Participants in the discussion of questions VI1 and VI2

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **1 (1932)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

que, quels que soient les progrès de la statique, des matériaux et de leur connaissance, la qualité et le soin de mise en œuvre resteront toujours des facteurs dominants de la valeur des ouvrages en béton armé.

Depuis la remise de mon rapport d'introduction au Secrétariat général du Congrès, outre le mémoire de M. Dumas et les articles parus dans Beton und Eisen à propos des suggestions de M. von Emperger, d'autres travaux ont été publiés, parmi lesquels je crois utile de citer un rapport important de M. Ch. S. Whitney, intitulé « Plain and Reinforced Concrete Arches » paru dans le Journal of the American Concrete Institute, March 1932 (Il contient une abondante bibliographie).

Enfin, M. Caminade a consigné des remarques intéressantes pour le problème traité dans la séance de ce jour sous le titre « Le règlement de la Chambre syndicale française sur les constructions en béton armé et les prescriptions officielles étrangères ». (Le Génie Civil, 1932).

VI 2

ÉLASTICITÉ, PLASTICITÉ ET RETRAIT

ELASTIZITÄT, PLASTIZITÄT UND SCHWINDEN

ELASTICITY, PLASTICITY AND SHRINKAGE

Oscar FABER,
D. Sc., Consulting Engineer, London.

Voir « Publication Préliminaire », p. 565. — *Siehe « Vorbericht »*, S, 565.
See " Preliminary Publication ", p. 565.

Participants à la discussion des questions VI_1 et VI_2
Diskussionsteilnehmer an den Fragen VI_1 und VI_2
Participants in the discussion of questions VI_1 and VI_2 :

Dr. Ing. E. PROBST,
Professor an der Technischen Hochschule, Karlsruhe i. B.

Die Bedeutung der plastischen Formänderungen für die Spannungsverteilung in Eisenbetonquerschnitten wird z. Zt. in der Fachwelt lebhaft besprochen. Es ist nicht zu erwarten, dass man zu einer Klärung des Problems auf anderen als experimentellen Wegen gelangen wird. Wesentlich sind hierbei Feinmessungen der Formänderungen bezw. der Rissweiten an Beton- und Eisenbetonträgern bis möglichst nahe an die Bruchgrenze unter Dauerbelastungen, häufig wiederholten Lastwechseln und unbelastet.

Es scheint mir zweckmässig von den einfachsten Fällen auszugehen, wie sie bei einem axial beanspruchten Betonprisma vorliegen. Dabei ist zu beachten, dass Beton ein Material ist, das sich nach Beendigung des Abbinde-

prozesses weder rein elastisch noch rein plastisch verhält. Der erhärtende Beton entwickelt zur gleichen Zeit sowohl elastische wie plastische Eigenschaften und zwar je nach seiner Zusammensetzung, nach äusseren Einflüssen und mit fortschreitender Erhärtung in verschiedenem gegenseitigem Verhältnis. Bereits unter niedrigen Spannungen treten neben elastischen Formänderungen auch plastische auf, vorausgesetzt, dass der Zusammenhang des Gefüges nicht gelockert ist.

Eine reinliche und einheitliche Scheidung wäre sehr am Platze. Es müsste in den Laboratorien allgemeine Uebung werden, neben den belasteten Körpern auch gleichartige unbelastete zu beobachten. Erst dann wird es möglich sein, die Verformungen unter Belastung von denen durch andere Einflüsse zu trennen und damit die Vergleichsmöglichkeiten wesentlich zu verbessern.

In engerem Sinn mögen die elastischen Formänderungen als solche erklärt werden, die unter äusserer Belastung entstehen und umkehrbar sind, die plastischen als solche, die unter äusserer Belastung entstehen und beim Entlasten nicht mehr rückgängig gemacht werden können. Unter den bleibenden Formänderungen verstehen wir die Gesamtheit der nicht umkehrbaren, das sind die plastischen in engerem Sinn sowie die durch Schwinden erzeugten, soweit diese als endgültig betrachtet werden können. Die totalen, gesamten Formänderungen endlich umfassen mit den bleibenden die elastischen (federnden), dazu die teils in den elastischen, teils in den plastischen Eigenschaften des Betons begründeten Volumenänderungen infolge wechselnder Feuchtigkeit und Temperatur.

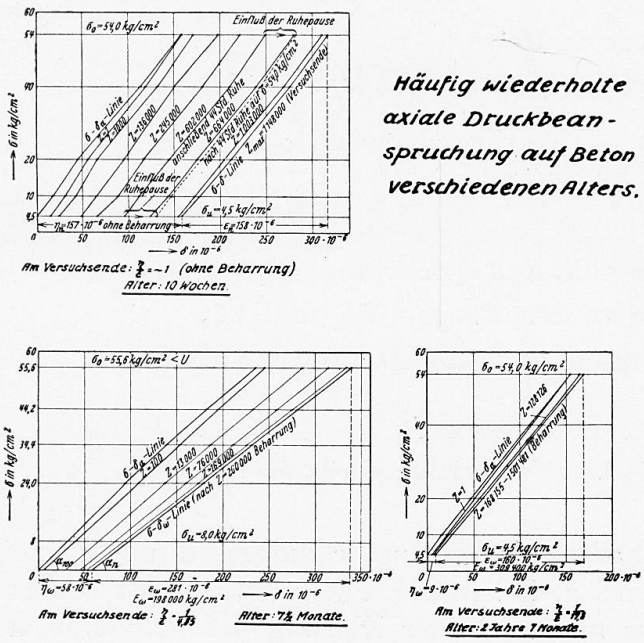


Fig. 1.
Traduction voir Addenda.
Translation see Addenda.

Die bedeutsamsten Kennzeichen der plastischen Eigenschaften des Betons sind : Beschaffenheit des Materials und Einfluss der Zeit. Die Beschaffenheit des Materials hängt ab von der Art und Menge des verwendeten Zements (damit auch von chemischen Eigenschaften, deren Wirkung selten berücksichtigt wird), von der Art und Abstufung der Zuschlagstoffe, von der Menge des Anmachwassers und dem späteren Feuchtigkeitsgehalt des Betons, und schliesslich von der Höhe der Temperatur.

Diese Veränderung der Materialeigenschaften mit der Zeit ist einer der wichtigsten Faktoren für die Sicherheit unserer Beton- und Eisenbetonkonstruktionen. Die Wirkung dauernder Belastung auf die Zunahme der plastischen Formänderungen wird mit dem Alter der Konstruktion immer geringer.

Die elastische Hysteresis ist offensichtlich ein theoretischer Begriff, der bei Beton eine andere Bedeutung hat als bei anderen Baustoffen. Es gibt

keine bleibende Verformung des Betons, die unabhängig von der Zeit auftritt.

Die elastische Nachwirkung tritt in erhöhtem Masse bei Betonkörpern auf, die in jungem Alter belastet werden. Die Plastizität des Materials spielt hier eine grössere Rolle als seine Elastizität, die plastischen Verformungen, auch unter häufig wiederholter Belastung, werden im Lauf der Lastwechsel grösser als die federnden Formänderungen.

Aus den Untersuchungen meines Instituts will ich an einem Beispiel verschieden alter Betonprismen den Einfluss des Alters erläutern.

Die drei Gruppen von Druckprismen waren 10 Wochen, 7 1/2 Monate und 2 Jahre 7 Monate alt. Im Anschluss daran wurde eine vierte Reihe hergestellt, die im Alter von 8 Wochen z. T. unter häufig wiederholter Belastung, z. T. gleichzeitig im unbelasteten Zustand beobachtet wurde. Bei den unbelasteten Prismen wurden innerhalb von 11 Tagen Längenänderungen gemessen, die den 10. Teil der bleibenden Längenänderungen der belasteten Prismen innerhalb der gleichen Zeit und nach fast 900 000 Lastwechsel ausmachten. Hierbei wuchsen die bleibenden Formänderungen ständig, ohne Beharrungszustand zu erreichen — ein für junge Körper typisches Zeichen —, die federnden wurden konstant.

Die Verhältniszahlen der bleibenden Längenänderungen zu den federnden unter Belastung verändern sich einerseits mit dem Alter des Versuchskörpers, andererseits mit der Zahl der Lastwechsel, gleiche Belastungsintervalle vorausgesetzt. (Abb. 1.)

Zu Beginn der häufig wiederholten Belastung betrug das Verhältnis der federnden zu den bleibenden Längenänderungen bei den 8 Wochen alten Prismen 1 : 0,25 (4 : 1), bei den 10 Wochen alten 1 : 0,09 (11 : 1), bei den 2 Jahre 7 Monate alten 1 : 0,03 (31 : 1). Der Abstand zwischen den elastischen und bleibenden Formänderungen wird demnach mit dem Alter immer grösser. Jedoch sind hierbei die elastischen Formänderungen viel weniger beteiligt als die bleibenden; denn die Vergrösserung der federnden Formänderungen mit dem Alter ist gering, die Verkleinerung der bleibenden dagegen sehr stark. Mit anderen Worten: Die Plastizität des Betons nimmt mit dem Alter viel stärker ab, als seine Elastizität zunimmt.

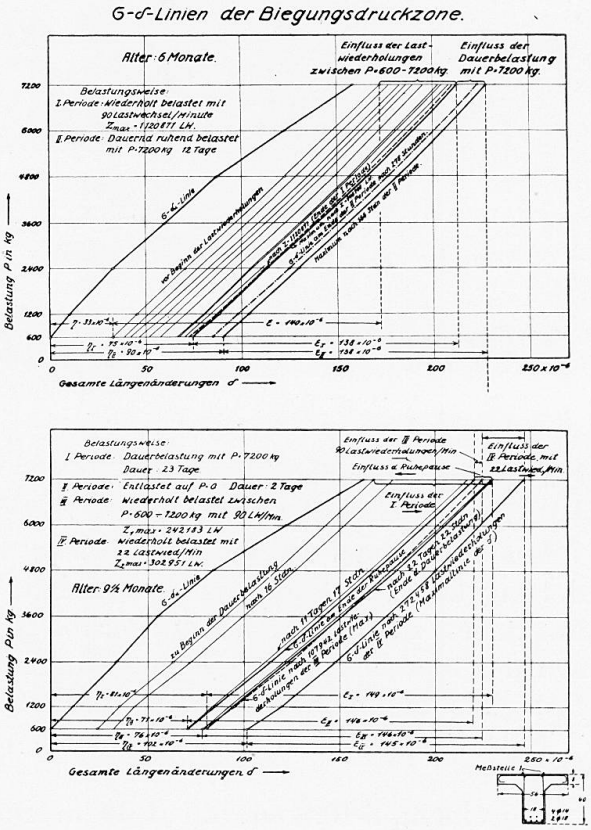


Fig. 2.
Traduction voir Addenda.
Translation see Addenda.

Ebenso verändert die wiederholt aufgebrachte Last in erster Linie die bleibenden Längenänderungen und zwar umso stärker, je jünger der Körper ist. Das Verhältnis $\frac{\eta}{\varepsilon}$ ist bei dem 8 Wochen alten Beton 1 : 1,68 und wird nach 2 Jahren und 7 Monaten 1 : 18,7.

Das Verhältnis der bleibenden Längenänderungen nach dem ersten Lastwechsel zu denen nach über 1 Million Lastwechsel betrug 1 : 11 bei dem 10 Wochen alten, 1 : 1,8 bei dem 2 Jahre 7 Monate alten Beton.

Das Verhältnis $\frac{\varepsilon}{\eta}$ der federnden Formänderungen zu den bleibenden am

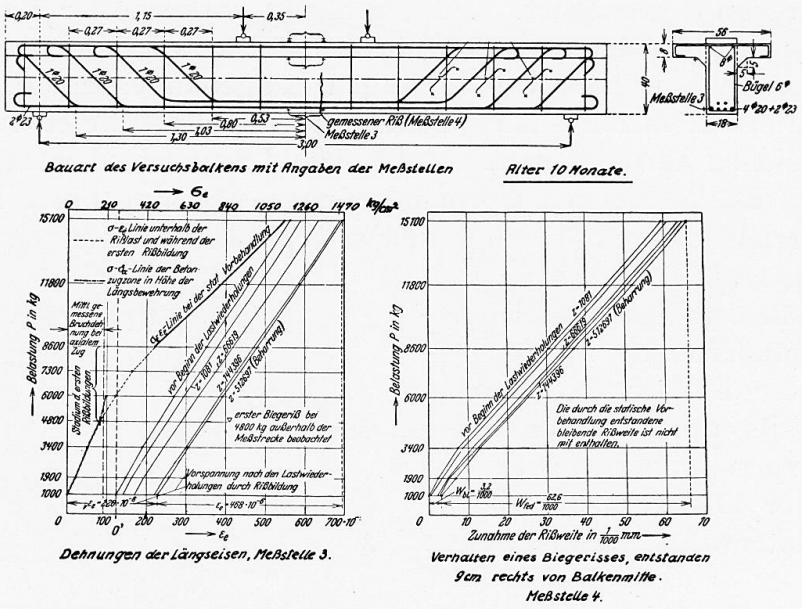


Fig. 3.

Traduction voir Addenda.
Translation see Addenda.

Ende des Versuchs betrug bei den 8 Wochen alten Prismen 1 : 1,47, bei den 10 Wochen alten 1 : 1, bei den 7 1/2 Monate alten 1 : 0,2, bei den 2 Jahre 7 Monate alten 1 : 0,06. Der starke Einfluss des Alters auf die Herabminderung der Plastizität ist erkennbar. Vergleicht man diese Verhältniswerte mit denen zu Beginn der wiederholten Belastung, so erkennt man das Wachsen der bleibenden Längenänderungen mit der Zahl der Lastwechsel, wobei fast gleichbleibende Elastizität vorhanden ist.

Eine Frage, die hier hereinspielt, ist die der Belastungsgeschwindigkeit.

Bei einem T-Balken von 3,00 m Spannweite, der zuerst mit 90 Hüben in der Minute häufig wiederholt beansprucht, dann unter Dauerlast gehalten wurde, konnte festgestellt werden, dass die Dauerlast von 7,2 t während 12 Tagen die Betondruckzone plastisch intensiver beanspruchte als die zuvor aufgebrachten 1120000 Lastwechsel zwischen 0,6 und 7,2 t. (Abb. 2).

Ein anderer Balken gleicher Grösse wurde zuerst 23 Tage lang unter Dauerlast von 7,2 t gesetzt und dann 242000 Lastwechseln bei gleicher Geschwin-

digkeit zwischen 0,6 und 7,2 t ausgesetzt. Diese Lastwechsel konnten die Balkendruckzone nicht weiter verformen, als es die Dauerlast bereits getan hatte. Aber als nun die Hubzahl von 90 auf 22 je Minute verringert wurde (Verkleinerung der Belastungsgeschwindigkeit um 75%), nahmen die bleibenden Längenänderungen wiederum zu, während sich die federnden nicht änderten. Die bleibenden Längenänderungen erreichten dann nach 272 000 Lastwechseln ein Maximum, das auch durch 30 000 weitere Hübe nicht mehr gesteigert werden konnte. Es zeigte sich, dass die totalen Längenänderungen der Biegungsdruckzone des ersten Balkens ungefähr so gross waren wie die des zweiten, obwohl die Reihenfolge der Beanspruchungsart (Dauerlast und häufig wiederholte Last) in beiden Balken wechselte. (Abb. 2).

Die interessanten Mitteilungen Fabers über die Wirkung der plastischen Verformungen des Betons auf die Spannungsverteilungen bei Eisenbetonbalken ergeben sich aus Beobachtungen an Balken von 5. 12,7 cm Querschnitt (2.5″) bei einer Spannweite von 4,60 m (15′): die Armierung von 2ø5 mm mit 0,3 cm² Querschnitt war 0,66%. Diese Abmessungen sind ungewöhnlich. Es fällt auf, dass bei errechneten Biegungszugspannungen im Beton bis zu 56,6 kg/cm² (über 780 lbs,/squ. inch.) bei Balken 3 und 4 keine Risse aufgetreten sein sollen.

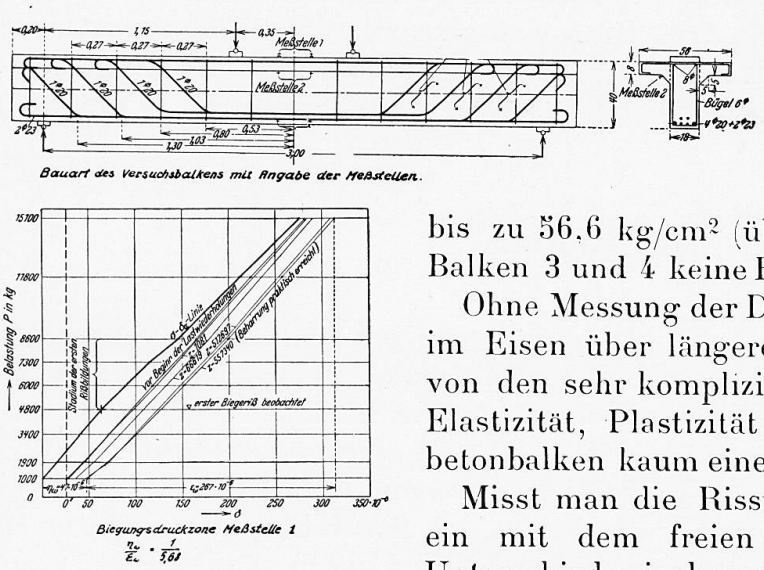


Fig. 4.
Traduction voir Addenda.
Translation see Addenda.

Ohne Messung der Deformationen im Beton und im Eisen über längere Zeit kann man sich m. E. von den sehr komplizierten Zusammenhängen von Elastizität, Plastizität und Schwinden bei Eisenbetonbalken kaum eine Vorstellung machen.

Misst man die Rissweiten, so findet man, dass ein mit dem freien Auge nicht erkennbarer Unterschied, insbesondere in den bleibenden Rissweiten, vorhanden ist.

In Abb. 3 (links) sind die Beziehungen zwischen den gemessenen Längenänderungen im Eisen ε_e, bezw. die σ_e-Spannungen in Abhängigkeit von der äusseren Belastung dargestellt. Daraus sieht man nach den ersten Rissbildungen die ständige Zunahme der σ_e bis zu einem Beharrungszustand, der nach etwa 513 000 Lastwiederholungen erreicht ist. Neben einer Vorspannung von ${}_v\sigma_e = 474$ kg/cm² ist in den Eisen eine Spannung $\sigma_e = 984$ kg/cm². Dem entspricht eine Gesamtspannung im Eisen von ${}_v\sigma_e + \sigma_e = 1458$ kg/cm². Mit anderen Worten zwischen dem ersten und dem 513'000 sten Lastwechsel ist die gesamte Eisenspannung von $\sigma_e = 1150$ auf 1458 kg/cm² angewachsen.

Vergleicht man den Verlauf der σ-δ -Linien der Betondruckzone, gemessen an Balkenoberkante (Abb. 4), so erkennt man die Beziehung der bleibenden Längenänderungen zu den Eisenvorspannungen. Das Verhältnis der bleibenden Längenänderung η im Beton zu der Vorspannung in den Längseisen war zu Beginn der Lastwiederholungen 1 : 4,9 und am Ende des Versuchs bezw.

nach dem Eintritt in den Beharrungszustand 1 : 4,8. Das Verhältnis blieb also nahezu konstant, und es ist der Ausdruck dafür, dass die Vorspannung im Eisen sich nach dem plastischen Verhalten der Biegungsdruckzone richtet.

Obwohl das Eisen unterhalb der Elastizitätsgrenze beansprucht wurde, machte sich die plastische Verformung des Betons in der Druckzone als eine bleibende Vorspannung in den Eisen geltend. Messungen zwischen 2 Rissen in der Höhe der Eisen ergaben so gut wie keine Formänderungen im Zugbeton.

Für die Berechnung und Konstruktion von Eisenbetonbauten möchte ich nach den bisherigen Ergebnissen der Untersuchungen in meinem Institut nur eine Folgerung ziehen, die in der Richtung meiner bisherigen Auffassung liegt :

Die Wandlungsfähigkeit des sich verformenden Betons infolge der Einflüsse von Volumenänderungen beim Erhärten, der Temperaturen und der Belastung verlangen weniger nach einer Verfeinerung als nach einer Vereinfachung der statischen Methoden. Diese müssten allerdings summarisch die verschiedenen genannten Einflüsse im Zusammenhang mit der Frage einer sich in Grenzen der Wirtschaftlichkeit bewegenden Sicherheit berücksichtigen.

Traduction.

L'importance des déformations plastiques en ce qui concerne la répartition des tensions dans les sections des ouvrages en béton armé a fait, il fut un temps, dans les milieux spécialisés, l'objet de vives discussions. Il ne faut pas s'attendre à pouvoir apporter à ce problème une solution autre que celle qu'offre la recherche expérimentale. Il est essentiel de pouvoir effectuer ici des mesures de précision portant sur les déformations et les fissurations des poutres en béton et en béton armé, en les poussant aussi près que possible de la charge de rupture, sous l'influence de charges constantes et de charges alternées, et sans charge.

Il me semble tout indiqué de partir des cas les plus simples, tels que représente celui du prisme de béton soumis à une charge axiale. On pourra ainsi observer que le béton est précisément un matériau qui, après la fin du processus de prise, ne se comporte ni purement élastiquement, ni purement plastiquement. Le béton en cours de durcissement accuse des propriétés aussi bien élastiques que plastiques, dans des proportions qui varient d'ailleurs avec sa composition, avec les influences extérieures et avec les progrès du durcissement. Dès l'application de contraintes encore relativement faibles, et outre les déformations élastiques, il se manifeste déjà des déformations plastiques, à condition naturellement que la cohésion intime du matériau ne soit pas détruite.

Il serait très opportun de pouvoir faire ici une distinction nette et déterminée. Il faudrait pour cela soumettre à l'observation, au laboratoire, des éprouvettes chargées, et, simultanément, des éprouvettes non chargées. Ce n'est

qu'alors qu'il serait possible de séparer les déformations qui se produisent sous l'influence des charges de celles qui résultent d'autres influences et d'améliorer nettement les possibilités de comparaison.

Au sens strict, les déformations élastiques doivent être définies comme des déformations qui se manifestent sous l'influence de charges extérieures et qui sont réversibles et les déformations plastiques comme des déformations qui se produisent également sous l'influence de charges extérieures, mais qui, après suppression de ces charges, ne sont pas susceptibles d'une réversibilité. Par déformations permanentes, nous entendons l'ensemble des déformations non réversibles, qui comportent les déformations plastiques au sens strict du mot, de même que celles qui se produisent sous l'influence du retrait, pour autant qu'elles puissent être considérées comme définitivement acquises. Les déformations totales, générales, d'ensemble, comportent en définitive les déformations permanentes, les déformations élastiques ainsi que les variations de volume produites par l'humidité ou les changements de température, et qui ressortent tant des propriétés élastiques que des propriétés plastiques du béton.

Les caractéristiques les plus significatives des propriétés plastiques du béton sont : l'aspect du matériau et l'influence du temps. L'aspect du matériau dépend de la qualité et de la proportion du ciment employé (ainsi d'ailleurs que de propriétés chimiques dont l'influence est rarement prise en considération), de la nature et de la composition granulométrique des éléments additionnels, de la proportion d'eau de malaxage, du degré d'humidité ultérieur du béton et enfin de la température.

La variation des propriétés du matériau sous l'influence du temps constitue l'un des facteurs les plus importants qui conditionnent la sécurité de nos ouvrages en béton et en béton armé. L'influence des charges permanentes sur l'augmentation des déformations plastiques est de plus en plus faible lorsque l'âge de l'ouvrage augmente.

L'hystérésis élastique est nettement une notion d'ordre théorique, qui se traduit, en ce qui concerne le béton, par une autre signification que dans les autres matériaux. Elle ne conduit pas à une déformation permanente du béton, dont la déformation permanente est indépendante du temps.

La déformation élastique retardée se produit principalement dans les pièces de béton qui sont soumises à une charge peu de temps après leur constitution. La plasticité du matériau joue ici un rôle plus important que son élasticité ; les déformations plastiques, même sous l'influence de charges rapidement alternées, sont, avec les variations de la charge, plus importantes que les déformations élastiques.

