Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Diskussion

Autor: Olsen, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-634

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'incompatibilité de l'hypothèse des fissurations avec les faits observés peut être démontrée — avec un certain degré de vraisemblance — de la manière suivante : si, en prenant pour base les flexions observées, nous calculons à l'aide de la formule citée plus haut les moments d'inertie de la poutre pour différents moments fléchissants, nous pouvons obtenir facilement les tensions maxima du béton à la limite de la fissure. Il serait juste de supposer que cette tension devrait être plus ou moins constante sous toutes les charges, étant donné qu'elle représente uniquement la limite de résistance du béton à la tension.

Les calculs effectués dans ce but donnent des résultats qui sont loin de confirmer cette hypothèse, la tension maximum ainsi calculée prenant des valeurs très différentes et montant à des taux inacceptables.

Résumé.

En observant les flexions des poutres en béton armé soumises à un moment fléchissant, constant sur leur longueur, on peut étudier certains phénomènes se produisant dans les matériaux et ne se prêtant pas aussi bien à l'observation au moyen d'autres méthodes connues.

Les applications de cette méthode citées dans le présent article démontrent qu'elle est applicable à la recherche du rapport entre les modules d'Young, Elles démontrent aussi à quel point les phénomènes de plasticité et de résistance diffèrent des suppositions théoriques acceptées dans les calculs, en donnant aux poutres rectangulaires une grande réserve de rigidité.

Zusammenfassung.

Bei der Betrachtung der Durchbiegungen von Eisenbetonbalken, die durch ein auf ihre Längen konstantes Biegungsmoment beansprucht werden, können gewisse Erscheinungen studiert werden, die sich in den Materialien bilden und die sich für die Beobachtungen mit Hilfe anderer bekannter Methoden nicht so gut eignen.

Die Anwendung der im vorliegenden Aufsatz entwickelten Methode zeigt, dass sie auf die Bestimmung des Verhältnisses zwischen den Elastizitätsmoduli anwendbar ist. Sie zeigt auch inwieweit die Erscheinungen der Plastizität und der Festigkeit von den in den Berechnungen angenommenen theoretischen Voraussetzungen abweichen, indem die rechteckigen Balken eine grosse Reserve an Steifigkeit aufweisen.

Summary see Addenda.

Dr. Ing. H. OLSEN,
München.

Die Bemühungen um den Ausbau der Statik des Eisenbetonbaues gehen bekanntlich dahin, die Berechnungsgrundlagen den jeweils vorliegenden tatsächlichen Verhältnissen möglichst anzupassen. Zur Erzielung einer derar-

tigen Anpassung gehört in erster Linie die gesetzmässige Erfassung der Formänderungen des Betons.

Von den bisher bekannten Formänderungsgesetzen ist an erster Stelle jenes von Bach-Schüle zu nennen. Dasselbe hat bekanntlich die Form eines Potenzgesetzes und lautet, wenn ε die auf die Längeneinheit bezogene Stauchung des Betons, σ_{bt} die zu dieser Stauchung gehörige und als tatsächlich vorhanden anzusehende Betondruckspannung und E_b das Verformungsmass des Betons bezeichnet,

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{bt}{}^{m}}{E_b},$$

wobei der Beiwert m ebenso wie das Verformungsmass E_b von den Festigkeitseigenschaften des Betons abhängen. Bekanntlich besteht für die Anwendung dieses Gesetzes die Einschränkung, dass es nur für Betondruckspannungen bis zu etwa 60 kg/cm² gilt.

Weitere Formänderungsgesetze wurden als hyperbolische und parabolische Spannungsgesetze abgeleitet. Für Beton mit einer Prismenfestigkeit von 173 kg/cm² fand Wohlers[1] z. B. die bis in die Nähe der Bruchlast zutreffende Gleichung

$$\sigma_{bt} = 311000\ (1 - 450\ \varepsilon).$$

Der praktischen Anwendung der bisher bekannten Formänderungsgesetze steht insofern eine Schwierigkeit entgegen, als seither eine Auswertung der jeweils erforderlichen Beiwerte in Abhängigkeit von den jeweiligen Festigkeitseigenschaften des Betons vollständig fehlt. Aus diesem Grunde ist z. B. die bereits verschiedentlich behandelte Aufgabe, die unter Zugrundelegung eines der genannten Formänderungsgesetze sich ergebenden teilweise recht verwickelten Beziehungen zwischen den tatsächlichen Querschnittsbeanspruchungen des Betons und den jeweiligen äusseren Kräften in möglichst einfache Gleichungen zu kleiden ohne jede praktische Bedeutung.

