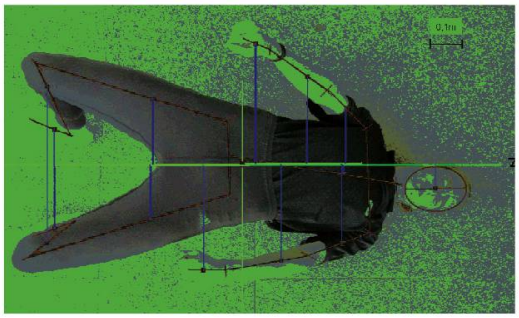
2. La jambe d'impulsion entre en contact avec le sol. La vitesse horizontale du corps passe de 8 m/s à environ 4,5 m/s. La jambe libre quant à elle subit une accélération importante pour se retrouver en avant du corps au moment du décollage. La vitesse du centre de masse de la jambe libre étant plus importante que la vitesse du reste du corps, il en résultera un moment cinétique pour le corps: nous avons affaire à une conservation du moment cinétique, la jambe libre bénéficiant d'un bras de levier par rapport à l'axe z et provoquant ainsi une rotation au décollage.

3. et 4. La rotation continue avec une vitesse variant proportionnellement au moment d'inertie.

Les moments d'inertie

$$Phase\ I:\quad I_{zI} = 2kg \cdot m^2$$

$$Phase\ II:\quad I_{zII} = 2{,}6kg \cdot m^2$$



Calculs de rotation z

Nous pouvons maintenant calculer approximativement la vitesse de la jambe libre juste avant le décollage. La conservation du moment cinétique donne:

$$L_1 = L_2$$
$$Rmv = I$$

Pour calculer la vitesse de la jambe libre, il faut connaître le bras de levier R que fait le centre de masse de la jambe libre par rapport à l'axe de rotation z. Cette résolution a été réalisée graphiquement. Les calculs ont donné un résultat de R = 10 cm. Alors:

$$I = 2kg \cdot m^2 \frac{90kg}{70kg} = 2{,}57kg \cdot m^2$$

Masse de la jambe:

$$m = (10{,}3\% + 1{,}5\% + 4{,}3\%) \cdot 90kg = 14{,}49kg$$

Vitesse horizontale de la jambe:

$$v = \frac{I\omega}{Rm} = \frac{2{,}92 \cdot 3{,}72}{0{,}10 \cdot 14{,}49} = 6{,}6m/s$$

Vitesse de rotation au-dessus de la barre:

$$\omega = \frac{2{,}57 \cdot 3{,}72}{3{,}34} = 2{,}86rad/s$$

Discussion et incertitudes concernant...

... la rotation selon l'axe x

Le bras de levier de 9 cm qui a été trouvé d'après les calculs est une distance acceptable, que je n'ai malheureusement pas pu vérifier à l'aide d'illustrations. La raison est que, dans la réalité, nous avons affaire à deux variables qui sont indépendantes l'une de l'autre. En effet, la force d'impulsion varie d'une manière assez prononcée, tout comme le bras de levier qui, lui, diminue (au début de l'impulsion le pied est placé beaucoup plus en avant du centre de masse de l'athlète que lorsque ce dernier décolle). Nous sommes donc confrontés à un problème relativement pointu dans lequel deux valeurs varient dans un laps de temps très court... Le moment d'inertie, qui diminue fortement lorsque l'athlète adopte la position arquée au-dessus de la barre, est tout à fait réaliste car cette diminution engendre une augmentation proportionnelle de la vitesse de rotation autour de la barre.

... la rotation selon l'axe y

Dans mon modèle, cette rotation n'apparaît pas. Aucune information sur l'utilité de cette rotation n'a été trouvée... En ce qui concerne les éléments déclencheurs de cette rotation, il y a deux hypothèses principales. La première serait que nous aurions affaire à un bras de levier et l'autre, plus compliquée, serait que l'inclinaison d'environ 20° qu'acquiert l'athlète durant la partie curviligne de l'élan se retranscrirait lors de

l'impulsion en une rotation autour de l'axe y. Lorsque le sauteur pose sa jambe d'appel (jambe en contact avec le sol lors de l'impulsion), il est encore incliné vers l'intérieur de la courbe d'élan. Pendant l'impulsion, le corps se redresse jusqu'à l'horizontale. Il y a donc une rotation autour d'un axe passant par le pied de l'athlète. Quand le sauteur décolle, l'axe de rotation autour du pied va se «déplacer» vers l'axe y qui passe par le centre de masse...

... la rotation selon l'axe z

L'hypothèse de mon modèle me paraît tout à fait plausible: j'ai souvent entendu des entraîneurs dire à quel point la jambe libre avait de l'importance dans la bonne exécution de cette rotation. Les images que j'ai pu voir à la télévision, des ralentis de grande qualité, montrent aussi de manière significative l'importance de la jambe libre: la jambe se dirige du côté opposé du tapis de saut en hauteur (vers l'intérieur de la trajectoire curviligne que forme l'élan) lors de l'impulsion. Lorsque le sauteur décolle, la force de frottement que faisait le pied d'appui disparaît et la quantité de mouvements de la jambe libre se retranscrit dans le corps tout entier de l'athlète, provoquant une rotation.

Les résultats en un coup d'œil

Les moments d'inertie en kg m^2

Axe	Personne de 1,92 m, 70 kg		Personne de 90 kg	
	Phase I	*Phase II*	*Phase I*	*Phase II*
X	**11,9**	**5,6**	**15,3**	**7,2**
Y	**10,8**	**10,6**	**13,9**	**13,6**
Z	**2**	**2,6**	**2,6**	**3,3**

Les vitesses de rotation en rad,s^{-1} et en degrés par seconde (entre parenthèses)

Axe	*Phase I*	*Phase II*
X	**3,72 (313)**	**5,80 (332)**
Y	**3,72 (313)**	**2,86 (164)**

– Force exercée durant l'impulsion: **4868N**

– Proportion «amortissement/impulsion» par rapport au temps total de contact au sol: **45 % / 55 %**

– Distance verticale parcourue par le centre de masse pour atteindre H_{max}: **0,87 m**

– Hauteur maximale atteinte par le centre de masse: **2,35 m**

– Distance horizontale parcourue par le centre de masse durant le saut (matelas de 0,8 m): **4,17 m**

– Temps mis par le sauteur pour atteindre H_{max}: **0,422s**

Raphaël Hoesli est étudiant à l'EPFL en section Génie mécanique. En athlétisme, il est champion suisse de saut en hauteur M-20 Indoor 2006 et M-23 Outdoor 2007.