Je me propose, en me basant sur les recherches qui ont été effectuées à mon Institut, et sur l'exemple de prismes de béton de différents âges, d'expliquer ci-après l'influence de l'âge.

Les trois groupes de prismes de compression avaient les âges suivants : 10 semaines, 7 mois 1/2 et 2 ans et 7 mois. A ces trois groupes, s'ajoute également un quatrième, dont les prismes ont été, à partir de l'âge de 8 semaines, les uns soumis à des essais de charge rapidement répétés, les autres observés à l'état non chargé. Sur les prismes à l'état non chargé, on a mesuré au bout de 11 jours, des modifications de longueur équivalentes à la dixième partie des

variations permanentes de longueur des prismes chargés au bout du même temps et après un nombre d'applications de charges égal, à peu de chose près, à 900.000. Les déformations permanentes accusèrent une croissance régulière, sans atteindre un état d'équilibre — ce qui est un indice caractéristique chez un béton jeune — les déformations élastiques restant constantes.

Le rapport entre les valeurs des déformations permanentes et des déformations élastiques en charge varient d'une part avec l'âge de la pièce soumise à l'essai, d'autre part avec le nombre des applications de charge, en admettant des intervalles réguliers (figure 1).

Au début de l'application des charges fréquemment répétées les rapports entre les modifications de longueur élastiques et les modifications permanentes ont atteint les valeurs suivantes :

pour les prismes de 8 semaines, 1/0,25 (4/1);
pour les prismes de 10 semaines, 1/0,09 (11/1);
pour les prismes de 2 ans et 7 mois, 1/0,03 (31/1).

L'écart entre les déformations élastiques et permanentes est donc de plus en plus important avec le temps. Toutefois, la variation de ce rapport porte beaucoup plus sur les déformations permanentes que sur les déformations élastiques ; c'est qu'en effet l'accroissement des déformations élastiques avec le temps est faible, tandis que la diminution des déformations permanentes est par contre très accusée; en d'autres termes : la plasticité du béton diminue avec le temps, d'une manière beaucoup plus accusée que son élasticité n'augmente.

De même, l'influence d'une charge fréquemment répétée s'exerce en premier lieu sur les déformations permanentes et cela d'une manière d'autant plus accusée que la pièce est plus jeune. Le rapport η/δ est de :

1/1,68 pour un béton de 8 semaines;
1/18,7 pour un béton de 2 ans 7 mois.

Le rapport entre les déformations permanentes constatées d'une part après la première application de charge, d'autre part après plus de 1 million d'applications atteint 1/11 pour le béton de 10 semaines, et 1/1,8 pour le béton de 2 ans 7 mois.

Le rapport ε/η entre les déformations élastiques et les déformations permanentes à la fin de l'essai a atteint les valeurs suivantes :

pour les prismes de 8 semaines, 1/1,47;
pour les prismes de 10 semaines, 1/1;
pour les prismes de 7 mois 1/2, 1/0,2;
pour les prismes de 2 ans 7 mois, 1/0,06.

On remarque l'influence notable de l'âge sur la diminution de la plasticité. Si l'on compare les rapports ci-dessus avec ceux qui ont été obtenus au début de l'essai, on peut remarquer également l'augmentation des modifications de longueur permanentes avec le nombre d'applications de la charge, l'élasticité étant presque constante.

Une question se pose ici, c'est celle de la vitesse d'application de la charge.

Sur une poutre en T ayant une portée de 3 mètres, et qui a été soumise tout d'abord à une charge répétée à une vitesse de 90 applications à la minute,

puis soumise ensuite à une charge permanente, on a pu constater que la charge permanente de 7,2 tonnes appliquée pendant 12 jours soumettait la zone comprimée du béton, du point de vue plastique, à une contrainte plus intense que les 1.120.000 applications répétées qui avaient été effectuées auparavant et qui correspondaient à des variations de charge comprises entre 0,6 et 7,2 tonnes (figure 2).

Une autre poutre de mêmes dimensions a été soumise tout d'abord, pendant une durée de 23 jours, à une charge permanente de 7,2 tonnes, puis soumise ensuite à 242.000 applications de charge, correspondant à des variations comprises entre 0,6 et 7,2 tonnes, à la même cadence que précédemment. On a constaté que ces applications successives n'étaient plus susceptibles de provoquer une déformation dans la zone comprimée du béton, la charge permanente ayant déjà exercé son influence. C'est alors que l'on réduisit la cadence d'application de la charge de 90 à 22 par minute (ce qui correspond à une réduction de 75 %); les déformations permanentes augmentèrent alors à nouveau, tandis que les déformations élastiques restaient les mêmes. Après 272.000 applications de charge, les déformations permanentes atteignirent un maximum, qu'il n'a d'ailleurs pas été possible de dépasser après 30.000 applications nouvelles. On a constaté que les modifications totales de longueur dans la zone comprimée à la flexion et dans la première poutre étaient à peu de chose près aussi importantes que dans la seconde poutre, quoique l'ordre de succession dans les deux poutres ait été inversé (figure 2).

Les résultats intéressants communiqués par Faber au sujet de l'influence des déformations plastiques du béton sur la répartition des efforts, dans les poutres en béton armé ont été obtenus à l'observation d'une poutre de 5.12,7 cm. de section ayant une portée de 4,60 mètres ; les armatures, de 2ø5 mm., avec une section de 0,3 cm², représentant un coefficient de 0,66 %. Ces données ne sont pas normales. On a constaté que pour des contraintes de traction à la flexion atteignant jusqu'à 56,6 kg/cm² dans le béton, aucune fissure ne se produisait dans les poutres 3 et 4.

A mon avis, il est difficile, si l'on ne mesure pas les déformations dans le béton lui-même et dans les fers, de se faire une idée exacte des relations réciproques qui existent entre l'élasticité, la plasticité et l'influence du retrait dans les poutres en béton armé.

Si l'on mesure la largeur des fissures, on constate qu'il existe, en particulier dans le cas des fissures de largeurs constantes, des différences qui ne sont pas visibles à l'œil nu.

On a porté, sur la figure 3, à gauche, les rapports entre les modifications de longueur mesurées dans le fer ε_e et les contraintes σ_e en fonction de la charge extérieure. On voit qu'après la formation des premières fissures, l'augmentation de la contrainte σ_e a été régulière jusqu'à ce que soit atteint un état d'équilibre, auquel on est arrivé après 513.000 applications de la charge. Outre une contrainte ${}_v\sigma_e$ préliminaire ${}_v\sigma_e = 474$ kg/cm², les fers admettent alors une contrainte $\sigma_e = 984$ kg/cm². Il en résulte donc une contrainte totale dans les fers de ${}_v\sigma_e + \sigma_e$ 1458 kg/cm². En d'autres termes, entre la première et la 513.000ᵉ application de la charge, la contrainte totale dans les fers est passée de 1150 à 1458 kg/cm².

Si l'on examine, par comparaison, l'allure des courbes σ-δ pour la zone comprimée du béton, basées sur des mesures effectuées au bord supérieur de la poutre (figure 4), on remarque la relation qui existe entre les modifications de longueur permanentes et la contrainte initiale des fers. Le rapport entre la variation permanente de longueur dans le béton η et la contrainte initiale dans les fers longitudinaux était, au début de l'application des charges répétées, de 1/4,9, pour passer, à la fin de l'essai, c'est-à-dire au moment où a été atteint un état stationnaire, à 1/4,8. On peut donc dire que ce rapport est resté sensiblement constant et on peut en déduire que la contrainte initiale dans les fers se règle en quelque sorte sur le comportement plastique de la zone comprimée à la flexion.

Quoique le fer soit soumis à une contrainte inférieure à sa limite d'élasticité, la déformation plastique dans le béton, zone comprimée, s'est traduite, dans le fer, par une contrainte initiale permanente. Des mesures effectuées entre deux fissures dans le sens de la hauteur des armatures n'ont pour ainsi dire mis en évidence aucune déformation dans la zone du béton travaillant à la traction.

En ce qui concerne le calcul et la construction des ouvrages en béton armé, et d'après les résultats auxquels ont abouti les recherches effectuées jusqu'à maintenant à mon Institut, je puis tirer la conclusion suivante, qui reste dans le sens général de l'opinion que j'ai exprimée jusqu'à maintenant :

Les transformations que subit le béton par suite des variations de volume que provoquent le durcissement, la température et l'influence des charges imposent la nécessité d'une simplification des méthodes statiques plutôt que leur évolution dans le sens d'une plus grande complication. Cette simplification doit toutefois être réalisée, en tenant compte des influences ci-dessus mentionnées, sans perdre de vue la question de la sécurité et dans le cadre des exigences économiques.

Dr. Ing. h. c. M. ROŠ,
Professor an der Eidg. Techn. Hochschule,
Direktor der Eidg. Materialprüfungsanstalt,

Das von Prof. F. Campus so systematisch und klar behandelte und für die Diskussion vorbildlich zergliederte Thema ist höchster Beachtung wert. Ganz besonders in der jetzigen Zeit des Bestrebens nach weitestgehender Ausnützung der materialtechnischen Eigenschaften der beiden für den Eisenbeton in Frage kommenden Baustoffe des Betons und des Armierungsstahles bei Eisenbetonbauwerken grosser Stützweiten (Balken- und Bogenbrücken), sowie bei Platten- und Schalen bedeutender Ausmasse und relativ geringer Wandstärken, gewinnen die zur Diskussion gestellten Probleme der Festigkeit, Stabilität, Verformung, des elastischen und plastischen Verhaltens, der Einflüsse der Wärmeschwankungen und des Schwindens, sowie der Rissbildungen an Bedeutung. Zudem wird auch noch die grundlegende Frage nach der zutreffenden Statik des Eisenbetons aufgeworfen.

Gestützt auf die Versuchsergebnisse der Eidg. Materialprüfungsanstalt sowie die Versuchspraxis mit ausgeführten Bauwerken in der Schweiz, be-

ziehe ich zu den Ausführungen unseres hochgeschätzten Kollegen, Prof. Campus, Stellung wie folgt :

Den Ergebnissen der Beobachtungen und Erfahrungen muss das gleiche Mitspracherecht eingeräumt werden, wie den auf wissenschaftlich-versuchstechnischer Grundlage aufgebauten Gesetzen. Laboratoriumsforschung allein reicht zur Kenntnis der Physiologie und Pathologie unserer Bauwerke nicht aus. Grundsatz der Untersuchungen im Laboratorium darf nicht eine Nachahmung der Natur, der Wirklichkeit sein. Laboratoriumsuntersuchungen kommt nämlich die Aufgabe zu, « Charakteristiken » zu schaffen. Erst die engste, folgerichtige Verbindung dieser Material-Charakteristiken mit der Versuchspraxis an ausgeführten Bauwerken ermöglicht es uns so zu konstruieren, dass, unter Beachtung der Festigkeitseigenschaften und des Verformungsvermögens des jeweiligen Materials, über den Spannungs- und Verformungszustand, sowie den Sicherheitsgrad unserer Bauwerke Klarheit und Gewissheit vorliegen [1].

Entsprechend den materialtechnischen Eigenheiten des Betons bezw. Eisenbetons, zu welchen zu zählen sind die gesamten Formänderungen, getrennt in elastische und plastische, der Einfluss dauernd wirkender Kräfte auf die Verformung (Zeiteinfluss), die Auswirkung der sich wiederholenden Belastungswechsel (Ermüdung), die Veränderung der Festigkeitseigenschaften und des Verformungsvermögens im Laufe der Zeit und die Folgen der Schwinderscheinungen und des Temperaturwechsels sind bei der Beurteilung der Versuchsergebnisse im Laboratorium und am fertigen Bauwerk die Krafteinflüsse zu trennen in Kraftwirkungen, welche sich innerhalb kürzerer Zeitdauer auswirken (Verkehrslasten, Winddruck, Schnee) und in Einflüsse zufolge ständig andauernder Belastung (Eigengewicht).

Gesondert von den Auswirkungen dieser beiden Gruppen von äusseren Kräften (Eigengewicht, Verkehrslasten) sind die Auswirkungen der Temperaturschwankungen und des Schwindens auf den Spannungs-und Verformungszustand und damit die Sicherheit zu beurteilen, da Schwinden und Temperatur keine äusseren Kräfte sind und sich nur spannungserzeugend auswirken. Nur auf Grundlage einer solchen prinzipiell berechtigten Trennung wird die ingenieur-technische Klarheit geschaffen, die erkennen lässt, dass es gerechtfertigt ist, die Elastizitätstheorie als Grundlage der Berechnung und Bemessung von Eisenbetonbauwerken beizubehalten, dass man dem plastischen Verformungsvermögen des Betons sinngemäss das Mitspracherecht einräumen muss und dass den durch das Schwinden und die Temperaturschwankungen wachgerufenen Spannungen grundsätzlich nicht die gleiche Bedeutung und Tragweite für den Sicherheitsgrad beigemessen werden kann, wie der Auswirkung der vorerwähnten äusseren Kräfte (Eigengewicht, Verkehrslast), weil sie sich gegen den Bruchzustand hin vermindern und sich zum grössten Teil auslösen, ja verschwinden können. Die Mitberücksichtigung dieser Einflüsse rechtfertigt höhere zulässige Spannungen.

Innere Spannungen von der Art der Wechselwirkung zwischen der

1. « Erster Internationaler Kongress für Brückenbau und Hochbau Zürich, September 1926 » — Vorwort.

Stahlarmierung und dem Beton, durch das Schwinden der letzteren wachgerufen, verändern wohl den jeweiligen Spannungszustand, sind jedoch nicht von nennenswertem Einflusse auf die Tragfähigkeit (Bruchlast) des betreffenden Konstruktionsgliedes, bezw. Konstruktion. Innere Spannungen dieser Art dürfen bei der Bemessung von Eisenbetonbauten, Ausnahmefälle vorbehalten, (Rissbildungen, Dichtigkeit, Frostschäden, Rostgefahr) ausser Acht gelassen werden.

Die Sicherheit bei Wechselbelastung — Ermüdung — wird heute bei einem ausreichenden statischen Sicherheitsgrade als gewährleistet betrachtet, weil die zulässigen Beanspruchungen geringer sind als die entsprechenden Dauerfestigkeiten (Ursprungsfestigkeit). Das Problem der Ermüdung von Eisenbeton ist heute nicht als gelöst zu betrachten, aber die bisherige Erfahrung zeigt, dass dem Einflusse der Wechselbelastung im Eisenbeton nicht diejenige Bedeutung zukommen dürfte, wie im Stahlbau.

Die Folgen von unvermeidlichen Rissbildungen bei Eisenbetonbauwerken an der Luft lassen sich nicht gut auf Grund theoretischer Ueberlegungen allein, sondern in richtiger Weise gestützt auf reiche Erfahrung mit ausgeführten Bauwerken beurteilen.

Das Bestreben, das ganze plastische Verformungsvermögen als Grundlage für die Bewertung der Sicherheit heranzuziehen, ist als zu weitgehend zu bezeichnen. Man darf das Material nicht seiner letzten, oft in erwartetem Masse nicht vorhandenen Reserven berauben. Für die weitgehende Ausnützung der Plastizität kann nur der Geschicklichkeit und Erfahrung des Konstrukteurs die Verantwortung überbunden werden. Allgemeine Regeln sind hier grundsätzlich zu verwerfen und nur in Sonderfällen ist eine wohlabgewogene Ausnützung durch präzise Vorschriften zulässig (umschnürte Säulen, Knicken).

Sorgfältig durchdachte und eingehend durchgeführte Versuche an ausgeführten Eisenbetonbauwerken beweisen, dass sie sich wie elastische Tragwerke verhalten. Die Erfahrung rechtfertigt die Beibehaltung der klassischen Theorie der Elastizität für sachgemäss durchkonstruierte und sorgfältig ausgeführte Beton- und Eisenbetonbauwerke. Die Beurteilung der Uebereinstimmung zwischen Theorie und Wirklichkeit muss aber nach grundlegenden Gesichtspunkten erfolgen und nicht auf eine zu weitgehende, zahlenmässige Gleichheit der berechneten und gemessenen Werte bestehen.

Theorien dürfen im gesamten Ingenieurwesen nicht missverstanden werden ; sie sollen die Grundlage unserer technischen Einstellung zu den Problemen bilden, sie müssen uns führen und von grundsätzlichen Fehlern schützen ; sie sollen uns diejenigen Grundsätze erkennen lassen, nach welchen die Berechnung durchzuführen, das Baumaterial zu wählen, die Baustelle zu organisieren und die baulichen Massnahmen zu treffen sind. Nicht weil die Ingenieur-Theorien restlos wahr sind, wenden wir sie an, sondern weil Bauwerke auf Grundlage dieser Theorien konstruiert, den an sie gestellten Anforderungen inbezug auf Spannungszustand, Verformung und Sicherheit entsprechen, wollen wir sie nicht verlassen, bis nicht Besseres an Stelle des Guten und Bewährten gestellt werden kann. Nicht alle Vorschläge in dieser Hinsicht können als ein Fortschritt gewertet werden, da solche oft verwirren statt Abklärung zu bringen.

Unsere heutigen Kenntnisse über das Spannungs-Verformungsgesetz des

Betons und Armierungsstahles, über die Verhältniszahl n im elastischen Bereich und im Bruchzustand, über die Beziehung zwischen der Prismendruckfestigkeit $_{pr}\beta_d$ und dem Elastizitätsmodul des Betons $_eE_b$, sowie über die Bruchgefahr mehraxig beanspruchten Betons (Theorie von Mohr), rechtfertigen es, bei Aufrechterhaltung engster Beziehungen zwischen dem Konstruktionsbureau, dem Laboratorium, der Baustelle und dem Bauwerk selbst, Eisenbetontragwerke nach der elastischen Theorie zu berechnen, ermöglichen uns konstruktive Massnahmen (Gesamtordnung und Details) richtig vorzukehren und die Organisation der Baustelle, sowie die Erstellung des Bauwerkes so durchzuführen, dass wir uns über den Spannungszustand und die Arbeitsweise diejenige Gewissheit verschaffen, welche uns die ausreichend genaue Beurteilung des effektiven Sicherheitsgrades ermöglicht.

Die Kenntnis des Spannungs- und Verformungszustandes, auf Grund der Elastizitätslehre, wird auch für die nächste Zukunft die Grundlage für die Beurteilung der Sicherheit von Eisenbetonbauwerken bilden, wobei dem Einflusse der Plastizität des Betons auf die Tragfähigkeit gebührend Rechnung zu tragen ist.

Die Vorschläge der Eidg. Materialprüfungsanstalt zu den neuen schweizerischen Vorschriften für Eisenbeton, welche auf ein kühnes und wirtschaftliches Bauen, ohne Einbusse an Sicherheit, abzielen, tragen den Erkenntnissen der Elastizitätstheorie und des plastischen Verformungsvermögens gebührend Rechnung, bei Einhaltung eines Sicherheitsgrades von

3-4 für axialen Druck und Knickung

$>2\text{-}2\frac{1}{2}$ für Biegung sowie Biegung mit Druck

bezogen auf die Fliessgrenze des Armierungsstahles, bezw. die Prismendruckfestigkeit des Betons sowie die jeweils ungünstigste Gesamtlast.

Den Ausführungen und Begründungen von Prof. F. Campus in seinem Referate stimme ich zu. Die Zusammenarbeit der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau (I.V.B.H.) mit dem Internationalen Verband für Materialprüfung (I.V.M.) in Form eines gemeinsamen Arbeitsausschusses zur Abklärung von Meinungsverschiedenheiten, Lösung von Problemen und Schaffung von einheitlichen internationalen Grundlagen für das gesamte Gebiet des Betons- und Eisenbetonbaues, halte ich für äusserst wünschenswert und befürworte dieselbe auf das Wärmste.

Traduction.

Le sujet traité par le Professeur F. Campus d'une façon systématique et parfaitement claire est au plus haut point digne de retenir l'attention et se prête tout particulièrement à la discussion grâce à son plan très net.

Les questions mises en discussion et concernant : la résistance, la stabilité, la déformation, l'état élastique et plastique, les influences des variations de température et du retrait, ainsi que la formation des fissures ont une importance incontestable, à notre époque où l'on s'efforce d'utiliser aussi complètement que possible les propriétés techniques des deux matériaux constitutifs du

béton armé : le béton et l'acier, dans les ouvrages en béton armé à grande portée (ponts à poutres rectilignes et ponts en arc) ainsi que pour les dalles et enveloppes minces de dimensions considérables.

La question fondamentale d'une statique plus parfaite du béton armé est en même temps mise en discussion.

J'aurai l'honneur d'exprimer ci-dessous mon point de vue en ce qui concerne le mémoire de notre très honoré collègue, le Professeur Campus. Je me baserai pour cela sur les résultats d'essais du Laboratoire fédéral d'essais des matériaux ainsi que sur les essais exécutés en Suisse sur des ouvrages terminés.

Il faut accorder aux résultats découlant des observations et des expériences la même importance qu'aux lois reposant sur des principes scientifiques d'études et d'essais des matériaux. Les recherches du Laboratoire ne suffisent pas à elles seules pour atteindre à la connaissance de la physiologie et de la pathologie de nos constructions. Les essais de laboratoire ne doivent pas avoir pour objectif d'imiter la nature, de tendre à la réalité ; ils ont avant tout pour but d'établir des « caractéristiques ». Ce n'est qu'en groupant d'une façon étroite et logique ces caractéristiques des matériaux avec les résultats des expériences sur des ouvrages terminés qu'il sera possible de construire en toute connaissance de l'état de sollicitation et de déformation et en toute certitude sur le degré de sécurité des constructions [1], en tenant compte bien entendu des propriétés de résistance et de la capacité de déformation des matériaux utilisés.

Parmi les particularités techniques concernant le béton et le béton armé, nous citerons : les déformations totales, comportant des déformations distinctes élastiques et plastiques, l'influence des efforts prolongés sur la déformation (influence de la durée d'application) ; l'action des charges alternées (fatigue), la variation des propriétés de résistance et de la capacité de déformation avec le temps et les effets de température.

En tenant compte de ces particularités, lors de la mise en valeur des résultats d'essai au laboratoire sur constructions terminées, on séparera les influences des forces qui sont en jeu, de la façon suivante : forces qui n'agissent que pendant de courtes périodes (charges accidentelles, pression du vent, neige), charges permanentes (poids propre).

Outre l'action de ces groupes de forces extérieures (poids propre, charges accidentelles), il faut, pour juger de la sécurité d'un ouvrage, tenir compte de l'effet des variations de température et du retrait sur l'état de tension et de déformation car retrait et température, tout en n'étant pas des forces extérieures, créent cependant un état de tension. Ce n'est que grâce à une discrimination de ce genre, parfaitement fondée, qu'il sera possible à l'ingénieur de mettre en évidence, avec toute la clarté voulue, des constatations suivantes : qu'il est légitime de conserver la théorie de l'élasticité pour le calcul des ouvrages en béton armé ; qu'on doit accorder à la capacité de déformation plastique du béton l'importance qui lui est due et qu'on ne peut en principe attribuer aux tensions dues au retrait et aux variations de température, la même

1. Premier Congrès International de Construction des Ponts et Charpentes, Zurich, Septembre 1926. Avant-propos.

importance et la même portée, en ce qui concerne le degré de sécurité, qu'à l'action des forces extérieures énumérées plus haut (poids propre, charge accidentelle) du fait que les premières diminuent et peuvent même disparaître lorsqu'on approche de l'état de rupture. En tenant compte de ces influences, l'introduction de fatigues admissibles plus élevées se justifie parfaitement.

Les tensions internes entre l'acier et le béton, produites par le retrait de ce dernier, ont bien pour effet de modifier l'état de tension existant mais n'exercent cependant pas d'influence notable sur la charge de rupture de l'élément de construction ou de la construction en question. Les tensions internes de ce genre peuvent en général être négligées lors du calcul des ouvrages en béton armé, excepté dans les cas suivants : formation importante de fissures, imperméabilité, dégâts occasionnés par le gel, danger de rouille.

La sécurité dans le cas des charges alternées — fatigue — est considérée aujourd'hui comme assurée lorsque les calculs sont basés sur un degré de sécurité statique suffisant, du fait que les fatigues admissibles sont plus faibles que les résistances à la fatigue correspondantes. Le problème de la fatigue du béton armé doit être considéré actuellement comme non encore résolu, mais l'expérience acquise dans ce domaine montre que l'influence des charges alternées ne présente pas, pour la construction en béton, l'importance qu'elle a dans la construction métallique.

L'influence de la formation des fissures, inévitables dans les constructions en béton armé exposées à l'air, ne peut pas être déterminée en se basant uniquement sur des principes théoriques, mais bien également à l'aide d'une large expérience, acquise par l'observation des ouvrages terminés.

Les efforts faits pour baser la sécurité sur la capacité totale de déformation plastique du béton sont exagérés. On ne doit pas priver le matériau de ses dernières réserves qui ne sont pas toujours aussi importantes que l'on s'y attend. Lorsque l'on veut mettre largement à profit la plasticité des matériaux on ne peut que se reposer sur l'habileté et l'expérience du constructeur. Il faut, dans ce domaine, repousser toute règle générale et n'admettre cette manière de voir que dans certains cas particuliers, en s'appuyant sur des prescriptions précises (colonnes frettées, flambage).

Des essais soigneusement préparés et exécutés avec grande précision sur des ouvrages terminés en béton armé prouvent qu'ils se comportent comme des systèmes élastiques [1]. L'expérience justifie le maintien de la théorie classique

---

1. Le rapporteur fait passer des projections lumineuses concernant la mesure des flèches, des torsions, des tensions et des oscillations, exécutées sur les ouvrages en béton suivants, construits en Suisse :

Ponts à poutres rectilignes : Pont sur l'Aa à Rempen, aménagements hydro-électriques du Wäggital.
Pont sur la Thur à Flach-Ellikon, Canton de Zurich.
Passerelle sur la Töss, Winterthour.
Passerelle à Oerlikon.
Pont du Bleicherweg à Zurich.

Ponts en arc : Pont de Hundwil, Canton de St-Gall.
Pont de Baden-Wettingen, Canton d'Argovie.
Pont de la Lorraine, Canton de Berne.

de l'élasticité pour les ouvrages en béton et en béton armé construits avec compétence et exécutés soigneusement. La concordance entre la théorie et la réalité doit être jugée d'un point de vue suffisamment large et non pas reposer sur une équivalence numérique exagérée entre les valeurs calculées et mesurées.

Les notions théoriques ne devraient pas être cause de divergences de conception dans le domaine de l'ingénieur ; elles doivent former la base de notre interprétation pratique des problèmes qui se posent ; elles doivent être pour nous un guide et nous permettre d'éviter des erreurs fondamentales ; enfin elles doivent nous permettre de reconnaître les principes selon lesquels il faut établir les calculs, choisir les matériaux, organiser et contrôler le chantier et prendre les mesures constructives nécessaires. Nous appliquons les théories de l'ingénieur non pas parce qu'elles sont vraies mais parce que les ouvrages construits en se basant sur ces théories satisfont aux exigences concernant l'état de tension, la déformation et la sécurité ; c'est pour ces raisons que nous ne voulons pas les abandonner tant que nous n'aurons pas mieux pour remplacer ce qui a fait ses preuves. Toutes les suggestions qui ont été faites dans ce domaine ne peuvent pas être considérées comme un progrès, car au lieu d'éclaircir les problèmes, elles les compliquent.

Nos connaissances actuelles concernant la loi de tension et de déformation du béton et des fers d'armature, le chiffre n pour le domaine élastique et l'état de rupture, la relation entre la résistance des prismes debout à la compression ${}_{pr}\beta_d$ et le coefficient d'élasticité du béton ${}_cE_b$, ainsi que la théorie de la rupture du béton sollicité selon plusieurs axes (théorie de Mohr), justifient pleinement le calcul des ouvrages en béton armé selon la théorie élastique, à condition de maintenir des relations étroites entre le bureau des études et des projets, le laboratoire, le chantier et la construction elle-même ; ces connaissances nous permettent en outre de prendre les mesures constructives voulues (dispositions générales et détails), de prévoir l'organisation du chantier et l'exécution de l'ouvrage de telle sorte que nous ayons, quant à l'état de tension et au mode d'exécution adopté, la certitude qui nous permettra de juger avec une exactitude suffisante du degré de sécurité effectif[1].

Pont du Kornhaus, Zurich.
Pont sur la Salgina, Canton des Grisons.
Pont sur le Rhin près de Tavanasa, Canton des Grisons.
Pont de Merjen, Canton du Valais.
Pont sur la Maggia près de Locarno.
Viaduc de Langwies, Canton des Grisons.
Viaduc de Wiesen des chemins de fer Rhétiques, Canton des Grisons.
Pont sur la Landquart à Dalvazza, Canton des Grisons.
Ponts-routes à Bergell.
Pont du Rossgraben, Canton de Berne.

Constructions civiles : Dalles à champignons à Chiasso, Bâle, Zurich, Mulhouse.
Dépôt des tramways, Zurich.
Palais des Nations, Genève.

Le L. F. E. M. fera paraître en été 1934 une publication détaillée de toutes ces épreuves de charge et des mesures exécutées.

1. Association internationale pour l'essai des matériaux, Livre du Congrès, Zurich, 1931, pages 964-1213, Édition A. I. E. M., Zurich, Leonhardstrasse 27.

La connaissance de l'état de tension et de déformation, basée sur la théorie de l'élasticité, restera encore un certain temps la base d'après laquelle nous pourrons juger de la sécurité des ouvrages en béton armé, tout en tenant compte, comme il se doit, de l'influence de la plasticité du béton sur la répartition des efforts et sur les charges de fatigues et de rupture.

Les propositions du Laboratoire Fédéral d'Essai des Matériaux en ce qui concerne le nouveau Règlement Fédéral concernant les Constructions en Béton Armé, qui a pour but de permettre des constructions audacieuses et économique, sans préjudice pour la sécurité, tiennent compte très largement des connaissances de la théorie de l'élasticité et de la capacité de déformation plastique, en admettant les degrés de sécurité suivants :

pour la pression axiale et le flambage	3 à 4.
pour la flexion simple ainsi que pour la flexion composée	> 2 à 2 1/2

Ces coefficients sont basés sur la limite d'écoulement des fers d'armature et sur la résistance à la compression du béton sur prismes debout, ainsi que sur la charge totale la plus défavorable.

J'appuie chaleureusement les arguments et les preuves apportées par le Professeur F. Campus au cours de sa conférence. La collaboration de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes (A. I. P. C.) avec l'Association Internationale pour l'Essai des Matériaux (A. I. E. M.), sous la forme d'une commission de travail en commun, dont le but serait d'éclaircir les différences d'opinion, de résoudre les problèmes actuel et de créer des bases internationales uniformes dans tout le domaine de la construction en béton et en béton armé, me paraît extrêmement désirable et je recommande vivement cette proposition.

M. F. DUMAS,
Ingénieur des Ponts et Chaussées, Port de Rouen, Rouen.

Je tiens tout d'abord à m'élever contre l'impression de pessimisme que l'on pourrait me prêter.

Pessimiste quant au béton armé, à ses possibilités, à son avenir ? Non. Les dizaines de milliers de m³ que j'ai déjà mis en œuvre, les quantités que je continue à employer journellement dans notre 1er Port français en sont un sûr garant.

Sceptique quant aux procédés de calculs actuels et à leurs résultats comparés à la réalité? Oui.

Car tandis que la pratique guidée par l'expérience a progressé à pas de géants permettant de réaliser des ouvrages d'une hardiesse inouïe dont vous avez eu maints exemples ces jours derniers, dans d'autres Congrès et dans diverses publications, la théorie, elle, paraît avoir marqué le pas, quand elle n'a pas régressé en s'engageant dans des voies inexactes qui l'éloignaient de plus en plus de la réalité en lui faisant perfectionner les procédés de calculs d'un matériau fictif qui n'existe que sur le papier.

J'ai déjà dit ceci dans un petit article paru dans le Génie Civil sous le titre « Le béton armé et ses hypothèses ».

Dans son remarquable rapport d'introduction M. le Professeur Campus veut bien attacher quelque importance à ce petit résumé d'un préambule à des expériences sur le béton armé que j'ai entreprises.

Mais tout en attachant quelque importance à ce travail, l'éminent rapporteur conclut en somme que malgré les critiques que je formule quant aux hypothèses de base des calculs, les erreurs commises n'ont pas grande importance et que l'on peut passer outre.

A ce sujet, et sur les points particuliers traités dans ce mémoire, je répondrai presque d'accord.

Je prie tout d'abord de noter que les critiques en question étaient des critiques formulées à priori avant d'avoir confronté le raisonnement et l'expérience.

Un des points sur lequel j'attirais l'attention était relatif à la non conservation des sections planes au cours des déformations.

Sur cette question j'étais du reste d'accord avec les idées premières de la Commission qui a présidé à l'élaboration du règlement français de 1906. On peut lire en effet dans le rapport qui l'accompagne :

« A priori il était possible de contester l'application au béton armé qui est hétérogène de l'hypothèse de la conservation des sections planes qui bien que n'étant pas rigoureusement exacte sert de base à la science classique de la résistance des matériaux. On pouvait craindre notamment qu'elle ne fût mise en défaut par les fissures du béton tendu et par les glissements des armatures ».

Toutefois un très grand nombre d'expériences avaient montré à la Commission que « le gauchissement des sections primitivement planes ne modifie pas notablement les déformations longitudinales qui servent de base au calcul des pièces fléchies et qu'on peut négliger ce fait dans le calcul des efforts longitudinaux : tensions ou pressions ».

S'il n'y avait que ceci je crois que tout en maintenant les objections que j'ai présentées au sujet de cette hypothèse de base de la Résistance des Matériaux on pourrait en jouant sur les mots tourner facilement la difficulté. Il suffirait de dire non plus qu'une section plane reste plane pendant la déformation, mais que les déformations varient peu d'une section à l'autre. Et la science de la Résistance des Matériaux retrouverait de fait une base logique.

Malgré tout le gauchissement des sections aurait pour conséquence qu'à l'intérieur d'une section la valeur des contraintes serait très différente de celle à laquelle conduisent l'hypothèse de Navier d'une part, la méthode d'homogénéisation des sections d'autre part.

Au point de vue pratique il suffirait cependant de choisir convenablement ses coefficients de sécurité pour que l'on ait néanmoins des garanties suffisantes.

Ainsi sur ce premier point je suis d'accord avec l'éminent rapporteur pour conclure que la non conservation des sections planes peut ne pas provoquer d'erreurs capitales.

Pour l'étude du second point, Loi de Hooke et valeur du coefficient m,

je vais me référer à un certain nombre d'expériences que j'ai faites il y a trois ans. Le but de ces expériences a été précisé dans le Génie Civil et les Annales des Ponts et Chaussées. Je n'y reviendrai pas. Je regrette toutefois que la dernière partie du mémoire qui leur est relatif n'ait pas encore pu être publiée (elle le sera sous peu) et que des nécessités de mise en page m'aient contraint à écourter certains passages et à supprimer nombre de graphiques intéressants.

On pourrait au sujet de ces expériences me faire bien des critiques :

— charge unique au milieu au lieu d'un dispositif sans effort tranchant,

— mise en place d'appareils Manet Rabut à cheval sur les charges,

— emploi d'appareils courants au lieu d'appareils spéciaux mieux appropriés aux recherches que j'ai entreprises,

— mode de fixation des appareils, etc...

Ces critiques je me les suis faites et on en trouve trace dans mes mémoires. J'ajoutais que pour des expériences précises il serait bon de mesurer directement les déformations des armatures et non celles de la fibre extrême tendue et de supprimer toute liaison matérielle entre la pièce à étudier et les appareils enregistreurs, etc...

Je pourrais réclamer le droit à bien des circonstances atténuantes.

Je me bornerai à dire que j'ai fait de mon mieux dans le peu de temps et avec les moyens restreints dont je disposais.

J'ai donc cherché non pas à faire des mesures précises mais à fixer l'allure des phénomènes.

C'est cette allure que je vais résumer.

Si l'on considère une pièce en béton armé soumise à une force progressivement croissante il est hors de doute que la loi des déformations en fonction des forces n'est pas linéaire.

Ceci est déjà très net dans le cas du béton travaillant à la compression et Bach l'a montré et a proposé une loi de la forme :

$$\varepsilon = \alpha \, R^p$$

ε déformation de l'unité de longueur

R effort moléculaire correspondant

α et p coefficients

p étant toujours supérieur à ε.

Ce fait est encore bien plus marqué dans le cas du béton tendu puisqu'au fur et à mesure que l'effort augmente la résistance du béton diminue et que ce que l'on appelle coefficient d'élasticité du béton tendu tombe rapidement de 200.000 ou 400.000 à zéro.

Il serait donc surprenant que dans l'association du béton comprimé au béton tendu on ait des déformations linéaires en fonction des forces.

La présence d'armatures à coefficient d'élasticité constant dans une zone importante, permet d'éviter la désagrégation du béton tendu et d'étaler les phénomènes.

De ce fait malgré les ruptures d'adhérence plus ou moins étendues, malgré des fissurations locales, l'ensemble de la poutre conserve une rigidité plus grande que si le béton tendu n'existait plus ; et en laissant pour l'instant de

côté les cas de charges répétées, on peut dire que les déformations de l'ensemble de la pièce restent comprises entre ce qu'elles seraient d'une part si ce béton tendu conservait sa complète résistance et d'autre part si ce béton disparaissait.

Mais les déformations varient plus vite que ne l'indique la loi linéaire.

On ne peut donc plus parler de coefficient d'élasticité constant, on doit envisager soit un coefficient d'élasticité moyen valable entre deux limites déterminées soit une série de coefficients d'élasticité instantanés autrement dit E_b est fonction des contraintes.

Donc E_b variera non seulement d'une section à l'autre mais aussi à l'intérieur d'une section.

On pourrait espérer cependant obtenir des résultats convenables en tablant sur des moyennes. — Car il ne faut guère songer à vouloir suivre par le calcul ces variations.

J'ai donné dans les Annales des Ponts les formules des déformations auxquelles on aboutit lorsqu'on suppose le cas d'une poutre homogène posée sur 2 appuis simples où le moment d'inertie I décroît linéairement des appuis au milieu, dans les 2 cas d'une charge isolée placée au milieu de la portée et d'une charge uniforme.

La complexité des formules auxquelles on aboutit suffit à ôter l'envie de les utiliser. Que serait-ce alors dans des cas plus complexes?

Malheureusement il semble difficile de conserver encore l'espoir d'arriver à des résultats de calculs satisfaisants en tablant sur des moyennes et ceci pour les raisons suivantes.

On pourrait me faire remarquer que les courbes que j'ai obtenues au cours de mes expériences différaient peu dans les limites normales de travail des matériaux de lignes droites et que l'on pourrait dans ces conditions admettre que dans les limites ci-dessus les coefficients d'élasticité instantanés s'écartent peu du coefficient moyen.

Ceci est exact pour certaines courbes de déformations notamment pour celles où la pièce est sollicitée par des efforts toujours de même sens.

Ce ne l'est plus dans le cas des efforts alternatifs tantôt $> o$ tantôt $< o$, les courbes ayant alors une forme sinusoïdale très accusée autour d'une courbe moyenne.

Mais même dans le 1er cas je ne conclurais pas comme M. Campus. Évidemment si l'on considère une section déterminée et pour cette section une déformation déterminée on peut trouver pour la déformation considérée un coefficient d'élasticité moyen très acceptable.

Mais je crois avoir signalé dans mon mémoire que ces coefficients moyens variaient de façon importante d'une fibre à l'autre et de façon également considérable d'une section à l'autre.

Dans ces conditions quel coefficient adopter pour l'étude de la poutre entière ?

Une moyenne arithmétique ou plus ou moins géométrique de ces moyennes ? En un mot réaliser à une plus grande échelle ce que l'on fait déjà en passant outre dans l'étude des matériaux à la loi fondamentale de continuité qui est à la base de la théorie de l'élasticité.

Et ce faisant quelle approximation pourra-t-on espérer d'abord pour l'ensemble de la pièce ensuite pour ses différentes parties ?

Quelles conséquences auront les dépassements de certains taux de travail par rapport aux moyennes calculées ?

Quels coefficients de sécurité admettre pour n'avoir pas de points dangereux ?

C'est tout le problème que j'ai voulu poser et sur lequel j'ai fait mon possible, sans espérer le résoudre, pour attirer l'attention des chercheurs.

Je ferai remarquer d'autre part que les extrémités des différentes courbes de déformations partielles pour des charges croissantes peuvent fort bien être sur une ligne droite sans que chacune de ces courbes de déformations partielles soit une ligne droite. Considère l'avait montré dans un cas particulier. M. Peret également. J'ai généralisé les résultats qu'ils avaient obtenus.

Par ailleurs lorsqu'on envisage le cas de surcharges dont l'application n'est plus continue, le cas de surcharges répétées soit de même sens, soit de sens opposé, on s'aperçoit qu'il subsiste après chaque déchargement des déformations résiduelles importantes, déformations qui ne paraissent pas s'atténuer avec le temps et qui s'accompagnent d'efforts résiduels notables à l'intérieur des sections. Ces faits sont très accusés même pour des efforts extérieurs minimes.

De plus par suite de ces efforts résiduels, la valeur des déformations dues à l'application de surcharges successives est différente de celle que l'on obtient lorsque les surcharges croissent progressivement sans déchargements intermédiaires.

Enfin et surtout les déformations totales et la charge de rupture dépendent non seulement de la valeur des surcharges appliquées mais aussi de tous les états successifs antérieurs de la pièce considérée et en particulier de l'ordre d'application des surcharges successives. Ce que j'exprimais en disant que la mémoire est une propriété intrinsèque du béton armé. Le système n'est donc pas conservatif puisque l'état final dépend du chemin suivi.

Tous ces faits peuvent s'expliquer, d'une part par les effets des ruptures, d'adhérence et de la fissuration progressive du béton tendu, d'autre part par la non valabilité de la loi de Hooke.

Au cours des opérations de rechargements et déchargements successifs le point de passage de la fibre neutre dans une section déterminée subit des déplacements importants.

Les poutres en béton armé ne prennent du reste pas immédiatement leur position d'équilibre élastique qui correspond à l'état des charges qu'elles subissent.

Je me suis demandé dans ces conditions si l'application répétée d'une même surcharge n'entraînerait pas des déformations résiduelles croissantes.

S'il en était ainsi on pourrait rompre n'importe quelle pièce en béton armé en faisant agir sur elle une série suffisamment grande de forces successives. L'expérience montre que sous l'action de surcharges croissantes le phénomène de flèches résiduelles dû à la superposition d'un phénomène de frottement croissant et d'un phénomène décroissant de rigidité allait en s'atténuant progressivement. On peut présumer qu'il doit en être de même lorsqu'on opère avec des surcharges successives de valeur constante.

De même les phénomènes de déformations résiduelles des différentes fibres dues à la différence entre les effets du phénomène de Résal et ceux du phénomène de flèche résiduelle doivent également tendre vers une limite. Mais ces limites probables seront-elles atteintes avant rupture?

Plusieurs expériences prolongées que j'ai faites et que je décris dans un petit mémoire qui va paraître dans les Annales des Ponts et Chaussées m'ont montré que l'équilibre était bien atteint avant rupture (je ne dis pas avant fissuration) pour des surcharges qui conduiraient à des taux de travail normal des matériaux d'après les méthodes de calcul de la circulaire de 1906, et ceci est rassurant, mais que la poutre s'écrouissait, donc devenait plus fragile, plus cassante et que les déformations résiduelles augmentaient et même dépassaient dans certains cas de façon très importante les déformations dues aux surcharges, et ceci est moins rassurant.

Toutefois, lorsque des déformations résiduelles ont été produites dans une pièce en béton armé par certaines contraintes, ces déformations n'augmentent par la suite que si les contraintes auxquelles la pièce est soumise dépassent celles qui ont produit ces déformations. — La pièce s'est adaptée.

J'ai profité de ces expériences pour tracer par points les courbes de déformations sous l'action de surcharges successives.

Les courbes que j'ai obtenues pour toutes les déformations ont une forme lenticulaire comme si la poutre hésitait à se mouvoir, à quitter son état d'équilibre quel qu'il soit que celui-ci soit en charge ou en repos. — Ces états d'équilibre successifs sont donc stables.

Tout ceci montre combien les propriétés du Béton armé diffèrent de celles qu'on lui attribue couramment et explique que les règles de calculs de la Résistance des Matériaux d'application courante conduisent dans le cas du béton armé à des résultats très éloignés de la réalité.

Il en est ainsi notamment de toutes les formules de déformation qui sont faites pour le cas des corps prismatiques homogènes, alors que les pièces à calculer sont souvent loin d'être prismatiques (variations de forme, variations brusques de sections d'acier etc.), qu'elles sont des plus hétérogènes déjà à l'état de repos et que cette hétérogénéité s'accentue en période de travail puisque même dans le cas d'une pièce de section constante au départ la résistance des sections varie d'un point de la fibre neutre à l'autre, puisqu'il subsiste après déchargement des efforts résiduels internes qui varient d'une section à l'autre et qui font que deux sections différentes réagiront tout à fait différemment sous l'action d'efforts identiques, puisque les différentes sections ne s'adaptent pas en même temps et de la même façon.

Je rappelle les déplacements de la fibre neutre qui n'est jamais une ligne droite.

Je pense aussi contrairement à l'opinion émise par M. le Professeur Campus qu'il n'est pas certain que le théorème général de Maxwell puisse toujours s'appliquer au béton armé puisque même pour des efforts très faibles le système ne revient pas à son état initial lorsque les forces ont cessé d'agir, c'est-à-dire puisque le corps ne décrit pas un cycle fermé. Tout au plus peut-on

espérer d'après ce que j'ai dit précédemment et d'après les résultats de mes expériences qu'après une période d'adaptation plus ou moins longue le système devienne conservatif, l'état initial et l'état final devenant alors bien déterminés pour un système de charge donné.

J'ai dit en effet que toutes les déformations tendaient vers des limites et que les déformations résiduelles en particulier restaient constantes tant que les contraintes ne dépassaient pas celles qui ont produit ces déformations. Le corps continue alors à ne pas suivre la loi de Hooke mais la différence est moins accusée que pendant toute la période d'adaptation.

En ce qui concerne la méthode des lignes d'influence le moins qu'on en puisse dire est que son application doit conduire à des résultats aléatoires dans toute la période d'adaptation dont j'ai parlé.

Par contre les théories énergétiques modernes et toutes leurs conséquences (formules de Castigliano)

$$v = \frac{dW}{dP} \qquad P = \frac{dW}{dv}$$

(théorème de Menabrea ou du travail minimum etc.) ne peuvent s'appliquer au béton armé puisqu'elles supposent qu'il n'y a aucune dissipation d'énergie au cours du cycle que décrit le corps, ce qui n'est pas puisque les phénomènes de rupture, de glissement et de frottement prennent une place prépondérante dans le cas du béton armé, la période élastique, c'est-à-dire celle pendant laquelle aucun glissement interne ne se produit, étant des plus restreintes dans le cas de ce matériau, comme dans celui de tous les corps fragiles du reste.

En résumé, on peut dire que les propriétés du béton armé ne sont en général pas réversibles et que les formules qui les expriment ne peuvent être limitées au 1er terme du développement en série des équations réelles.

Ceci c'est la théorie. Mais que faire en pratique? Chercher à suivre de plus près la réalité en perfectionnant ses calculs? C'est à peu près impossible. On ne pourrait le faire en partie qu'une fois la période d'adaptation terminée. Mais il faut bien relier celle-ci à l'état de repos. Ce sera sans doute l'affaire des coefficients de sécurité.

Ce que nos calculs devront pouvoir traduire c'est non pas une succession d'états d'équilibre réels, mais la courbe enveloppe des cas les plus défavorables.

De même que l'on doit envisager pour les calculs des forces extérieures les courbes enveloppes des moments fléchissants, des efforts tranchants, etc....., on devra pour le calcul des efforts intérieurs envisager uniquement les courbes enveloppes des résistances de la pièce, courbes qui devront dans le temps rester homologues à la courbe des contraintes, cette dernière étant fonction de la fréquence d'utilisation de l'ouvrage. C'est seulement ainsi que l'on pourra conserver des coefficients de sécurité constants dans la durée des temps.

C'est dire que les efforts mesurés pour un cas de charge donné pourront être très inférieurs aux efforts calculés.

C'est dire qu'il sera encore le plus souvent impossible de vérifier par l'expé-

rience les résultats de ses calculs ou plutôt que l'on devra se borner à vérifier que les contraintes sont inférieures aux limites que l'on s'est imposées.

Le béton armé restera donc une sorte de matériau mystérieux, invérifiable qui ne satisfera que difficilement un esprit critique et positif.

Mais grâce à ces précautions il restera un matériau possible et qui ne conduira pas à des déboires.

Je tiens en passant à souligner une phrase de M. le Professeur Roš qui figure dans le rapport de M. Campus et sur laquelle son auteur vient d'insister au cours de son intervention. M. le Professeur Roš estime que des constructions en béton armé convenablement armées et soigneusement exécutées se comportent pratiquement comme des corps élastiques, et il appuyait cette affirmation sur l'autorité de M. Séjourné qui déclarait que l'on pouvait se permettre de calculer les constructions en maçonnerie par les méthodes de l'élasticité puisque l'expérience prouvait que des ouvrages établis sur ces bases tenaient, mais cet ingénieur ne manquait pas d'ajouter : « Mais la matière est bonne fille », et ceci donne son véritable sens à ces prémisses.

Après cet exposé on comprendra que je n'attache pas une importance primordiale aux procédés de calculs qui seront utilisés. Je ne pousserai pas la chose en ce qui les concerne jusqu'à dire comme M. Freyssinet le faisait vendredi à propos d'une pièce en béton armé sollicitée de diverses parts, que le meilleur moyen pour que cette pièce résiste et ne donne pas de déboires était de supprimer d'une part le béton, d'autre part l'acier, donc la pièce entière.

Je n'irai pas jusque là pour les calculs eux-mêmes que certains estiment assez précis, qui laissent sceptiques d'autres personnes.

Je dirai seulement :

que l'on prenne pour E_b un coefficient d'élasticité moyen je veux bien,

que l'on prenne pour m une valeur constante $m = 10$ p. ex. parce que c'est plus commode que $m = 15$, que c'est moins inexact surtout, ou une valeur inférieure $m = 6$ p. ex. pour certains bétons, je veux bien aussi,

que l'on conserve les méthodes de calculs de la résistance des matériaux, les méthodes de ligne d'influence, que l'on applique les théorèmes de Maxwell, Castigliano, je le veux bien encore,

bref que l'on choisisse des intermédiaires raisonnables, pratiques, d'application simple, mais que l'on sache que le tout n'est pas exact, et que l'on connaisse enfin les degrés d'approximation de ces calculs de façon que leurs résultats restent réellement dans les limites de sécurité que l'on s'est fixées.

En un mot que les circulaires nous permettent d'effectuer des calculs de sécurité suffisante et ne créent pas un matériau fictif que l'on pourrait croire réel après un certain temps d'oubli.

C'est ce que souhaitait Mörsch. C'est ce que s'étaient attaché à faire les auteurs du règlement français de 1906 qui sauf quelques points particuliers était un document remarquable pour l'époque.

Et ceci m'amène tout naturellement à souhaiter avec un grand nombre d'entre vous, qu'un règlement international du béton armé se substitue dès que possible à la floraison des circulaires et règlements divergents actuels.

Ce règlement devrait être basé sur l'expérience, bien sûr ; mais surtout sur le bon sens.

Tous nos efforts devront tendre à permettre aux différentes parties des pièces en Béton Armé de s'adapter progressivement et sans dommages aux situations qu'on leur impose. Si l'on est prudent le corps le fera de lui-même comme tous les êtres vivants et l'on sait que le béton armé en est un ou du moins en présente bien les caractéristiques.

On sait que les matériaux peuvent, sous réserves du flambement et de précautions à prendre pour équilibrer les efforts de tension et de glissement concomitants des efforts de compression, on sait que les matériaux peuvent résister à des efforts de compression qui ne sont limités que par les réserves que je viens de dire.

On sait que la technique de la fabrication des ciments a fait ses progrès notables, qu'il en est de même des procédés de mise en œuvre des bétons.

Le règlement devrait en tenir compte.

On sait que le béton supporte mal des allongements importants. Le règlement devrait imposer tous les procédés connus pour les lui éviter.

Il devrait imposer l'emploi d'aciers plus durs, la mise en tension préalable des aciers avant coulage du béton toutes les fois que faire se pourrait [1] par décintrement anticipé de certains ouvrages par exemple, ou par tout autre procédé, inciter à couler par temps chaud, faire augmenter peut-être le dosage du ciment au voisinage des armatures pour accroître en ces points les effets du retrait et leur action bienfaisante dans les parties tendues, etc.

Il devrait surtout imposer que les armatures soient disposées le plus possible suivant les isostatiques de tension.

Enfin puisque le béton et l'acier ne conduisent au béton armé et à ses propriétés que par une véritable symbiose, on devrait tout faire pour rendre plus intime cette association et en particulier réglementer de façon très stricte les conditions d'adhérence.

Comme on n'ignore pas que malgré toutes les précautions que l'on pourra prendre on n'évitera pas les fissures locales et leurs conséquences, on devrait accepter l'idée des déformations résiduelles quitte à préciser l'importance de celles qui sont admissibles dans la zone d'utilisation normale des matériaux.

Mais comme ces fissures locales, si elles suppriment à peu près complètement la résistance des parties de béton tendu intéressées, n'entachent que dans une certaine mesure leur rigidité, on devrait dans les calculs de flexion faire intervenir dans une certaine mesure le béton tendu dans la détermination de la fibre neutre, quitte à n'en plus tenir compte dans le calcul des résistances.

On devrait continuer dans une certaine mesure à tenir compte de ce béton tendu dans la détermination des déformations.

---

1. On pourra même pousser l'opération plus loin et faire que la tension préalable donnée aux armatures dépasse celles qu'elles auront à subir dans la pratique sous l'action des charges permanentes et de telle partie de surcharges que l'on voudra de telle sorte qu'après décintrement de l'ouvrage des aciers subissent une réduction de tension qui se traduira par la création d'efforts de compression dans le béton voisin, ce qui permettra de le faire intervenir dans la résistance.

On sait que les méthodes de calculs dont nous disposons ne permettent pas de suivre la réalité. On pourra donc leur apporter des simplifications importantes et compatibles avec les pourcentages d'erreurs commises. C'est ce que j'appellerai « justifier ses taux de sécurité ».

Telles sont quelques idées que je vous soumets.

Toutefois avant de mettre ce travail de rédaction en route il serait indispensable d'entreprendre de longues séries d'expériences précises et méthodiques au cours desquelles on chercherait aussi à tirer enfin au clair les effets des actions dynamiques.

En ce qui concerne les expériences à faire, les effets de la température, du retrait de l'influence de l'humidité de l'air, on sera aidé par les expériences nombreuses qu'a entreprises M. Freyssinet au Pont de Plougastel. Au cours de ces essais on pourrait se laisser guider par la théorie remarquable basée sur les phénomènes de capillarité qu'il en a tirée.

J'estime que l'on arrivera de cette façon à un règlement cohérent, logique et d'emploi commode. On évitera ainsi aux Ingénieurs le ridicule d'essayer de calculer à 10 % ou 5 % près et plus un matériau dont on ignore à 100 % près et plus les propriétés réelles.

Ainsi donc malgré les réserves que j'ai faites au cours de ce trop long exposé on voit comme je l'indiquais au début que mes conclusions ne diffèrent pas trop de celle du rapport imprimé de M. le Professeur Campus auxquelles je suis prêt à m'associer pleinement à condition que l'on modifie la phrase ci-après (Je cite le contexte) : « Il conclut avec quelques réserves mineures à la validité des méthodes de calculs existantes basées sur l'hypothèse de l'élasticité. »

Comme il l'avait fait et après vous avoir remercié, Messieurs, de votre trop bienveillante attention, je désire en terminant rendre hommage à la sagesse des grands précurseurs du béton armé : Maurice Levy, Considere, Mörsch, Bach, Rabut, M. Mesnager et surtout Resal qui dans son cours de stabilité de constructions laissait prévoir la plupart des phénomènes que j'ai rappelés : non validité de la loi de Hooke, existence de déformations résiduelles, conséquences de ces déformations, etc.....

De Resal qui, dès 1901, posait le point d'interrogation que je renouvelle aujourd'hui et se demandait (je cite à peu près textuellement) si dans l'avenir le béton distendu conservera sa cohésion grâce à la présence du fer qui constitue en lui un squelette indéformable (je voudrais pouvoir ajouter mais non périssable) et grâce à la propriété qu'il possède d'acquérir une résistance plus élevée avec le temps ou si au contraire il subirait une désagrégation lente et progressive par l'effet soit des causes agissant de façon permanente comme les charges, soit de causes accidentelles ou périodiques comme les changements de température, les chocs, les vibrations, etc... Les expériences du professeur Abrams qui tendraient à laisser supposer que les fissures se recollent avec le temps (j'estime pour ma part que pour qu'il en soit ainsi une immobilité absolue doit être nécessaire), l'état des innombrables ouvrages construits depuis le début du siècle nous pousseraient à conclure avec optimisme.

Mais 30 ans c'est bien court dans la Vie d'un ouvrage.

Quoi qu'il en soit, et dans l'état actuel de nos connaissances j'estime qu'il

serait fâcheux de tomber d'un excès dans l'autre et que sans s'hypnotiser sur l'état de fissuration local de certains ouvrages, état qui paraît être l'état normal du béton tendu, et qui n'a rien de catastrophique, sans se laisser hypnotiser non plus par les divergences constatées entre les prévisions de théorie et de calculs plus ou moins inexacts et la réalité, on peut à condition de se laisser guider par l'expérience et par le bon sens, regarder avec confiance l'avenir de ce matériau remarquable qu'est le béton armé.

W. PASZKOWSKI,
Professeur à l'École Polytechnique, Varsovie.

Les expériences dont il est question dans le présent rapport ont pour but d'étudier les phénomènes qui se produisent dans une poutre en béton armé fléchie, en se basant sur l'observation des flexions. Pour que les mesures des flexions permettent d'éclaircir ces phénomènes, il faut que la poutre soit sollicitée, à chaque instant donné, par des moments constants sur toute la longueur sur laquelle porte la mesure de flexion. La manière dont se comporte le béton tendu, ainsi que la variabilité du rapport des modules Young, font que les phénomènes de flexion du béton armé ne se prêtent pas aussi bien que ceux de l'acier à l'étude par observation immédiate des déformations à la surface des poutres. Au moment où le béton tendu cède ou se fissure (sans même qu'on puisse déceler les fissures par quelque moyen que ce soit), le moment d'inertie de la section diminue considérablement sans qu'on puisse juger exactement de la valeur de cette diminution qui, d'ailleurs, dépend de la valeur du moment fléchissant qui l'a produite. En conséquence, une poutre à section constante aura bien un moment d'inertie constant avant la charge, mais du fait qu'on aura appliqué une charge produisant différents moments fléchissants dans différentes sections de la poutre, celle-ci deviendra une poutre à moment d'inertie variable. Ceci ne permettra ni de calculer exactement sa flexion ni de la comparer avec les résultats expérimentaux. Si, au contraire, on applique à la poutre un moment fléchissant constant sur toute sa longueur à chaque instant donné, les flexions mesurées donneront une idée plus nette de ce qui se passe dans le béton, toutes les sections de la poutre subissant le même régime de sollicitations.

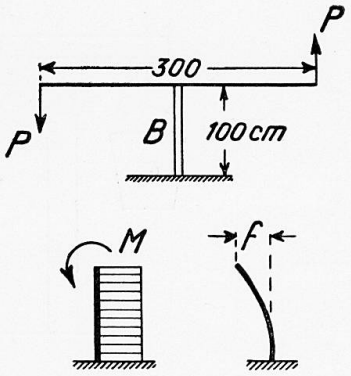


Fig. 1.

Pour faire l'expérience, nous avons adopté le dispositif suivant : une poutre en béton armé sollicitée par un moment fléchissant est encastrée verticalement, par une extrémité, dans une fondation, une poutrelle horizontale étant fixée à son extrémité supérieure comme on le voit, sur les schémas de la fig. 1 et de la fig. 2. Aux extrémités de la poutrelle, sont appliquées deux forces verticales PP de directions opposées, produisant le moment fléchissant. Afin d'éliminer toute compression axiale et d'obtenir une flexion pure, le poids de

la poutrelle est équilibré par le contrepoids W. Les poulies sont fixées à une hauteur suffisante pour que les mouvements de la poutrelle ne produisent pas de biais importants des cordes verticales. Les charges égales placées successivement dans les récipients C C augmentent progressivement le moment fléchissant. Un flexomètre note les flexions produites.

Les poutres étudiées ont une section 8 × 10 cm., rectangulaire ou en té, à armature variant dans certaines limites dont nous ne mentionnons que les suivantes :

a) section rectangulaire à deux fers du côté tendu ;

b) section en té à deux fers du côté tendu ;

c) section rectangulaire à trois fers du côté tendu, tous les fers étant de 6 mm. de diamètre.

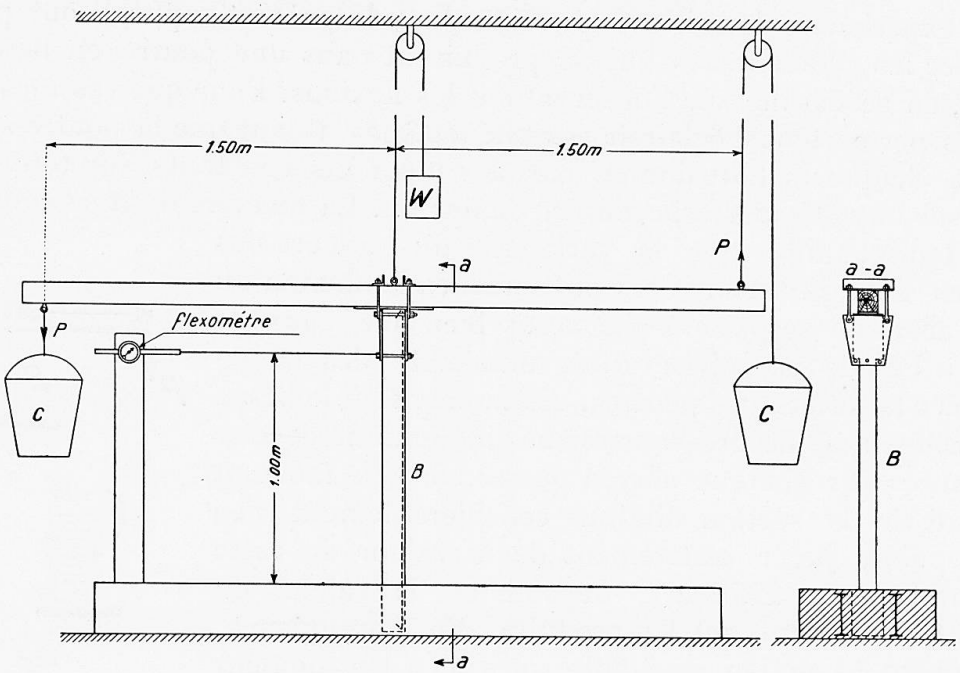


Fig. 2.
Flexomètre = Durchbiegungsmesser = Deflection indicator

En admettant pour l'acier le module d'Young :

$$E_a = 2.100.000 \text{kg/cm}^2$$

et le même module variant, pour le béton, dans les limites :

$$E_b = 105.000 \text{ à } 280.000 \text{ kg/cm}^2,$$

nous calculons les moments d'inertie de notre poutre pour les deux cas envisagés couramment dans la pratique, à savoir : le cas où le béton travaille à la tension et le cas où le béton est entièrement fissuré du côté tendu jusqu'à l'axe neutre.

Pour la poutre à 2 fers tendus les valeurs des moments d'inertie sont les suivantes :

m	E_b	Moments d'inertie	
		le béton travaillant à la tension cm⁴	le béton ayant cédé jusqu'à l'axe neutre cm⁴
20	105.000	809	426
15	140.000	777	350
10	210.000	743	260
7,5	280.000	725	208

En nous basant sur ces données, nous calculons les flexions comme fonctions des moments fléchissants pour les deux cas précités et pour différents rapports des modules Young, d'après la formule connue :

$$f = \frac{1}{2} \frac{M\, l^2}{E_b\, I}$$

où l désigne la longueur de la poutre, qui, dans notre expérience, est égale à 100 cm.

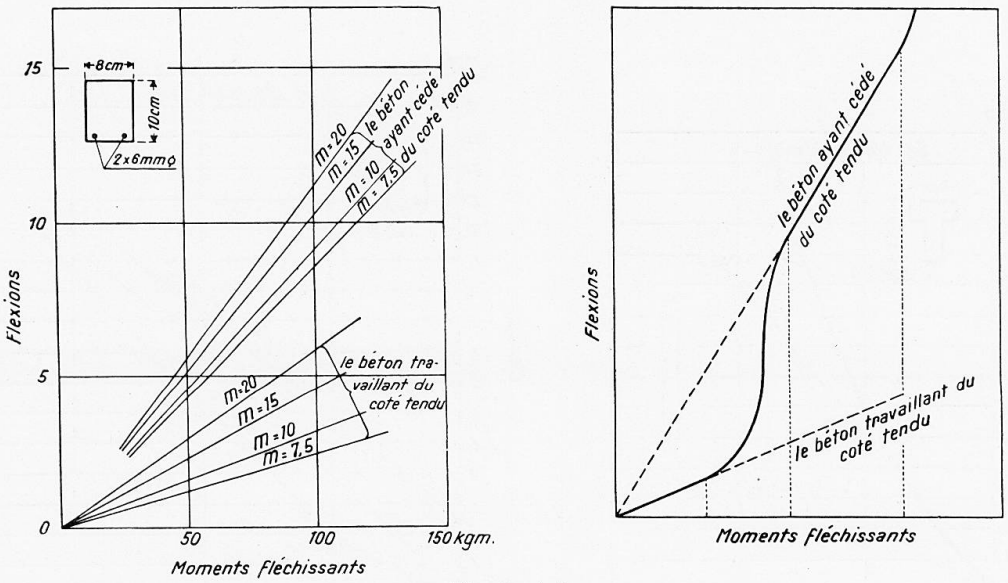
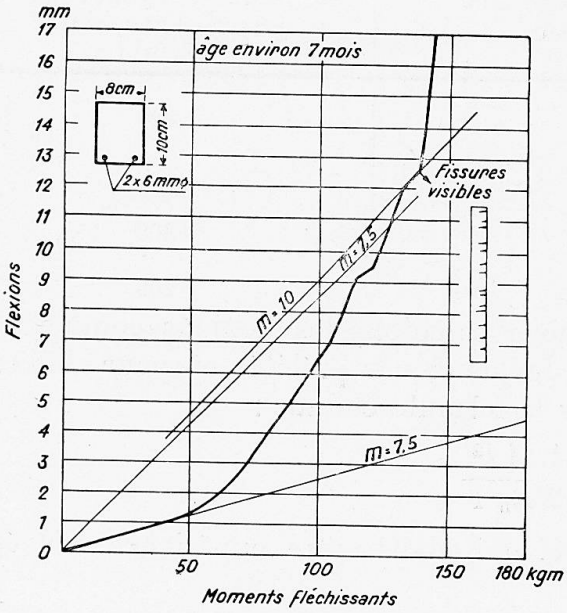


Fig. 3 et 4.
Le béton ayant cédé du côté tendu.
Ohne Mitwirkung der Zugzone im Beton.
Without cooperation of the tension zone of the concrete.
Le béton travaillant du côté tendu.
Bei Mitwirkung der Zugzone im Beton.
With cooperation of the tension zone of the concrete.
Moments fléchissants = Biegungsmomente = Bending moments.
Flexion = Durchbiegung = Deflection.

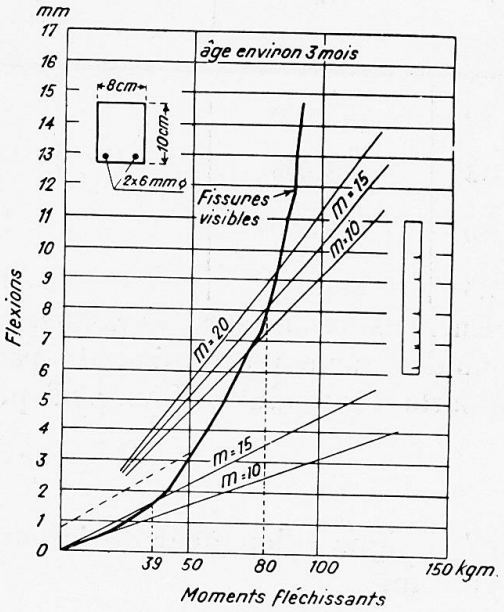
Les résultats de ces calculs sont représentés par le diagramme de la fig. 3.

En supposant que le béton armé se comporte de la manière couramment admise, nous pourrions nous attendre à voir les flexions augmenter à mesure de l'augmentation des moments fléchissants, d'après une courbe analogue à celle que représente le diagramme de la fig. 4, c'est-à-dire que tant que les

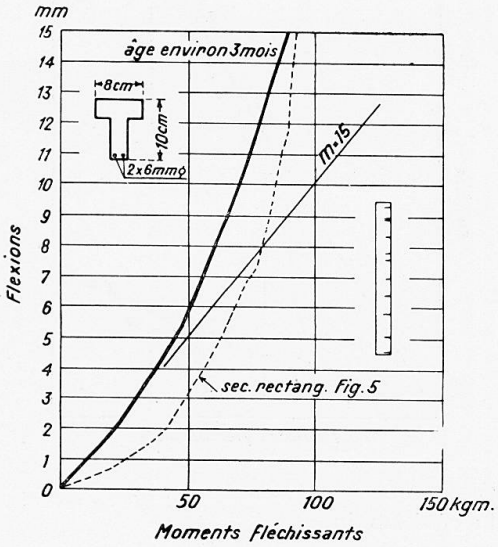
moments fléchissants sont de peu d'importance — le béton travaillant du côté tendu — les flexions augmentent lentement. Une certaine limite une fois



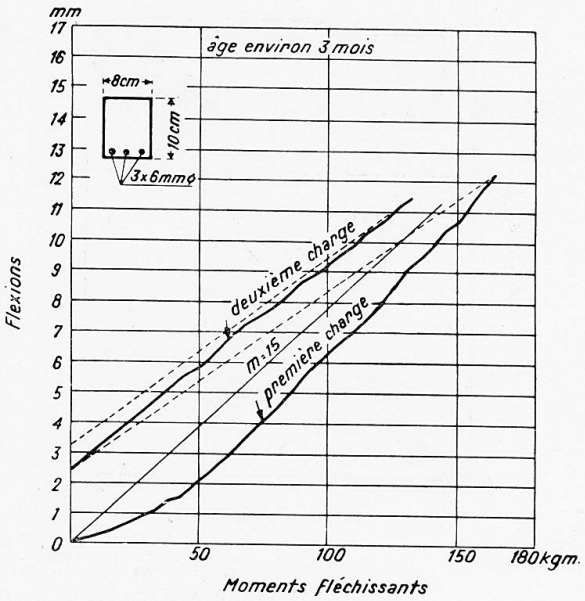
1



2



3



4

Fig. 5 à 8.
Age environ 3 mois = Alter ca. 3 Monate = Age about 3 months.
Fissures visibles = Sichtbare Risse = Visible cracks.
Moments fléchissants = Biegungsmomente = Bending moments.
Flexion = Einsenkung = Deflection.
Section rectangulaire = Rechteck-Querschnitt = Rectangular Section.
Première charge = Erste Belastung = First loading.
Deuxième charge = Zweite Belastung = Second loading.

dépassée, les flexions devraient augmenter plus rapidement pour atteindre bientôt les valeurs qui correspondent au cas où le béton a complètement cédé.

Il est intéressant de noter que les courbes obtenues par l'expérience diffèrent

considérablement des prévisions ci-dessus. En examinant l'allure de ces courbes nous remarquons, en effet, que seules les premières parties correspondent assez bien à ces prévisions, les flexions augmentant à peu près proportionnellement aux moments fléchissants et la poutre subissant la loi de Hooke, jusqu'à un taux de charge de tension du béton pour lequel celui-ci doit commencer à céder. Les parties des courbes correspondant aux tensions plus considérables du béton mettent en évidence une résistance de ce dernier aux tensions bien plus importante que celle qui est admise dans nos calculs.

Les diagrammes des figures 5 et 6 se rapportent à deux poutres qui ne diffèrent que par leur âge.

Nous observons que dans la première partie le rapport m des modules d'Young pour la poutre de 7 mois est ostensiblement égal à 7,5 — c'est-à-dire $E_b = 280.000$ kg/cm², tandis que pour la poutre de 3 mois, ce rapport se tient entre 10 et 15 — E_b ayant par conséquent une valeur comprise entre 210.000 et 140.000 kg/cm². Les taux de charge du béton à la tension, calculés pour les points où la courbe s'écarte de sa direction initiale s'expriment par 23 kg/cm² pour la poutre de 3 mois et par 33 kg/cm² pour la poutre de 7 mois. A partir de ce point, l'augmentation des moments fléchissants, tout en faisant dévier la courbe d'une manière prononcée, ne produit pas de fissures visibles, et ne correspond pas aux flexions pouvant résulter uniquement d'une fissuration complète du béton tendu. Tout au contraire, nous constatons que les flexions sont bien moindres que celles qui ont été calculées théoriquement, c'est-à-dire que le béton ne cesse de travailler à la tension. Étant donné que notre poutre, calculée d'après les méthodes jusqu'ici usitées, serait destinée à supporter un moment fléchissant de 50 kgm environ, nous voyons qu'elle aurait à ce moment une réserve importante de rigidité.

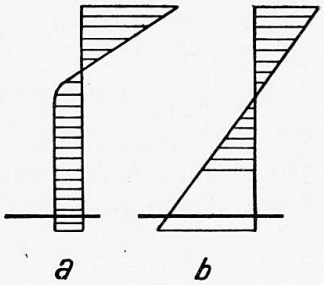


Fig. 9.

La poutre en té, à section de béton tendu très réduite (fig. 7) accuse nettement une rigidité bien moindre, prouvant ainsi que la résistance du béton à la tension est bien la cause de la grande rigidité des poutres rectangulaires.

La poutre dont les flexions sont mises en évidence sur la fig. 8 a une armature de 3 fers de 6 mm. d'épaisseur, à la tension. Elle a été chargée à deux reprises consécutives et nous voyons les déformations permanentes qu'elle a manifestées.

Il est aussi intéressant de constater que l'allure de toutes ces courbes est tout à fait continue bien que — étant donné le mode de charge — la fissuration du béton eût dû se produire simultanément sur toute la longueur de la poutre et, à un moment donné, se manifester par une déviation rapide qui fait entièrement défaut, prouvant que le phénomène est d'une continuité complète.

Si nous considérons les deux hypothèses acceptées couramment pour expliquer les phénomènes mentionnés plus haut, et notamment : l'hypothèse suivant laquelle le diagramme effort-déformation du béton prend l'aspect de la fig. 9 *a* et celle qui admet une fissuration du béton jusqu'à la limite de sa résistance à la tension (fig. 9 *b*), — nous devons convenir que la première paraît être plus vraisemblable.

L'incompatibilité de l'hypothèse des fissurations avec les faits observés peut être démontrée — avec un certain degré de vraisemblance — de la manière suivante : si, en prenant pour base les flexions observées, nous calculons à l'aide de la formule citée plus haut les moments d'inertie de la poutre pour différents moments fléchissants, nous pouvons obtenir facilement les tensions maxima du béton à la limite de la fissure. Il serait juste de supposer que cette tension devrait être plus ou moins constante sous toutes les charges, étant donné qu'elle représente uniquement la limite de résistance du béton à la tension.

Les calculs effectués dans ce but donnent des résultats qui sont loin de confirmer cette hypothèse, la tension maximum ainsi calculée prenant des valeurs très différentes et montant à des taux inacceptables.

Résumé.

En observant les flexions des poutres en béton armé soumises à un moment fléchissant, constant sur leur longueur, on peut étudier certains phénomènes se produisant dans les matériaux et ne se prêtant pas aussi bien à l'observation au moyen d'autres méthodes connues.

Les applications de cette méthode citées dans le présent article démontrent qu'elle est applicable à la recherche du rapport entre les modules d'Young, Elles démontrent aussi à quel point les phénomènes de plasticité et de résistance diffèrent des suppositions théoriques acceptées dans les calculs, en donnant aux poutres rectangulaires une grande réserve de rigidité.

Zusammenfassung.

Bei der Betrachtung der Durchbiegungen von Eisenbetonbalken, die durch ein auf ihre Längen konstantes Biegungsmoment beansprucht werden, können gewisse Erscheinungen studiert werden, die sich in den Materialien bilden und die sich für die Beobachtungen mit Hilfe anderer bekannter Methoden nicht so gut eignen.

Die Anwendung der im vorliegenden Aufsatz entwickelten Methode zeigt, dass sie auf die Bestimmung des Verhältnisses zwischen den Elastizitätsmoduli anwendbar ist. Sie zeigt auch inwieweit die Erscheinungen der Plastizität und der Festigkeit von den in den Berechnungen angenommenen theoretischen Voraussetzungen abweichen, indem die rechteckigen Balken eine grosse Reserve an Steifigkeit aufweisen.

Summary see Addenda.

Dr. Ing. H. OLSEN,
München.

Die Bemühungen um den Ausbau der Statik des Eisenbetonbaues gehen bekanntlich dahin, die Berechnungsgrundlagen den jeweils vorliegenden tatsächlichen Verhältnissen möglichst anzupassen. Zur Erzielung einer derar-

tigen Anpassung gehört in erster Linie die gesetzmässige Erfassung der Formänderungen des Betons.

Von den bisher bekannten Formänderungsgesetzen ist an erster Stelle jenes von Bach-Schüle zu nennen. Dasselbe hat bekanntlich die Form eines Potenzgesetzes und lautet, wenn ε die auf die Längeneinheit bezogene Stauchung des Betons, σ_{bt} die zu dieser Stauchung gehörige und als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung und E_b das Verformungsmass des Betons bezeichnet,

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{bt}{}^{m}}{E_b},$$

wobei der Beiwert m ebenso wie das Verformungsmass E_b von den Festigkeitseigenschaften des Betons abhängen. Bekanntlich besteht für die Anwendung dieses Gesetzes die Einschränkung, dass es nur für Betondruckspannungen bis zu etwa 60 kg/cm² gilt.

Weitere Formänderungsgesetze wurden als hyperbolische und parabolische Spannungsgesetze abgeleitet. Für Beton mit einer Prismenfestigkeit von 173 kg/cm² fand Wohlers[1] z. B. die bis in die Nähe der Bruchlast zutreffende Gleichung

$$\sigma_{bt} = 311000\ (1 - 450\ \varepsilon).$$

Der praktischen Anwendung der bisher bekannten Formänderungsgesetze steht insofern eine Schwierigkeit entgegen, als seither eine Auswertung der jeweils erforderlichen Beiwerte in Abhängigkeit von den jeweiligen Festigkeitseigenschaften des Betons vollständig fehlt. Aus diesem Grunde ist z. B. die bereits verschiedentlich behandelte Aufgabe, die unter Zugrundelegung eines der genannten Formänderungsgesetze sich ergebenden teilweise recht verwickelten Beziehungen zwischen den tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen des Betons und den jeweiligen äusseren Kräften in möglichst einfache Gleichungen zu kleiden ohne jede praktische Bedeutung.

In den weiteren Ausführungen soll gezeigt werden, dass es möglich ist, die Formänderungen des Betons in Abhängigkeit von seiner Druckfestigkeit bis in die Nähe der Bruchlast gesetzmässig recht zutreffend zu erfassen, wenn es gelingt die Veränderlichkeit des in dem von W. Ritter[2] aufgestellten bekannten Formänderungsgesetz

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \left(1 - e^{-a.\ \varepsilon}\right) \qquad (1)$$

enthaltenen Beiwertes a klarzustellen. In diesem Gesetz bedeutet σ_w die Würfelfestigkeit des Betons und e = 2,71828... Die übrigen Bezeichnungen sind bekannt.

Wird Gl. 1) nach a aufgelöst, so ergibt sich

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log\ \text{nat.} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{bt}}. \qquad (2)$$

Um zu zeigen, innerhalb welcher Grenzen a schwanken kann, werden die an verschiedenen Betonprismen vorgenommenen Stauchungsmessungen ausge-

1. Armierter Beton, 1918, S. 110.
2. Schweiz. Bauzeitung, 1899.

wertet. Zunächst werden die in Heft 227 der Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Zusammenstellung 3, für Beton mit einer Würfelfestigkeit von 146 kg/cm² angeführten und von Bach und Graf gemessenen federnden Stauchungen ausgewertet. Werden dieselben auf die Längeneinheit umgerechnet und in Gl 2) eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende überraschend hohe Beiwert a = 2090, sodass sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{bt} = 146\left(1 - e^{-2090\varepsilon}\right)$$

ergibt.

Um zu zeigen, mit welcher Genauigkeit die Formänderungen des Betons nach vorstehender Beziehung erfasst werden, sind in Tafel 1 für verschiedene Belastungsstufen die Abweichungen zwischen den an den Versuchsprismen und den aus dieser Beziehung ermittelten Betondruckspannungen σ_{bt}, in kg/cm² ausgedrückt, zusammengestellt.

Tafel 1.

Vergleich zwischen den aus Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$\sigma_{w30} = 146$ kg/cm².

Versuchswerte		$\sigma_{bt}=146\left(1-e^{-2090\varepsilon}\right)$			$\sigma_b=146\left(1-e^{-1000\varepsilon}\right)$			Versuchswerte	$\sigma_{bt}=146\left(1-e^{-2060\varepsilon'}\right)$		
σ_{bt} kg/cm²	ε	σ_{bt} kg/cm²	Abweich. in kg/cm² +	Abweich. in kg/cm² —	σ_b kg/cm²	Abweich. in kg/cm² +	Abweich. in kg/cm² —	ε' 10. Lastwechsel	σ_{bt} kg/cm²	Abweich. in kg/cm² +	Abweich. in kg/cm² —
16,1	0,0000575	15,4	—	0,7	8,1	—	8,0	0,0000576	16,8	0,7	—
32,3	0,000126	33,6	1,3	—	18,1	—	14,2	0,000127	33,6	1,3	—
48,4	0,000195	48,6	0,2	—	25,6	—	22,8	0,000204	48,8	0,4	—
64,6	0,000276	64,0	—	0,6	34,3	—	30,3	0,000294	65,6	1,0	—
80,8	0,000370	78,8	—	2,0	45,2	—	35,6	0,000400	81,5	0,7	—
97,0	0,000485	94,0	—	3,0	56,2	—	40,8	0,000532	97,0	—	—
Σ der Abweichungen			1,5	6,3		—	151,7			4,1	—
Durchschnittliche Abweichungen			0,3	1,1		—	25,3			0,7	—

Wie aus der Tafel ersichtlich, sind diese Abweichungen, selbst unter grossen Belastungsstufen, so gering, dass die Gültigkeit des angeführten Formänderungsgesetzes bis in die Nähe der Bruchlast angenommen werden darf. Die

grösste Abweichung beträgt lediglich 3 kg/cm², die mittlere Abweichung sogar nur 1,1 kg/cm².

Zu Vergleichszwecken sind in Tafel 1 noch die mit dem seither üblichen Formänderungsgesetz

$$\sigma_{bt} = 146\,(1 - e^{-1000\,\varepsilon})$$

sich ergebenden Abweichungen angeführt. Wie ersichtlich sind dieselben so beträchtlich, dass von einer auch nur rohen Annäherung nicht mehr gesprochen werden kann. So beträgt die grösste Abweichung 40,8 kg/cm², die mittlere Abweichung 25,3 kg/cm².

Da das weiter oben angeführte Formänderungsgesetz für die beim erstmaligen Belastungswechsel ermittelten Stauchungen abgeleitet wurde, sei noch dessen Veränderlichkeit angeführt, wenn wiederholte Be- und Entlastungen vorgenommen werden. Wird z. B. ein zehnmaliger Belastungswechsel berücksichtigt, der unter den grösseren Belastungsstufen allerdings noch nicht den Beharrungszustand, jedoch eine gute Annäherung an denselben herbeiführt, so ergeben sich die in Tafel 1 angeführten Stauchungswerte ε'. Mit denselben errechnet sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende Beiwert a = 2060, dessen Abweichung von a = 2090, trotz der Verwendung von Beton geringer Druckfestigkeit, somit recht unerheblich ist.

Tafel 2 enthält die bei der Auswertung weiterer Versuche aus den beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel ermittelten Beiwerte a. Dieselben ergaben sich ebenfalls ziemlich gleichbleibend.

Tafel 2.

Grösse des Beiwertes a der Gl. 1 nach Versuchen.

Würfelfestigkeit $\sigma_{w\,30}$ kg/cm²	a	Abgeleitet aus
146	2090	Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 3
204	1600	» » 227, » 7
225	1360	» » 166-169 » 22
228	1200	» » 45-47 » 39
229	1160	D.A.f.E., Heft 38, Säulen Nr. 46 bis 48
247	1240	Forschungsarbeiten, Heft 45-47, Zusammenstellung 50
283	1150	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1. Bd. 3. Aufl. » 34
284	1170	Forschungsarbeiten, Heft 227, » 7
320	1050	D.A.f.E., Heft 28, Säulen Nr. 53 und 54
376	1100	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1. Bd. 3. Aufl. » 34
416	930	Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7

In der folgenden Abbildung sind die ermittelten Beiwerte als Ordinaten zu den entsprechenden Würfelfestigkeiten als Abszissen aufgetragen und mittels einer stetig verlaufenden Schaulinie, die durch Anpassung an die Versuchswerte gefunden wurde, miteinander verbunden worden. Damit ergibt sich die Abhängigkeit des Beiwertes a von der Würfelfestigkeit des jeweils verwendeten Betons.

Die Kenntnis der Veränderlichkeit des Beiwertes a ermöglicht es, das behandelte Formänderungsgesetz für die Klärung wichtiger statischer Probleme des Eisenbetonbaues anzuwenden. Inwieweit es mit ihm möglich ist, z. B. dem Knickproblem sehr schlanker Eisenbetonsäulen näherzutreten, wird in einer demnächst erscheinenden Abhandlung [1] ausgeführt.

Traduction.

Les efforts que l'on consacre à la statique des ouvrages en béton armé ont, comme on le sait, pour but d'adapter, dans toute la mesure du possible, les principes du calcul aux conditions effectives qui se présentent dans la pratique. Cette adaptation nécessite, en tout premier lieu, la connaissance des lois qui régissent les déformations du béton.

Parmi celles de ces lois qui ont été exprimées jusqu'à maintenant, il faut citer tout particulièrement celle de Bach-Schüle. On sait qu'elle se présente sous la forme exponentielle ; si l'on désigne par :

ε la compression du béton rapportée à l'unité de longueur ;

σ_{bt} la contrainte de compression du béton correspondant à cette compression et pouvant être considérée comme effective ;

E_q le degré de déformation du béton,

on a

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{bt}{}^{m}}{E_b},$$

relation dans laquelle l'exposant m, de même que le degré de déformation, dépend des caractéristiques de résistance du béton. On sait que cette loi fait toutefois l'objet d'une restriction, car elle n'est valable que pour des contraintes de compression du béton allant jusqu'à environ 60 kg/cm².

Au delà, on a établi des lois de déformation ayant l'allure de fonctions hyperboliques et paraboliques des tensions. Pour un béton accusant une résistance au prisme de 173 kg/cm², Wohlers [2] a donné par exemple la relation suivante, qui est applicable jusqu'au voisinage de la charge de rupture :

$$\sigma_{bt} = 311000\,(1 - 450\,\varepsilon).$$

L'emploi dans la pratique des lois de déformation indiquées jusqu'à maintenant se heurte toutefois à une difficulté du fait qu'il n'est pas possible d'assigner, dans chaque cas, une valeur précise aux coefficients qui sont nécessaires, en fonction des caractéristiques correspondantes du béton. Pour cette

1. Olsen, Ueber den Sicherheitsgrad von hochbeanspruchten Eisenbetonkonstruktionen. Berlin, 1932, Verlag W. Ernst & Sohn.

2. Armierter Beton, 1918, p. 110.

raison, aucun résultat effectivement pratique n'a couronné les diverses tentatives qui ont été faites en vue de mettre en équation, dans des conditions aussi simples que possible, les relations parfois passablement compliquées que l'on déduit des lois ci-dessus mentionnées, entre les contraintes effectives auxquelles sont soumises les sections du béton et les charges extérieures correspondantes.

Je me propose, dans les lignes qui suivent, de montrer qu'il est possible de traduire convenablement, sous la forme d'une loi, et jusqu'au voisinage de la charge de rupture, les déformations que subit le béton en fonction de sa résistance à la compression, à condition de pouvoir définir nettement la loi de variation du coefficient « a », que contient la loi de déformation bien connue, établie par W. Ritter [1] :

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \left(1 - e^{-a\varepsilon}\right) \tag{1}$$

Dans cette relation, σ_w désigne la résistance du cube de béton et $e = 2{,}71828...$ Les autres symboles sont connus.

Si l'on résout l'équation [1] par rapport à a on a :

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{b_t}} \tag{2}$$

Afin de mettre en évidence les limites entre lesquelles peut varier a, des mesures de compression, effectuées sur différents prismes de béton, ont été utilisées. On a tout d'abord interprété les essais mentionnés dans le fascicule 227 des « Forschungarbeiten auf dem Gebiet des Ingenieurwesens », tableau 3, sur un béton admettant une résistance au cube de 146 kg/cm² et les compressions élastiques mesurées par *Bach* et *Graf*. En reportant ces valeurs, rapportées à l'unité de longueur, dans l'équation (2), on obtient, pour différents régimes de charge, le coefficient absolument constant et accusant une valeur extrêmement élevée :

$$a = 2090$$

de telle sorte qu'il vient, pour le béton employé, la loi de déformation suivante :

$$\sigma_{bt} = 146 \left(1 - e^{-2090\,\varepsilon}\right)$$

Afin de montrer avec quelle précision la loi ci-dessus permet de suivre la déformation du béton, on a groupé dans le tableau 1, exprimés en kg/cm², les écarts obtenus pour différents régimes de charge, entre les contraintes de compression dans le béton provenant, d'une part, des mesures effectuées sur les prismes d'essai, d'autre part, des calculs effectués d'après cette relation.

Ainsi qu'on peut le constater sur ce tableau, et même pour des régimes de charge élevés, ces écarts sont si faibles que l'on peut considérer la loi de déformation indiquée comme valable jusqu'au voisinage de la charge de rupture. L'écart le plus important atteint seulement 3 kg/cm², l'écart moyen étant de 1,1 kg/cm².

1. Schweiz. Bauzeitung, 1899.

Tableau 1.

Comparaison entre les valeurs des contraintes de compression du béton obtenues à partir des lois théoriques de déformation et les valeurs effectives.

$\sigma_{w_{30}} = 146$ kg/cm².

Valeurs expérimentales		$\sigma_{bt} = 146\left(1 - e^{-2090\,\varepsilon}\right)$			$\sigma_b = 146\left(1 - e^{-1000\,\varepsilon}\right)$			Valeurs expérimentales	$\sigma_{bt} = 146\left(1 - e^{-2060\,\varepsilon'}\right)$		
σ_{bt} kg/cm²	ε	σ_{bt} kg/cm²	Ecarts. en kg/cm²		σ_b kg/cm²	Écarts. en kg/cm²		ε' 10e application	σ_{bt} kg/ ²	Écarts. en kg/cm²	
			+	—		+	—			+	—
16,1	0,0000575	15,4	—	0,7	8,1	—	8,0	0,0000576	16,8	0,7	—
32,3	0,000126	33,6	1,3	—	18,1	—	14,2	0,000127	33,6	1,3	—
48,4	0,000195	48,6	0,2	—	25,6	—	22,8	0,000204	48,8	0,4	—
64,6	0,000276	64,0	—	0,6	34,3	—	30,3	0,000294	65,6	1,0	—
80,8	0,000370	78,8	—	2,0	45,2	—	35,6	0,000400	81,5	0,7	—
97,0	0,000485	94,0	—	3,0	56,2	—	40,8	0,000532	97,0	—	—
Sommes des écarts			1,5	6,3		—	151,7			4,1	—
Écarts moyens			0,3	1,1		—	25,3			0,7	—

Pour comparaison, on a également indiqué sur le tableau 1 les écarts obtenus en appliquant la loi de déformation couramment utilisée jusqu'à maintenant :

$$\sigma^{bt} = 146\left(1 - e^{-1000\,\varepsilon}\right)$$

Ainsi qu'on peut le constater, ces écarts sont si importants qu'ils ne peuvent même pas être considérés comme donnant une approximation large. L'écart maximum atteint en effet 40, 8 kg/cm², l'écart moyen étant de 25,3 kg/cm².

La loi de déformation indiquée ci-dessus a été déduite de compressions déterminées pour une première application de la charge. On peut cependant l'appliquer même lorsque l'on envisage une succession répétée de mises en charge et de suppressions de la charge. Par exemple, si l'on considère la dixième application de la charge, pour laquelle on approche de l'état stationnaire, sans toutefois l'atteindre étant donné les régimes élevés dont il est question, on obtient les valeurs ε' indiquées dans le tableau 1. En partant de ces valeurs, et pour les différents régimes de charge, on obtient le coefficient presque constant $a = 2060$, qui ne s'écarte que peu de $a = 2090$, quoique l'on ait employé un béton de plus faible résistance à la compression.

On trouvera dans le tableau 2 les valeurs du coefficient a déterminées à la

suite d'essais ultérieurs et, dans chaque cas, pour une première application de la charge. Les résultats obtenus présentent une bonne uniformité.

Tableau 2.

Valeurs du coefficient *a* de l'équation (1) d'après les essais.

Rce du cube de béton kg/cm²	*a*	Origine
146	2090	Forschungsarbeiten, nº 227, tableau 3
204	1600	» 227 » 7
225	1360	» 166-169 » 22
228	1200	» 45-47 » 39
229	1160	D.A.f.E., nº 38, colonnes 46 à 48
247	1240	Forschungsarbeiten, nº 45-47, tableau 50
283	1150	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1 vol., 3e éd., tableau 34
284	1170	Forschungsarbeiten. nº 227, tableau 7
320	1050	D.A.f.E., nº 28, colonnes 53 et 54
376	1100	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1er vol., 3e éd., tableau 34
416	930	Forschungsarbeiten, nº 227, tableau 7.

Dans le graphique ci-contre, on a porté en ordonnées les valeurs du coefficient *a* et en abscisses les résistances du cube de béton. En joignant les valeurs qui concordent avec les résultats des essais, on a pu tracer une courbe continue, qui exprime la relation entre le coefficient *a* et la résistance du cube de béton, suivant la qualité du béton employé.

La connaissance des variations du coefficient *a* permet d'utiliser la loi de déformation ainsi obtenue pour la résolution de problèmes statiques présentant une grande importance pour la construction en béton armé. Nous traiterons, dans un mémoire qui doit paraître prochainement, le problème du flambage des colonnes en béton armé très élancées et montrerons dans quelle mesure l'emploi des données ci-dessus permet de serrer le problème [1].

Zusammenfassung.

Es wurde gezeigt, dass es möglich ist, die Formänderungen des Betons in Abhängigkeit von seiner Druckfestigkeit bis in die Nähe der Bruchlast gesetzmässig recht zutreffend zu erfassen, wenn es gelingt, die Veränderlichkeit des in dem von W. Ritter aufgestellten bekannten Formänderungsgesetz [2]

1. Olsen, Ueber den Sichersheitsgrad von hochbeanspruchten Eisenbetonkonstruktionen, Berlin, 1932, W. Ernst & Sohn, éditeur.
2. Schweiz. Bauzeitung, 1899.

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \cdot (1 - e^{-a\,\varepsilon})$$

enthaltenen Beiwertes a klarzustellen. Wird diese Gleichung nach a aufgelöst, so ergibt sich

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{bt}} .$$

Um zu zeigen, innerhalb welcher Grenzen a schwanken kann, wurden die an verschiedenen Betonprismen vorgenommenen Stauchungsmessungen ausgewertet. Dabei ergab sich für die in Heft 227 der Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Zusammenstellung 3, angeführten Stauchungsmessungen, die für Beton mit einer Würfelfestigkeit von 146 kg/cm² gelten, der fast durchweg gleichbleibende überraschend hohe Beiwert a = 2090, sodass sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

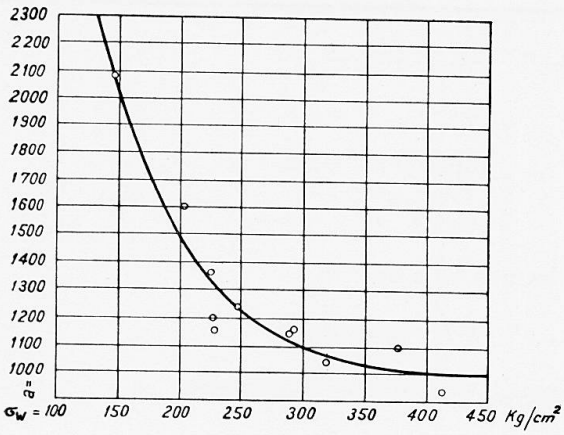


Fig. 1.

$$\sigma_{bt} = 146\,(1 - e^{-2090 \cdot \varepsilon})$$

ermittelt. Die Genauigkeit der Ableitung geht aus Tafel 1 hervor.

Tafel 2 enthält die bei der Auswertung weiterer Versuche ermittelten Beiwerte a. In einer Abbildung sind dieselben aufgetragen und mittels einer Schaulinie verbunden. Damit ergibt sich die Abhängigkeit des Beiwertes a von der Würfelfestigkeit des Betons.

Résumé.

L'auteur montre qu'il est possible d'exprimer d'une manière satisfaisante la déformation du béton en fonction de sa résistance à la compression par une loi mathématique, jusqu'au voisinage de la charge de rupture, à condition de pouvoir suivre nettement les variations du coefficient *a* contenu dans la loi de déformation connue, établie par W. Ritter [1] :

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \left(1 - e^{-a\,\varepsilon}\right)$$

Si l'on résout cette équation par rapport à *a*, on a :

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{b_t}}$$

Afin de montrer entre quelles limites peut varier *a*, des mesures de déformation par compression, effectuées sur différents prismes de béton, ont été utilisées. C'est ainsi que les mesures qui font l'objet du tableau 3 des « Forschungarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens », fascicule 227, ont

1. Schweiz. Bauzeitung, 1899.

donné pour a une valeur extrêmement élevée et presque constante ; ces essais se rapportent à un béton accusant une résistance au cube de 146 kg/cm², de sorte que pour le béton considéré, on obtient une loi de déformation, qui se traduit par la relation suivante :

$$\sigma_{b_t} = 146 \left(1 - e^{-2090\,\varepsilon}\right)$$

Le tableau 1 met en évidence la précision que l'on peut attendre de cette relation.

Le tableau 2 donne des valeurs de a déterminées sur la base d'autres essais. Ces valeurs sont portées sur une figure et donnent une courbe, qui traduit la relation entre le coefficient a et la résistance du cube de béton.

Summary.

It has been shown that it is possible to find, in a manner well in accordance with law, the change of shape in the concrete depending on its compression strength up to the neighbourhood of the crushing load, if the variation in the index a in the well-known law of change of shape drawn up by W. Ritter,

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \left(1 - e^{-a\,\varepsilon}\right)$$

can be clearly determined. Putting this equation in another form we have

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{bt}}$$

In order to show within what limits a may vary, the measurements of « upsetting » made on various concrete prisms were calculated from. For the measurements of " upsetting " given in n° 227 of the " Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Zusammenstellung 3, " which hold for concrete with a cubic strength of 146 kg/cm², the nearly constant and surprisingly high value of $a = 2090$ was found, so that, for the concrete used, the relation

$$\sigma_{bt} = 146 \left(1 - e^{-2090\varepsilon}\right)$$

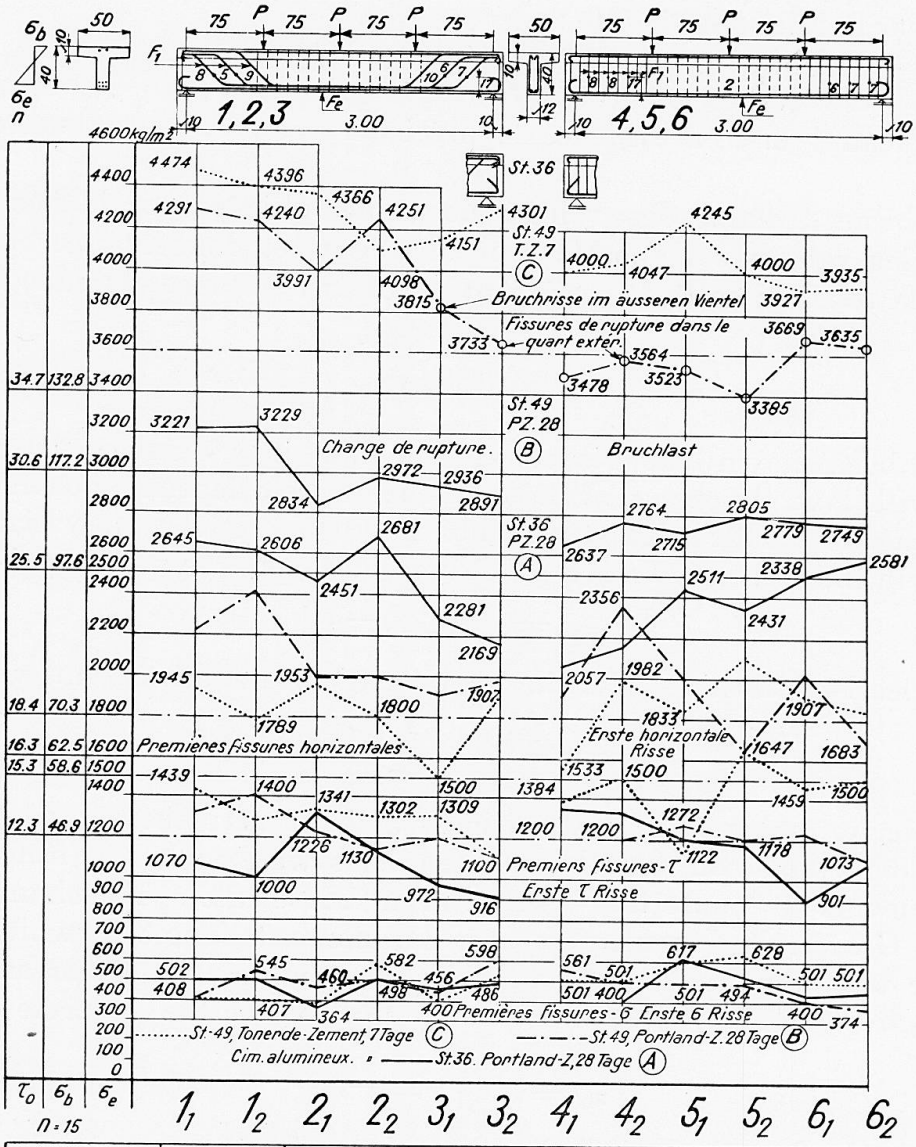
was determined as the law of change of shape. The accuracy of the deduction is seen from Table 1.

Table 2 contains the values of a determined from the results of further tests. They are shown plotted in a figure and are connected by a curve. From this the dependence of the index a on the cubic strength of the concrete is given.

Dr.-Ing. V. MIHAILICH,
Professor an der Technischen Hochschule Budapest.

Dank der finanziellen Unterstützung der Wissenschaftlichen Gesellschaft « Széchenyi » konnten im Laboratorium für Eisenbetonbau an der Technischen Hochschule in Budapest im Schuljahr 1931-32 Versuche mit einer grossen

Anzahl stahlbewehrter Balken von T-förmigem Querschnitt durchgeführt werden. Durch diese Versuche sollte das Verhalten der stahlbewehrten Balken



F_e, cm²	6φ16		12.06	3φ14 2φ22		12.22	3φ12φ 2φ24φ		12.44	2φ28 , 12.31								
F_1, F_1', cm²	3φ16		6.03	3φ14		4.62	3φ12φ		3.39	8φ8 , 8.08			8φ7 , 6.16			8φ6 , 4.56		
	St.36	St.49		St.36	St.49		St.36	St.49		St.36	St.49		St.36	St.49		St.36	St.49	
	P-Z	P-Z	T-Z	P-Z	P-Z	T-Z	P-Z	P-Z	T-Z	P-Z	P-Z	T-Z	P-Z	P-Z	T-Z	P-Z	P-Z	T-Z
Rés. du béton à la compr. W_{28}. × W_7 kg/cm²	326	251	492×	292	238	434×	328	250	429×	336	240	446×	328	236	370×	326	245	419×
Rés. du béton à la tract. Biegezugfestigkeit	26.1	20.0	21.1×	19.2	18.1	28.9×	22.3	22.9	24.3×	29.3	18.6	25.1×	22.0	19.S	21.5×	23.6	21.0	23.3×
Rés. à la compr. par flex. Biegedruckfestigkeit	328	403	378×	342	341	362×	350	377	412×	427	306	390×	354	304	371×	319	349	351×
Limite d'écoulement Fliessgrenze, kg/cm²	St.36, φ12,14: 2605 St.49, φ12,14,16			φ16 : 2830 4200			φ22,24 : 2510 φ22,24 : 3590			St.36, φ6,7: 2960 St.49, φ6,7: 5715			φ8 : 2840 φ8 : 4520			φ28 : 2260 φ28 : 3530		

Fig. 1a.

Fig. 1 a et 1 b. — Bruchrisse im äusseren Viertel = Rupture cracks in outer quarter.
Bruchlast = Breaking load.
Erste horizontale Risse = First horizontal cracks.
Erste Risse = First Cracks.
Tonerde-Zement 7 Tage = Aluminous cement 7 days.
Würfelfestigkeit = Compression strength of concrete.
Biegezugfestigkeit = Bending tensile strength of concrete.
Biegedruckfestigkeit = Bending compression strength of concrete.
Fliessgrenze = Yield point.

bezügl. der Tragfähigkeit und des Zeitpunktes des Auftretens, des Masses und des Charakters der Risse gegenüber jenem der Balken mit Flusseisenbewehrung geprüft werden.

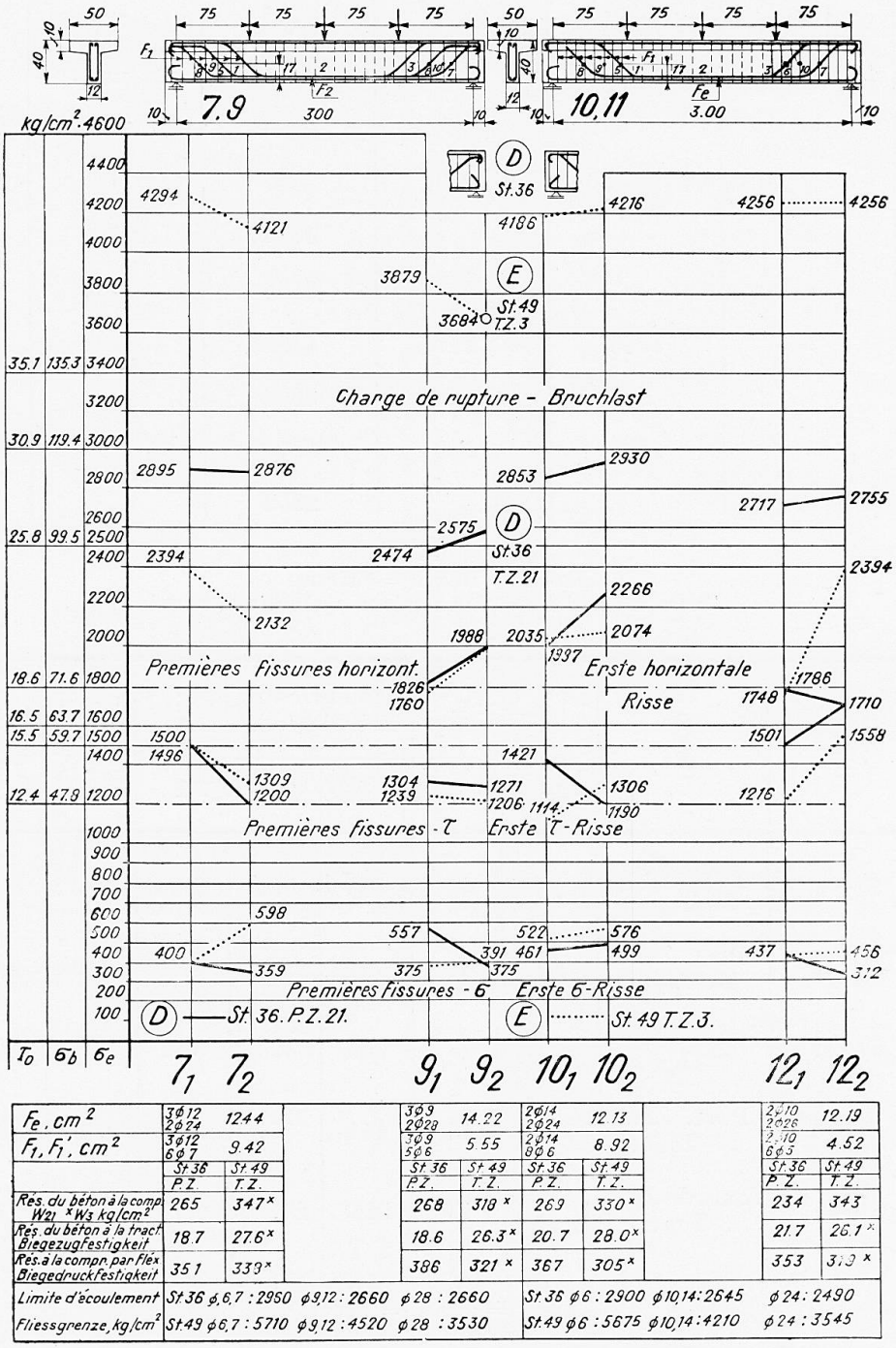


Fig. 1 b.
(Même légende que fig. 1 a page précédente).

Ausserdem hatten die Versuche den Zweck, durch direkte Spannungsmessungen an den aufgebogenen Eisen und an den Bügeln, die Frage zu klären, ob die in üblicher Weise berechnete Schubbewehrung vermindert werden könnte.

Balken	σ_e kg/cm²	σ_b kg/cm²	τ_0 kg/cm²	$\sigma^e{}_s$ kg/cm²	F_1	
					Bügel	Schrägeisen
1	1200	46.2	12.1	1277	—	1
2	»			1663	—	0.766
3	»			2252	—	0.562
4	»	46.9	12.3	1387	1	—
5	»			1817	0.766	—
6	»			2456	0.562	—
7	»	47.5	12.4	1191		1
9	»			2009		0.587
10	»	46.9	12.1	1244		1
12	»			2362		0.515

Fig. 2.
Balken = Beam.
Etrier = Bügel = Stirrup.
Barre recourbée = Schrägeisen = Inclined bars.

Serie.	Eisen	Beton	Sand (5 mm) / Schotter (5-25)	Sandteile < 1 mm Gewicht %	Zementfestigkeit kg/cm²		Wasser-Zementfaktor	Würfelfestigkeit kg/cm²	Biegezugfestigkeit kg/cm²	Biegedruckfestigkeit kg/cm²
					Druck	Zug				
A	St. 36	Port. Zem 28 Tage.	1 : 1.5	43	584	299	0.65	323	23.7	353
B	St. 49	Port. Zem 28 Tage.	1 : 1.1	43	584	299	0.69	243	20.0	347
C	St. 49	Tonerde Zem 7 Tage.	1 : 1.1	43	606	315	0.71	431	24.0	377
D	St. 36	Port. Zem 21 Tage.	1 : 1.1	43	444	274	0.69	259	19.8	364
E	St. 49	Tonerde Zem 3 Tage.	1 : 1.1	43	526* 2 T	27.6*	0.71	335	27.0	321

Fig. 3.
Acier = Eisen = Steel.
Béton = Beton = Concrete.
Ciment alumineux = Tonerde-Zement = Aluminous cement.
Ballast = Schotter = Rubble.
Poids = Gewicht = Weight.
Résistance du ciment = Zementfestigkeit = Strength of cement.
Compression = Druck = Compression.
Traction = Zug = Tensile
Rapport eau/ciment = Wasser-Zementfaktor = Water cement factor.
Résistance à la compression = Würfelfestigkeit = Strength of cube.
Résistance du béton à la traction par flexion = Biegezugfestigkeit = Bending tensile strength.
Résistance du béton à la compression par flexion = Biegedruckfestigkeit = Bending compression strength.

Die Aussendimensionen aller Balken sind einander gleich. Der Querschnitt der gezogenen Eiseneinlagen ist in der Balkenmitte bei allen Balken fast der Gleiche. Die Daten für alle Balken enthält Fig. 1_a u. Fig. 1_b. Auf Grund der Schubbewehrung in den äusseren Vierteln der Balken sind aber vier Gruppen zu unterscheiden. In diesen aus 3-3 Balken gebildeten Gruppen ist die Schubbewehrung eine derartige, dass der Querschnitt der Schubeiseneinlagen stufenweise abnimmt. Fig. 2.

Tension de rupture = Bruchfestigkeit = Breaking strength σ_c kg/cm^2.

Serie	Acier Eisen Steel	Poutre. Balken. Beam.									
		1	2	3	4	5	6	7	9	10	12
A	St. 36. P.Z. 28	3225 / 1	2903 / 1	2914 / 1	2700 / 1	2760 / 1	2764 / 1				
B	St. 49. P.Z. 28	4265 / 1.322	4121 / 1.420	3774* / 1.294	3527* / 1.306	3454* / 1.251	3652* / 1.321				
		1.345			1.293						
C	St. 49. T.Z. 7	4435 / 1.375	4232 / 1.458	4226 / 1.450	4024 / 1.490	4123 / 1.494	3931 / 1.422				
		1.428			1.468						
D	St. 36. P.Z. 21							2885 / 1	2525 / 1	2892 / 1	2736 / 1
E	St. 49. T.Z. 3							4208 / 1.459	3782* / 1.498	4201 / 1.453	4256 / 1.556
								1.479		1.504	

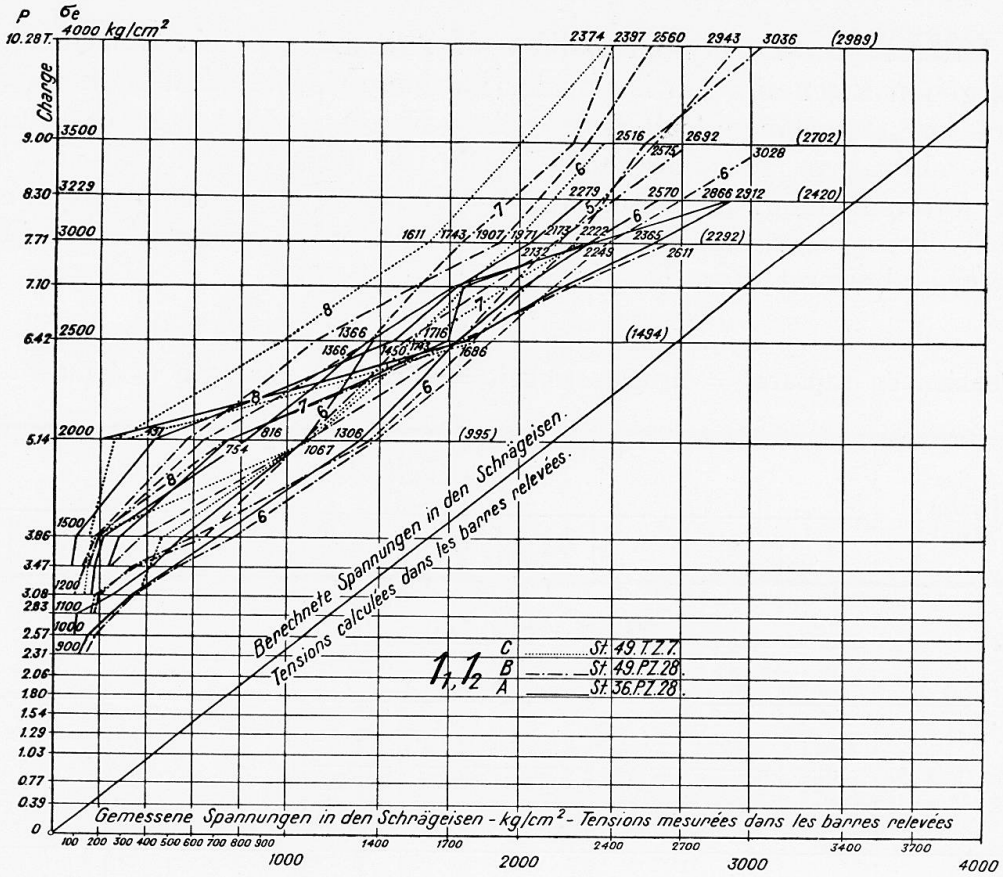
Fig. 4.

Fünf Arten von Beton kamen zur Anwendung, so dass sich fünf Serien A, B, C, D, E unterscheiden lassen, wie dies Fig. 3. zeigt.

Alle Betonarten enthalten 270 kg Zement für den m^3 fertigen Beton. Die Dehnungen der Eisen wurden in der Balkenmitte und in den Vierteln, wie auch an den Schrägeisen und Bügeln mittels Tensometer-Huggenberger gemessen. Ausserdem wurden noch die Betonverkürzungen an der oberen und unteren Seite der Platte, an vier Stellen des mittleren Balkenquerschnittes gemessen. Mittels Messuhren wurden die Durchbiegungen in den Lastenebenen gemessen.

Die Resultate der an 52 Plattenbalken vollzogenen Versuche können folgendermassen zusammengefasst werden :

1) Die Tragfähigkeit der Balken ist bei Ueberschreitung der Fliessgrenze



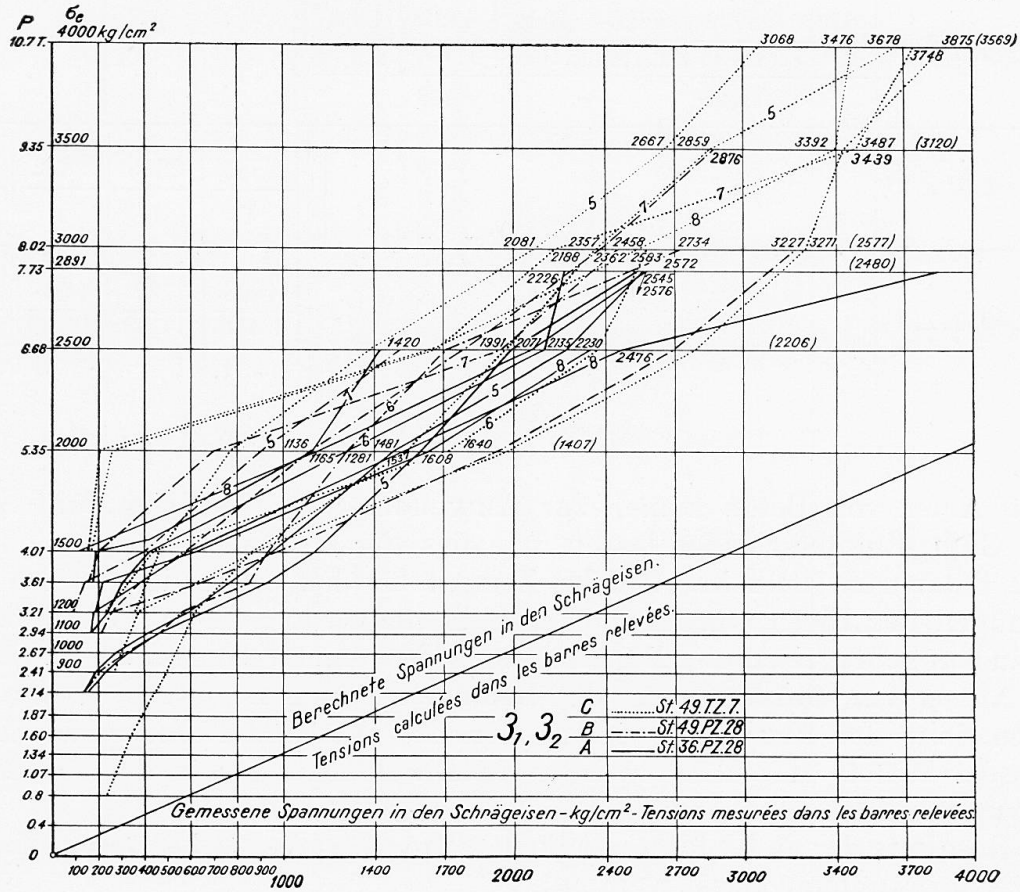


Fig. 5 et 6.
Berechnete (gemessene) Spannungen in den Schrägeisen
= Calculated (measured) stresses in the inclined bars.

der Eiseneinlagen an der Stelle des grössten Momentes erschöpft. Ausnahmen bilden nur die Balken 4, 5, 6 der Serie B (St. 49, P. Z. 28), bei denen das Ende

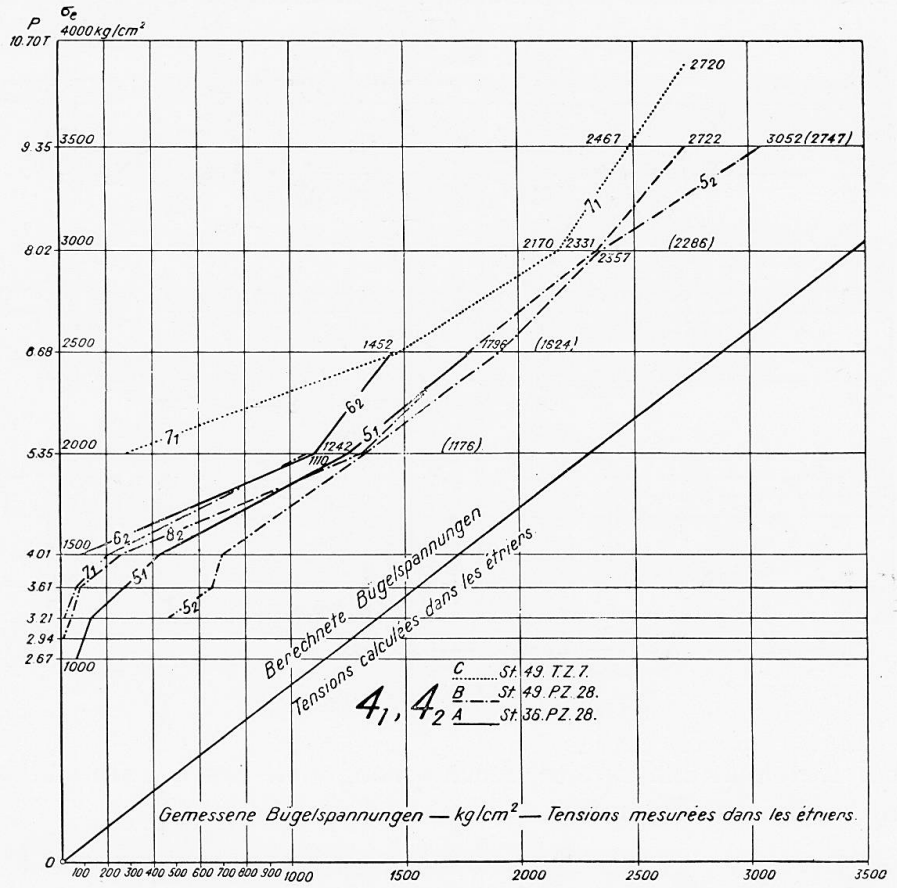


Fig. 7.
Berechnete (gemessene) Bügelspannungen = Calculated (measured) stresses in the stirrups.

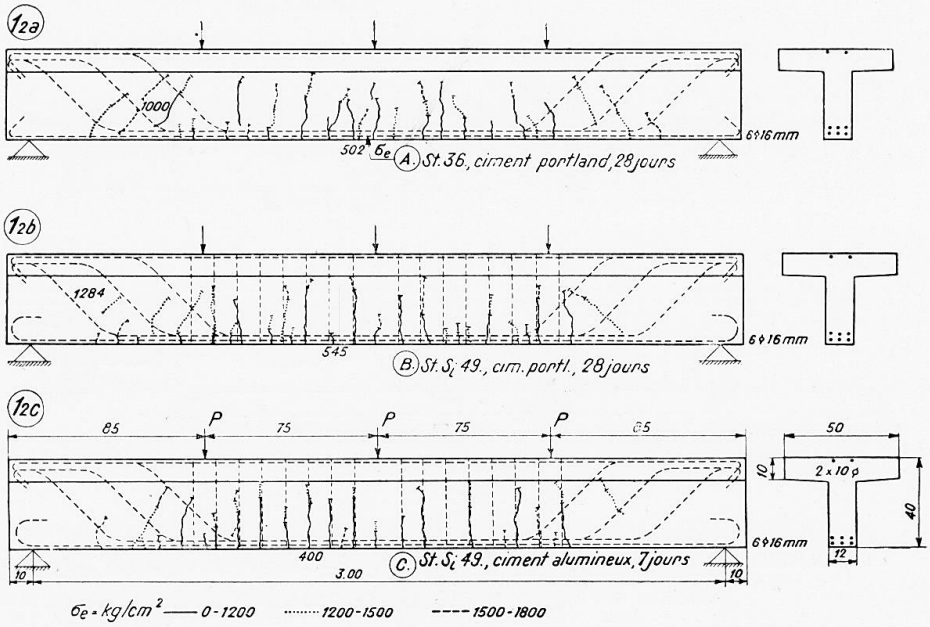


Fig. 8.
Ciment alumineux, 7 jours = Tonerdezement, 7 Tage = Aluminous Cement, 7 days.

des Tragvermögens mit Rissen im äusseren Viertel verbunden war, wobei gleichzeitig wagrechte Risse und solche, die eine starke Beanspruchung der Haken beweisen, auftraten. Eine Ausnahme bildet auch der Balken Nr. 3. der

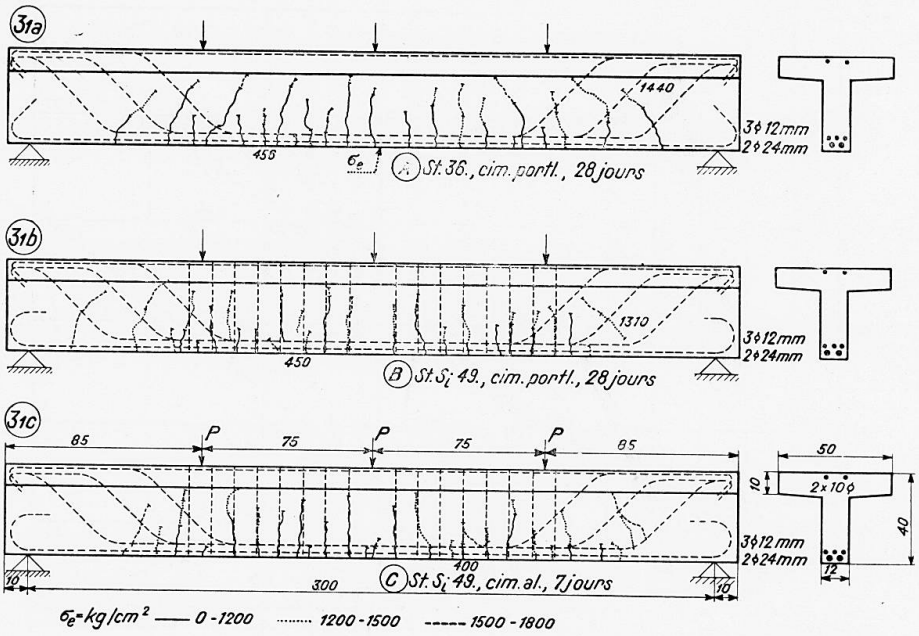


Fig. 9.

Serie B, bei welchem das zweite der aufgebogenen Eisen unmittelbar vor der Aufbiegung zu fliessen begann.

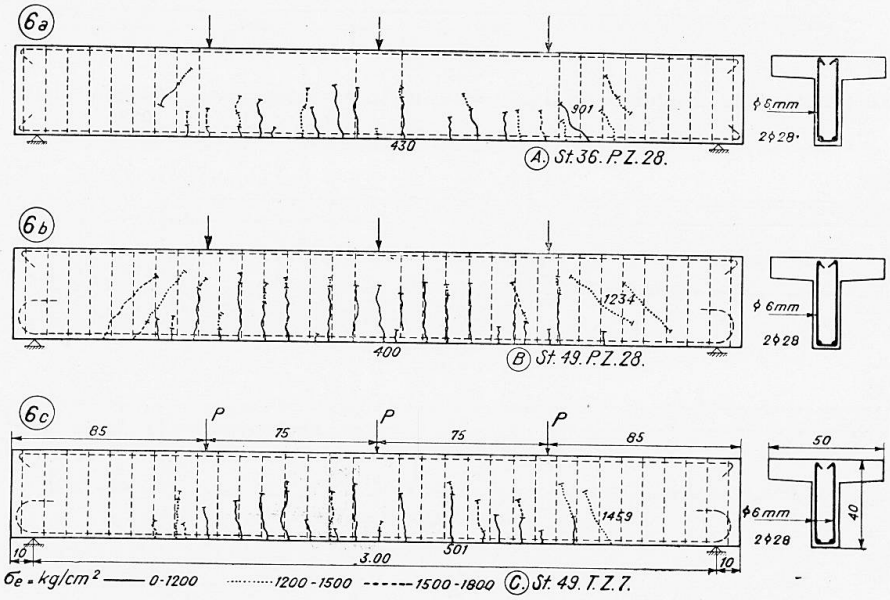


Fig. 10.

2) Das Tragvermögen der stahlbewehrten Balken ist um 29,3-34,5, respektive 42,8-50,4 % grösser bei der Serie B, resp. C und E, als die der Balken mit Flusseisenbewehrung. (Fig. 4.) Diese Zunahme entspricht bei Serie C und E der höheren Fliessgrenze des Siliciumstahles. Die Fliessgrenze des Silicium-

stahles war nämlich um 43,0-56,2 % grösser als die des Flusseisens (Fig. 1_a, 1_b).

Die Würfelfestigkeit des Betons der Serie B (P.-Z.) war im Durchschnitt nur 243 kg/cm², dagegen die der Serie C und E (Tonerde-Z.) 431, resp. 335 kg/cm².

3) Von den Balken mit Stahlbewehrung haben die der Serie C — welche mit dem höhere Festigkeiten aufweisenden Tonerdezement angefertigt waren — und zwar die Balken 1, 2, 3 um 6,15 %, die Balken 4, 5, 6 um 13,6 % höhere Tragfähigkeit ergeben, als die der Serie B aus Portlandzementbeton. Es scheint der Tonerdezementbeton, mit einer grösseren Würfelfestigkeit, eine grössere Haftung am Eisen zu entwickeln.

Zu bemerken ist, dass der Tonerdezementbeton eine kleinere Biegedruckfestigkeit aufweist, als die Würfeldruckfestigkeit (Fig. 3).

4) Die Verminderung des Querschnittes der Schubbewehrung von 43,8-48,5 % beeinflusste nicht das Tragvermögen der Balken. Ausnahme davon bildet der Balken Nr. 3 der Serie B und der Balken 9_2 der Serie E (Fig. 4).

Die an den Schrägeisen und Bügeln vollzogenen Dehnungsmessungen ergaben, dass die Beanspruchungen kleiner sind, als die in üblicher Weise berechneten (Fig. 5, 6, 7).

Das Tragvermögen der Balken Nr. 3 ist in der Serie A um 9,6 %, in der Serie C um 4,7 % kleiner, als die der Balken Nr. 1, aber dies ist in erster Linie der niedrigen Fliessgrenze der stärkeren Eisen zuzuschreiben.

5) Die ersten Zugrisse sind bei $\sigma_e = 342\text{-}628$ kg/cm² beobachtet worden. Bei $\sigma_e = 1200$ kg/cm² wiesen auch die Balken mit Flusseisen viele Risse auf. Die Risse haben bis $\sigma_e = 1800$ kg/cm² bei stahlbewehrten Balken eine Stärke von Haarrissen (Fig. 8, 9, 10). Bei $\sigma_e = 3600$ kg/cm² hatten diese Risse eine Stärke von beiläufig 0,1 mm. Die bei der Grenze von $\sigma_e = 1800$ kg/cm² beobachteten Risse waren grösstenteils, etwa zweidrittel von ihnen, schon bei $\sigma_e = 1200$ kg/cm² vorhanden, die Risse sind also nach Anzahl und Ausdehnung mit wachsendem Zug des Eisens bis zur Grenze von $\sigma_e = 1800$ kg/cm² nur in geringem Masse gewachsen.

Traduction.

Grâce à l'assistance matérielle de la Société Scientifique « Széchenyi » on a pu faire procéder par les soins du Laboratoire pour le Béton Armé de l'Université des Sciences Techniques à Budapest, à des essais sur un grand nombre de poutres à section en T, avec armatures en acier doux, et en acier siliceux. Ces essais avaient pour but de faire des comparaisons entre des poutres avec armatures en acier siliceux et d'autres poutres avec armatures en acier doux, essais portant sur leur capacité de charge, sur l'apparition des fissures et sur leur nature, ainsi que sur l'étendue de ces dernières. En outre, grâce à des mesures directes des tensions dans les barres cintrées et dans les étriers, ces essais devaient élucider la question de savoir si la section des armatures de cisaillement, calculée suivant la méthode habituelle, pouvait être réduite.

Les résultats des essais effectués sur 52 poutres sont actuellement à notre

disposition. Toutes ces poutres ont les mêmes dimensions extérieures : portée 3,00 m, hauteur 0,40 m, largeur de la nervure 0,12 m, largeur de la dalle 0,50 m, épaisseur 0,10 m. La section des aciers subissant la traction est à peu près la même au milieu de toutes les poutres. Suivant les armatures de cisaillement qui sont disposées aux quarts extrêmes des poutres, quatre groupes peuvent être distingués. Les armatures de cisaillement des poutres n°s 1, 2 et 3 consistent en barres cintrées à 45° seulement, les poutres n°s 4, 5 et 6 ne sont pourvues que d'étriers (Fig. 1 a), les poutres n°s 7, 8 et 9 possédant trois barres cintrées et des étriers, enfin les poutres n°s 10, 11 et 12 ont deux barres cintrées et des étriers (Fig. 1 b). Les armatures de ces groupes, qui sont formés de 3 poutres chacun, sont composées de telle sorte que la section des armatures de cisaillement diminue graduellement. La première poutre de chaque groupe a notamment été armée sur la base des taux admissibles (en kg/cm²) suivants : résistance des aciers à la traction : $\sigma_e = 1200$,

résistance du béton à la compression $\sigma_b = 45$,

résistance du béton au cisaillement $\tau_o = 12$, résistance des barres cintrées et des étriers à la traction $\sigma_{es} = 1200$

Dans les deuxième et troisième poutres, les armatures calculées sur la base des données sous-indiquées, sont réduites graduellement, donc les efforts calculés dus à la traction s'élèveront; par exemple, le rapport entre les sections des barres cintrées des poutres 1, 2 et 3 est 1:0,766 : 0,562, et les efforts calculés dus à la traction sont de 1277, 1663 et 2252 kg/cm², tandis que les aciers du milieu de la poutre sont sollicités à 1200 kg/cm². La fig. 2 fournit les données se rapportant à toutes les poutres.

Les armatures consistent en aciers doux et en aciers siliceux.

Cinq différentes compositions de béton ont été employées: on peut donc distinguer cinq séries (A, B, C, D et E) comme la fig. 3 l'indique.

Les poutres 1 à 6 constituent les séries A, B et C, les poutres 7 à 12 les séries D et E. Tous les bétons contiennent 270 kg de ciment, rapporté au mètre cube de béton préparé. Les poutres des séries A, B et D ont été maintenues humides pendant 10 jours, celles de la série C pendant 4 jours et celles de la série E pendant 2 jours. La résistance du béton à la traction a été déterminée au moyen de poutrelles de 0,15 sur 0,15 m de section et de 1,20 m de portée. Au milieu de ces poutrelles, deux poids égaux ont été appliqués à une distance de 0,20 m l'un de l'autre. La résistance du béton à la compression par la flexion a été déterminée au moyen des poutrelles d'essai prescrites par la circulaire allemande pour le béton armé.

Les poutres ont été soumises à l'action de trois charges concentrées, appliquées à des distances égales au quart de la longueur de la poutre. L'allongement des aciers a été mesuré, au moyen de tensomètres Huggenberger, au milieu et aux quarts de la portée des poutres, ainsi que sur les barres cintrées et les étriers. En outre, à quatre points de la section au milieu de la poutre, on a mesuré également la contraction du béton dans les plans supérieurs et inférieurs de la dalle. Dans le plan d'application des charges, les flèches ont été déterminées au moyen d'appareils de mesure.

Les résultats obtenus à la suite d'essais exécutés sur 52 poutres à section en T, peuvent être résumés comme suit :

1) Les poutres ont perdu leur capacité portante après que la limite d'écoulement des aciers a été dépassée et à l'endroit où les moments fléchissants ont atteint leur maximum. Toutefois les poutres 4, 5 et 6 de la série B (St. 49, P. Z. 28) font exception; en effet l'épuisement de leur capacité portante s'est produit en même temps que des fissures se formaient sur le quart extrême. A ce moment, se produisirent également des fissures horizontales et des fissures révélant la forte fatigue des crochets. La poutre n° 3 de la série B fait également exception ; la deuxième barre cintrée de cette poutre a commencé à s'étirer tout près de l'endroit où elle a été cintrée.

2) La capacité portante des poutres avec armatures en acier siliceux est supérieure de 29,3-34,5 respectivement de 42,8-50,4 %, pour les séries B, respectivement C et E, à celle des poutres avec armatures en acier doux (Fig. 4). Cette augmentation correspond pour les séries C et E à peu près à la limite d'écoulement plus élevée des aciers siliceux.

La limite d'écoulement des aciers siliceux était supérieure de 43,0-56,2 % à celle des aciers doux (Fig. 1 a, 1 b).

La résistance du béton à la compression du cube de la série B (Cim. Portl.) était en moyenne de 243 kg/cm² seulement, par contre, celle des séries C à E (Cim. al.) était de 431, et respectivement de 335 kg/cm².

3) La capacité portante des poutres de la série C, avec armatures en acier siliceux, confectionnées avec du ciment alumineux de grande résistance, dépasse celle des poutres de la série B, en béton de ciment Portland. Notamment les poutres n° 1, 2 et 3 de la série C possèdent une capacité portante supérieure de 6,15 %, les poutres n° 4, 5 et 6, de 13,6 %. Il semble, que le béton de ciment alumineux, d'une résistance plus grande, adhère mieux aux aciers.

Il faut faire aussi remarquer que la résistance à la compression par flexion du béton de ciment alumineux (Fig. 3) a été inférieure à la résistance à la compression du cube.

4) La diminution de la section des armatures de cisaillement, allant de 43,8 à 48,5 n'a pas influencé la capacité portante des poutres, à l'exception des poutres n° 3 de la série B et des poutres n° 9 de la série E (Fig. 4).

Les mesures effectuées sur les barres cintrées et aux étriers dans le but de déterminer leur allongement, ont prouvé que les fatigues étaient inférieures aux valeurs calculées suivant la méthode habituelle (Fig. 5, 6, 7).

La capacité portante des poutres n° 3 de la série A, était inférieure de 9,6 %, celle des poutres n° 3 de la série C de 4,7 % à celle des poutres n° 1. Cela doit être attribué en premier lieu à la plus faible limite d'écoulement des aciers de plus grande section.

5) Les premières fissures dues à la traction, se sont manifestées à 342-628 kg/cm². Pour $\sigma_e = 1200$ kg/cm² les poutres avec armatures en acier doux présentaient aussi de nombreuses fissures. Jusqu'à $\sigma_e = 1800$ kg/cm² les fissures des poutres avec armatures en acier siliceux étaient extrêmement fines, pour $\sigma_e = 3600$ kg/cm² leur épaisseur était de 0,1 mm environ. La plupart, environ deux tiers, des fissures qui ont été observées à la limite de $\sigma_e = 1800$ kg/cm² existaient aussi à $\sigma_e = 1200$ kg/cm², donc jusqu'à la limite de 1800 kg/cm², le nombre et l'étendue des fissures n'ont augmenté que dans une mesure res-

treinte par rapport à la contrainte de traction croissante des aciers (Fig. 8, 9, 10).

Zusammenfassung.

1) Die stahlbewehrten Plattenbalken stehen solchen mit Flusseiseneinlagen, was die Rissebildung anbelangt, nicht viel nach und haben bei Nutzlast noch eine Stärke von Haarrissen, so dass es auch bei stahlbewehrten Plattenbalken begründet erscheint, die zulässigen Beanspruchungen mit Rücksicht auf die höhere Fliessgrenze des Stahles zu erhöhen, vorausgesetzt, dass der Beton eine Mindestdruckfestigkeit von 335 kg/cm² aufweist.

2) Der in der üblichen Weise berechnete Querschnitt der Schubbewehrung liesse sich bei Balken auf zwei Stützen mit Stahlbewehrung um rund ein Drittel vermindern.

Résumé.

1) En ce qui concerne la sécurité contre les fissures, les poutres à section en T avec armatures en acier siliceux ne sont guère inférieures à celles dont les armatures sont en acier doux. Donc, il semble raisonnable d'augmenter les taux de travail admissibles pour les poutres à section en T avec armatures en acier siliceux, dans la mesure où s'élève la limite d'écoulement, à condition que la résistance à la compression du béton soit de 335 kg/cm² au minimum.

2) La section des armatures de cisaillement, calculée suivant la méthode courante, pourrait être diminuée du tiers environ, en cas des poutres à deux appuis avec armatures en acier silicieux.

Summary.

1) Rafts with girders reinforced with high-carbon steel bars are not much inferior to those with low-carbon steel bars, as far as cracking is concerned, and at working load they have only hair cracks, so that it seems justifiable also for rafts with girders reinforced with high-carbon steel bars to increase the permissible stresses in accordance with the higher yield point of the high-carbon steel, provided that the concrete has a cube-strength of at least 335 kg/cm².

2) The cross-section of the shearing reinforcement computed in the usual way, may be reduced by about one-third in beams on two supports and reinforced with high-carbon steel.

E. SUENSON,
Professor, Kopenhagen.

Die plastische Nachwirkung macht sich besonders bei grossen, kreuzbewehrten Platten bemerkbar.

Fig. 1 zeigt eine Platte von 16 cm Dicke mit 850 kg/m² ständiger Last. Die Durchbiegung dieser Platte ist im Laufe von einigen Jahren um ca. 4 cm

gewachsen. Das Zement : Sand : Kies-Verhältnis war 1 : 3 : 3, die Platte war mit 8 Rundeisen 12 mm per m in beiden Richtungen bewehrt. Die Platte, die in einem Operationszimmer als Fussboden diente, wurde im Winter 1924-25 angefertigt und verblieb lange in der Schalung. Später wurde sie mit der auf Fig. 1 gezeigten Isolierschicht und Tonplatten versehen. In der Mitte des Raumes, wo der Operationstisch stehen sollte, wurden die Tonplatten mit 2 cm Ueberhöhe verlegt.

Im Lauf der Jahre senkte sich die Mitte der Platte so viel, dass der Operationstisch im Wasser stand, und im Sommer 1930 machten die Durchbiegungen der Tonplatten ca. 3 cm und die der Unterseite der tragenden Platte wenig-

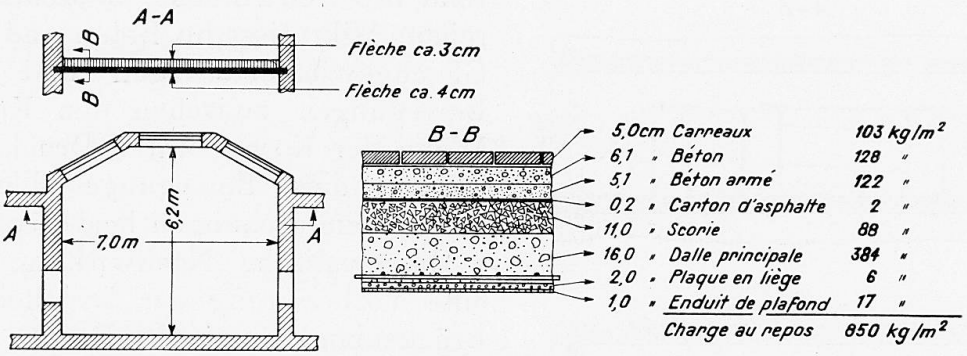


Fig. 1.
Carreaux = Platten = Slabs
Béton = Beton = Concrete
Béton armé = Eisenbeton = Reinforced concrete
Carton d'asphalte = Asphaltpappe = Asphaltic sheeting
Scorie = Schlacken = Clinker
Dalle principale = Deckenplatte = Ceiling plate
Plaque en liège = Korkplatte = Cork slab
Enduit de plafond = Deckenputz = Ceiling plaster
Charge au repos = Ständige Last = Dead load
Flèche = Durchbiegung = Deflection

stens 4 cm aus. Dass die Tonplatten sich weniger durchgebogen haben als die Unterseite der tragenden Platte, erklärt sich daraus, dass sie nur am letzten Teil der Durchbiegung teilgenommen haben.

Fig. 2 zeigt eine Platte von 23 cm Dicke mit 600 kg/m² ständiger Last und ausserdem 3 steinerne Wände tragend, welche auf die Platte aufgemauert waren. Die Schalung wurde Mitte November 1911 entfernt, und die Wände wurden 1 Monat später aufgemauert.

Im darauffolgenden Jahr begannen diese Wände rissig zu werden (Fig. 2), und die Risse erweiterten sich und wurden bis zu 7 mm breit. Eine Untersuchung Mitte Januar 1914 zeigte, dass die Platte unter den Wänden eingesunken war, sodass diese sich selbst als Wölbungen trugen, und dass die grossen Senkungen der Platte also nicht auf Wandlast, sondern auf die gewöhnliche, auf der Platte ruhende Last zurückzuführen war.

Das Zement : Sand : Kies-Verhältnis war 1 : 3 : 4, und die Platte war mit 6 Rundeisen 19 mm per m parallel mit den kurzen Wänden und 3,3 Rundeisen 17 mm per m parallel mit den langen Wänden bewehrt.

Die bewegliche Last dieser beiden Platten war ganz klein. Man sieht, dass eine ständige Last gefährlicher sein kann als eine bewegliche.

Um solchen Nachwirkungen vorzubeugen sind mehrere Massnahmen empfehlenswert :

1) Ein zementreicher Beton und eine niedrige Betondruckspannung.

2) Ein hochwertiger Zement.

3) Die Platte soll möglichst lange in der Schalung verbleiben.

4) Die Platte soll möglichst spät belastet werden.

Die plastische Nachwirkung scheint ein Schwindphänomen zu sein. Während des Schwindens entstehen zahlreiche Mikrorisse im Beton und damit Gleichgewichtsstörungen und kleine Bewegungen zwischen den Körnern. Wenn der Körper unter Druck steht, müssen diese Bewegungen bleibende Zusammendrückungen hervorrufen.

Die plastische Nachwirkung macht eine Vorbelastung der Druckeisen in Brückenbogen, wie Professor Melan es seinerzeit eingeführt hat, überflüssig.

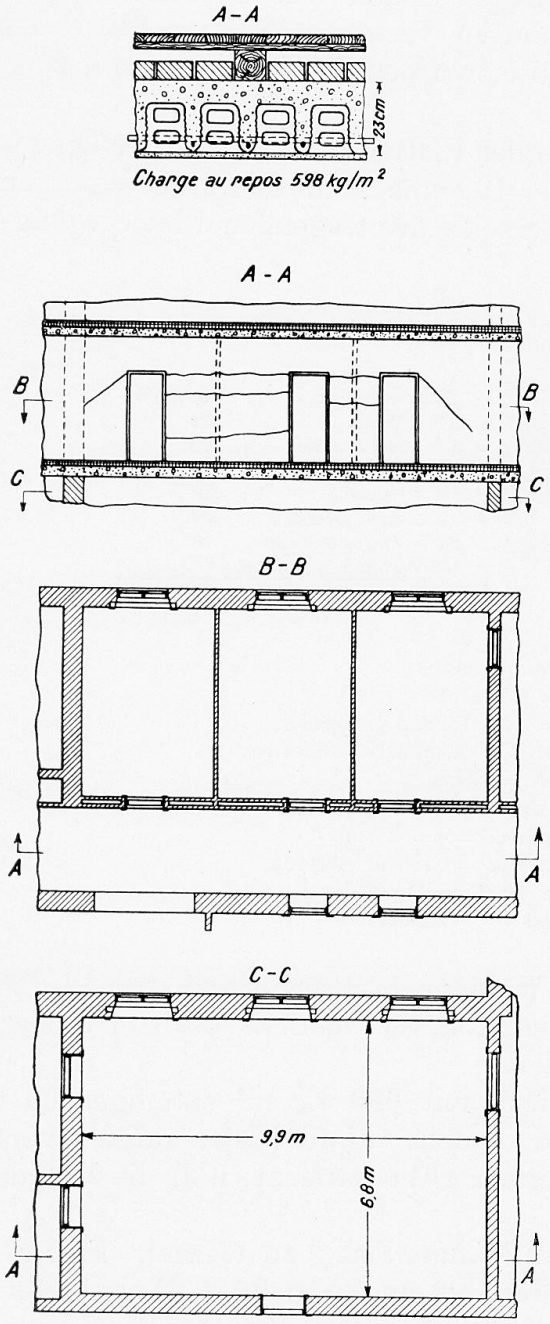


Fig. 2.
Charge au repos = Ständige Last = Dead load.

Traduction.

La déformation plastique retardée se fait particulièrement sentir dans les dalles de béton de grandes dimensions armées en croix.

La figure 1 représente une dalle de 16 cm. d'épaisseur, soumise à une charge permanente de 850 kg par mètre carré. Le fléchissement additionnel accusé par cette dalle au bout de 5 années était d'environ 4 cm.

La figure 2 représente une dalle de 23 cm d'épaisseur, supportant une charge permanente de 600 kg par mètre carré, non compris le poids de 3 murs de maçonnerie, qui ont été élevés sur cette dalle. La dalle a subi un fléchissement additionnel si prononcé qu'elle a cessé de pouvoir fournir un appui aux murs ci-dessus, dans lesquels se sont manifestées d'importantes fissures.

La charge mobile que ces deux dalles avaient à supporter était très faible. On constate qu'une charge permanente peut être plus dangereuse qu'une charge mobile.

Pour prévenir de telles déformations retardées, certaines précautions sont à recommander :

1) Employer un béton riche en ciment et adopter, pour le béton, des taux de travail faibles ;

2) Employer un superciment ;

3) La dalle doit rester aussi longtemps que possible dans le coffrage ;

4) La dalle doit être chargée aussi tard que possible.

La déformation plastique retardée paraît constituer un phénomène de retrait Pendant le retrait, de nombreuses fissures microscopiques se manifestent dans le béton et en conséquence des perturbations d'équilibre et des déplacements relatifs des éléments du béton les uns par rapport aux autres. Lorsque la pièce est chargée, ces déplacements doivent produire des compressions permanentes,

La déformation plastique retardée rend inutile la charge préliminaire des armatures travaillant à la compression dans les arcs de ponts, disposition que le Professeur Melan a introduite.

Dr. Ing. W. PETRY,

Geschäftsführendes Vorstands-Mitglied des Deutschen Beton-Vereins, Obercassel-Siegkeis.

Gestatten Sie, dass ich Ihre Aufmerksamkeit auf eine Arbeit von Dr. Ing. Schreyer, Essen « Elastizität und Festigkeit des Betons auf Grund von Würfelversuchen und relativen Spannungen » lenke, von der mir der Verfasser kurz vor meiner Abreise hierher einen Abdruck gesandt hat, und die demnächst in einer deutschen Fachzeitschrift veröffentlicht wird. Es handelt sich um die Auswertung von älteren und neueren Versuchen, die die Grundlagen der Elastizität und Festigkeit des Eisenbetons berühren.

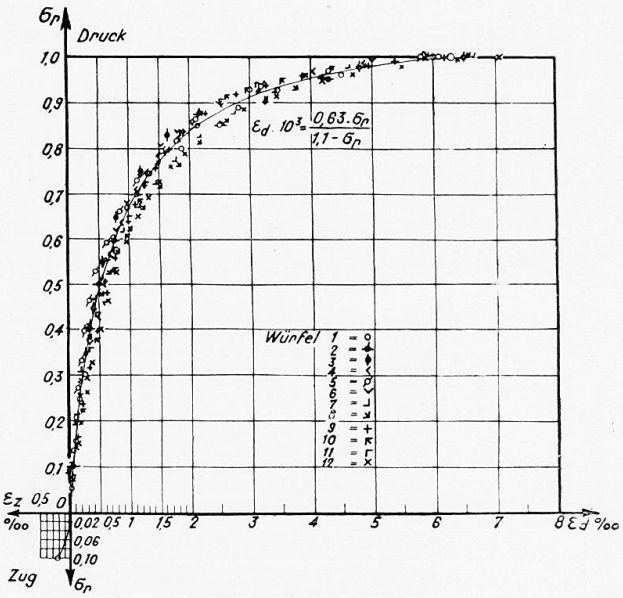


Fig. 1.
Druck = Compression.
Zug = tension.
Würfel = Cube.

Aus Würfelversuchen mit Beton aus Kiessand verschiedener Zusammensetzung, verschiedenem Zementgehalt und Würfelfestigkeiten zwischen 100 und 300 kg/cm², bei denen die Dehnungen bis zum Bruch gemessen wurden, ergab sich, dass die jungfräuliche Spannungsdehnungslinie für alle untersuchten Betonsorten für ein bestimmtes Verhältnis σ : W, d. h. für die relative Spannung σ_r nahezu konstant ist, dass also die zu den gleichen relativen Spannungen gehörenden Dehnungen nahezu gleich sind und bleiben. Für die relativen Dehnungen kann eine einzige hyperbolische Kurve angenommen werden. Sie folgt für die Druckelastizität und für die Zugelastizität näherungsweise den in Abb. 1 angegebenen Gleichungen.

Die Brauchbarkeit des hyperbolischen Elastizitätsgesetzes wurde an der Biegedruckfestigkeit nachgeprüft. Bei Biegedruckbeanspruchung kann die Spannungsverteilung in der Druckzone unter der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte und gerissener Zugzone angegeben werden, sobald σ_r für die Betonrandspannung bekannt ist. Das Ergebnis zeigt Fig. 2

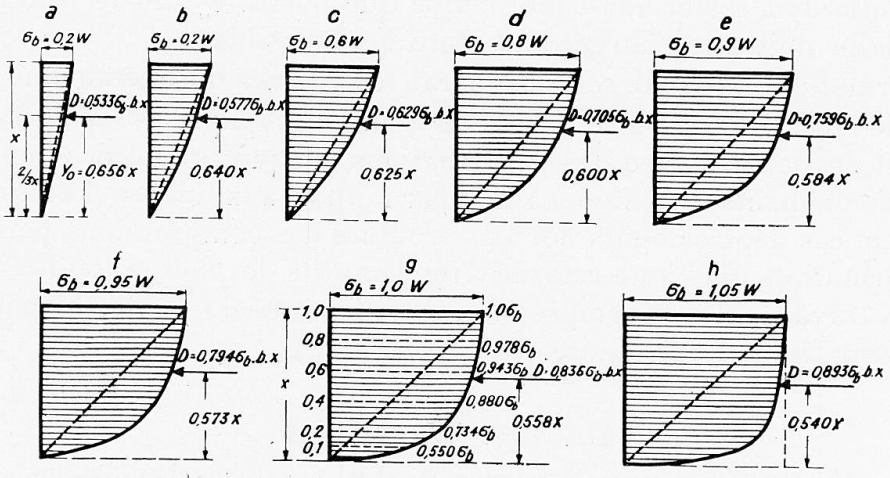


Fig. 2.

aus der die Veränderung des Spannungsdiagramms mit wachsenden σ_r deutlich zu erkennen ist. Die Spannungsverteilung ergibt sich nahezu dreieckförmig für

$\sigma_r = 0{,}2$ (σ_b Rand $= 0{,}2$ W) und nahezu rechteckig für $\sigma_r = 1{,}05$.

Im Bruchzustand schwankt die relative Randspannung σ_r zwischen 0,9 und 1,1 je nach der Belastung. Sie ist umso kleiner, auf eine je grössere Strecke das Grösstmoment wirkt und umso grösser, je konzentrierter die Belastung angreift. Es wurden einige Balken aus vorhandenen Versuchsveröffentlichungen nachgerechnet. Das Ergebnis zeigt die Tabelle. Die letzte

Beispiel	Balkenabmessung d/b cm	Bewehrung %	Bruchmoment kg cm	Würfelfestigkeit W kg/cm²	Belastungsart	n nach Hyperbelgesetz	x in cm mit n = 15	x in cm mit Hyperbelgesetz	σ_B in kg/cm² mit n = 15	σ_B in kg/cm² mit Hyperbelgesetz	σ_e in kg/cm² mit n = 15	σ_e in kg/cm² mit Hyperbelgesetz	σ_B : W mit n = 15	σ_B : W mit Hyperbelgesetz
1	25,4/18,3	7,19	415000	109	100 / 300	79,2	16,67	19,9	161,6	103,2	837	1010	1,48	0,947
2	65/100	1,59	18500000	143	682,5	58,6	30,0	39,4	242	134,7	3740	4310	1,69	0,942
3	10,2/15,4	5,44	120200	220	50 / 250	46,3	6,52	7,4	336	213,7	2165	2530	1,53	0,971
4	8,3/14,9	7,17	78000	210	250	80,8	5,42	6,45	352	214,8	1825	2280	1,68	1,023
5	10,1/15,2	5,58	111700	170	200	22,3	6,47	8,61	323	181	2040	2775	1,90	1,065

Fig. 3 — Exemple = Beispiel = Example.
Dimensions des poutres = Balkenabmessungen = Beam dimensions.
Armature = Bewehrung = Reinforcement.
Moments de rupture = Bruchmoment = Breaking moment.
Résistance du béton sur le cube = Würfelfestigkeit = Strength of cube.
Mode de mise en charge = Belastungsart = Type of loading.
n, d'après la loi hyperbolique = n nach Hyperbelgesetz = n according to hyperbolic law.
x en cm d'après $n = 15$; x in cm mit $n = 15$; x in cm with $n = 15$.
x en cm d'après la loi hyperbolique = x in cm Hyperbelgesetz = x in cm hyperbolic law.
σ_B en kg/cm² avec $n = 15$; σ_B in kg/cm² mit $n = 15$; σ_B in kg/cm² with $n = 15$.

Spalte beweist, dass der Wert σ_b : W bei Berechnung nach dem Hyperbelgesetz zwischen 0,947 und 1,065 schwankt. Bei der üblichen Berechnung mit n = 15 schwankt der Wert zwischen 1,48 und 1,90. Wir wissen alle, dass diese Werte nur Rechnungswerte sind und dass sich eben infolge des üblichen Rechnungsverfahrens eine scheinbar grössere Biegedruckfestigkeit im Vergleich zur Würfelfestigkeit ergibt.

Der letzte Teil der Arbeit beschäftigt sich mit dem Wert n und den Sicherheitszahlen im Eisenbetonbau. Es wird klargelegt, dass E_b und n mit wachsender Festigkeit und relativer Spannung veränderlich sind.

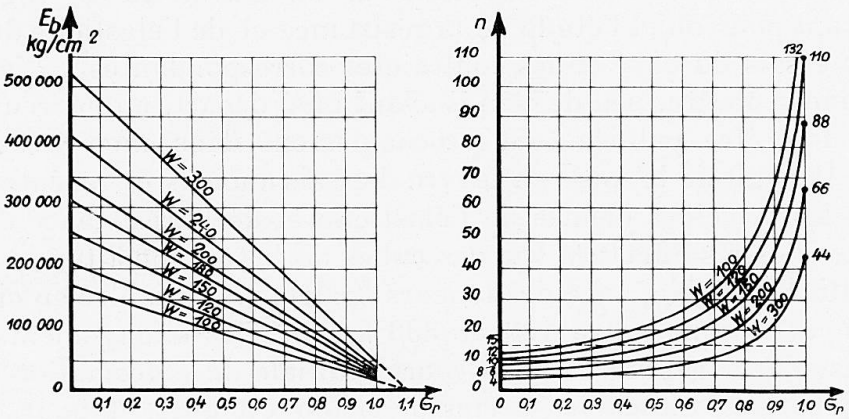


Fig. 4.

Der Wert n = 15 entspricht danach für die normalen mageren Betonmischungen mit W_{b28} = 120 kg/cm² keineswegs den Bruchspannungen, sondern nur den Gebrauchsspannungen. Erst für W_b = 200 kg/cm² ergibt sich für die Bruchspannungen beim Ueberwinden der Streckgrenze des Eisens n = 15. Den Bruchspannungen des normalen Betons mit normaler Bewehrung kommt der Wert n = 25 bis 32 zu.

Der Verfasser hält es für erwünscht, dass die zulässigen Beanspruchungen des Betons und Eisens so gewählt werden, dass die Sicherheiten bei beiden Baustoffen hinsichtlich des als gefährlich anzusehenden Spannungszustandes ungefähr gleich gross werden. Dies bedeutet eine wesentliche Erhöhung der zulässigen Biegungsdruckspannung.

Bei nachgewiesenem dauernd kontrolliertem hochwertigem Beton und entsprechend hohen zulässigen Beanspruchungen wären die Berechnungen dann allerdings nicht mit n = 15, sondern mit dem wirklich vorhandenen Mittelwert von n durchzuführen, der ungünstigere Betonbeanspruchungen ergibt.

Für stetig kontrollierten hochwertigen Beton sollten keine höheren Sicherheiten gefordert werden als für den normalen nicht kontrollierten Beton. Sonst würden der Anwendung hochwertiger Betonsorten unnötige wirtschaftliche Schwierigkeiten bereitet.

Der Verfasser kommt zum Schluss, dass das vorgeschlagene hyperbolische Elastizitätsgesetz mit einer einzigen relativen Dehnungslinie bis zum Bruch für alle praktisch in Frage kommenden Betonfestigkeiten von 100 bis 300 kg/cm² brauchbare Ergebnisse sowohl hinsichtlich der Beurteilung der Biegedruck-

festigkeit sowie der Veränderlichkeit und Bedeutung des Wertes n als auch hinsichtlich einer genaueren Erfassung der Sicherheitsverhältnisse liefert.

Da die den Ableitungen des Verfassers zu Grunde gelegten Würfelversuche und Messungen mit den einfachsten Mitteln durchgeführt werden mussten, so bedarf die zahlenmässige Auswertung noch einer Nachprüfung durch Versuchsreihen in gut ausgerüsteten Materialprüfungsanstalten.

Traduction.

Je me permettrai d'attirer l'attention sur un travail du Dr Ing. Schreyer, d'Essen, ayant pour objet l'étude de la résistance et de l'élasticité du béton sur la base des essais du cube et des contraintes correspondantes [1]. L'auteur vient en effet de me remettre, peu de temps avant mon départ, une épreuve de cette étude, qui doit être publiée tout prochainement dans une revue technique allemande. Il s'agit de la mise en œuvre d'essais anciens et récents, essais qui intéressent les principes mêmes de l'élasticité et de la résistance du béton.

Il résulte d'essais effectués sur des cubes de béton constitué avec un sable de composition variable, avec des teneurs également variables en ciment, avec des résistances variant entre 100 et 300 kg/cm², les allongements ayant été mesurés jusqu'à la rupture, que la courbe initiale de déformation en fonction de la tension, pour toutes les sortes de béton étudiées et pour un rapport déterminé σ : W, c'est-à-dire pour la contrainte relative σ_r est presque une droite de sorte que les allongements correspondant aux mêmes contraintes relatives sont presque constants. Pour les allongements relatifs, on peut adopter une courbe d'allure hyperbolique unique. Cette courbe suit approximativement, pour l'élasticité à la compression et pour l'élasticité à la traction, les équations indiquées sur la figure 1.

Les possibilités qu'offre la loi hyperbolique d'élasticité ont été contrôlées par la résistance à la compression en flexion. Sous l'influence d'une contrainte de compression à la flexion, on peut déterminer la répartition des contraintes dans la zone comprimée, en se basant sur l'hypothèse de la constance de la section et dans la zone fissurée correspondant à la traction à condition de connaître σ_r pour la contrainte périphérique dans le béton. Le résultat obtenu est représenté par la figure 2, qui met nettement en évidence la variation du diagramme de tension lorsque σ_r croît. La répartition des contraintes est sensiblement triangulaire pour $\sigma_r = 0,2$ (σ_b à la périphérie $= 0,2$ W) et sensiblement rectangulaire pour $\sigma_r = 1,05$.

A la rupture, la contrainte périphérique relative σ_r oscille entre 0,9 et 1,1 suivant la charge. Elle est d'autant plus faible que le moment maximum intéresse une distance plus grande et d'autant plus grande que la charge est plus concentrée. Les calculs ont été effectués pour quelques poutres dont les résultats d'essais ont été publiés. Les résultats obtenus sont indiqués sur le tableau de la figure 3. La dernière colonne montre que la valeur de σ_b : W, dans le calcul d'après la loi hyperbolique, varie entre 0,947 et 1,065. Dans le calcul

1. Dr. Ing. Schreyer, Elastizität und Festigkeit des Betons auf Grund von Würfelversuchen und relativen Spannungen.

courant, avec $n = 15$, cette valeur varie entre 1,48 et 1,90, Nous savons bien que tous ces chiffres ne représentent que des valeurs calculées et que le calcul d'après la méthode courante donne une valeur apparente plus grande, pour la résistance à la compression par flexion, que celle que l'on obtient sur le cube de béton.

La dernière partie du travail se rapporte à la valeur de n et aux coefficients de sécurité dans la construction en béton armé. Il y est clairement établi que E_b et n varient avec l'augmentation de la résistance et de la contrainte relative.

La valeur $n = 15$ ne correspond par suite nullement, pour les mélanges maigres normaux accusant $W_{b\,28} = 120$ kg/cm², aux contraintes de rupture, mais seulement aux contraintes d'utilisation. Ce n'est que pour $W_b = 200$ kg/cm² que l'on a $n = 15$ pour les contraintes de rupture, lorsque l'on dépasse la limite d'écoulement des fers.

Pour les contraintes de rupture du béton normal, avec armatures normales, on a $n = 25$ à 32.

L'auteur exprime l'opinion qu'il serait désirable que les contraintes admissibles pour le béton et les fers soient choisies de telle sorte que les sécurités dans les deux matériaux, pour l'état considéré comme dangereux, soient à peu près équivalentes. Ceci impliquerait une notable augmentation de la contrainte admissible pour la compression à la flexion.

En ce qui concerne le béton à haute résistance faisant l'objet d'un contrôle constant et étant donné les contraintes admissibles élevées, les calculs ne devraient pas être effectués avec $n = 15$, mais bien avec la valeur moyenne effective de n, qui donne pour le béton des contraintes moins favorables.

Dans le cas du béton à haute résistance faisant l'objet d'un contrôle permanent, on ne devrait pas exiger des coefficients de sécurité plus élevés que pour le béton ordinaire ne faisant pas l'objet d'une surveillance. Il en résulte en effet des inconvénients d'ordre économique bien inutiles dans l'emploi des qualités du béton à haute résistance.

L'auteur en arrive à cette conclusion que la loi d'élasticité hyperbolique indiquée, avec une courbe relative d'allongement unique donne des résultats suffisants jusqu'à la rupture, pour toutes les valeurs de résistance du béton considérées, entre 100 et 300 kg/cm², tant en ce qui concerne l'évaluation de la résistance à la compression en flexion que la variation et l'importance exacte des valeurs de n, ainsi d'ailleurs qu'en ce qui concerne la valeur exacte du coefficient de sécurité.

Les déductions de l'auteur ont été appuyées sur des essais au cube de béton et sur des mesures effectuées avec les moyens les plus simples ; il serait donc bon de contrôler les chiffres fournis par des essais systématiques dans un laboratoire d'essai de matériaux bien équipé.

Dr. Ing. L. BERGER, Haïfa.

Die Feststellungen des Herrn Ing. G. Faber, dass die Durchbiegungen eines Eisenbetonbalkens selbst unter der Gebrauchslast zu einem beträchtlichen Teil