In den weiteren Ausführungen soll gezeigt werden, dass es möglich ist, die Formänderungen des Betons in Abhängigkeit von seiner Druckfestigkeit bis in die Nähe der Bruchlast gesetzmässig recht zutreffend zu erfassen, wenn es gelingt die Veränderlichkeit des in dem von W. Ritter[2] aufgestellten bekannten Formänderungsgesetz

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \left(1 - e^{-a.\ \varepsilon}\right) \qquad (1)$$

enthaltenen Beiwertes a klarzustellen. In diesem Gesetz bedeutet σ_w die Würfelfestigkeit des Betons und e = 2,71828... Die übrigen Bezeichnungen sind bekannt.

Wird Gl. 1) nach a aufgelöst, so ergibt sich

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log\ \text{nat.} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{bt}}. \qquad (2)$$

Um zu zeigen, innerhalb welcher Grenzen a schwanken kann, werden die an verschiedenen Betonprismen vorgenommenen Stauchungsmessungen ausge-

1. Armierter Beton, 1918, S. 110.
2. Schweiz. Bauzeitung, 1899.

wertet. Zunächst werden die in Heft 227 der Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Zusammenstellung 3, für Beton mit einer Würfelfestigkeit von 146 kg/cm² angeführten und von Bach und Graf gemessenen federnden Stauchungen ausgewertet. Werden dieselben auf die Längeneinheit umgerechnet und in Gl 2) eingesetzt, so ermittelt sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende überraschend hohe Beiwert a = 2090, sodass sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

$$\sigma_{bt} = 146\left(1 - e^{-2090\varepsilon}\right)$$

ergibt.

Um zu zeigen, mit welcher Genauigkeit die Formänderungen des Betons nach vorstehender Beziehung erfasst werden, sind in Tafel 1 für verschiedene Belastungsstufen die Abweichungen zwischen den an den Versuchsprismen und den aus dieser Beziehung ermittelten Betondruckspannungen σ_{bt}, in kg/cm² ausgedrückt, zusammengestellt.

Tafel 1.

Vergleich zwischen den aus Formänderungsgesetzen abgeleiteten Betondruckspannungen mit den tatsächlichen Betondruckspannungen.

$\sigma_{w30} = 146$ kg/cm².

Versuchswerte		$\sigma_{bt}=146\left(1-e^{-2090\varepsilon}\right)$			$\sigma_b=146\left(1-e^{-1000\varepsilon}\right)$			Versuchswerte	$\sigma_{bt}=146\left(1-e^{-2060\varepsilon'}\right)$		
σ_{bt} kg/cm²	ε	σ_{bt} kg/cm²	Abweich. in kg/cm² +	Abweich. in kg/cm² —	σ_b kg/cm²	Abweich. in kg/cm² +	Abweich. in kg/cm² —	ε' 10. Lastwechsel	σ_{bt} kg/cm²	Abweich. in kg/cm² +	Abweich. in kg/cm² —
16,1	0,0000575	15,4	—	0,7	8,1	—	8,0	0,0000576	16,8	0,7	—
32,3	0,000126	33,6	1,3	—	18,1	—	14,2	0,000127	33,6	1,3	—
48,4	0,000195	48,6	0,2	—	25,6	—	22,8	0,000204	48,8	0,4	—
64,6	0,000276	64,0	—	0,6	34,3	—	30,3	0,000294	65,6	1,0	—
80,8	0,000370	78,8	—	2,0	45,2	—	35,6	0,000400	81,5	0,7	—
97,0	0,000485	94,0	—	3,0	56,2	—	40,8	0,000532	97,0	—	—
Σ der Abweichungen			1,5	6,3		—	151,7			4,1	—
Durchschnittliche Abweichungen			0,3	1,1		—	25,3			0,7	—

Wie aus der Tafel ersichtlich, sind diese Abweichungen, selbst unter grossen Belastungsstufen, so gering, dass die Gültigkeit des angeführten Formänderungsgesetzes bis in die Nähe der Bruchlast angenommen werden darf. Die

grösste Abweichung beträgt lediglich 3 kg/cm², die mittlere Abweichung sogar nur 1,1 kg/cm².

Zu Vergleichszwecken sind in Tafel 1 noch die mit dem seither üblichen Formänderungsgesetz

$$\sigma_{bt} = 146\,(1 - e^{-1000\,\varepsilon})$$

sich ergebenden Abweichungen angeführt. Wie ersichtlich sind dieselben so beträchtlich, dass von einer auch nur rohen Annäherung nicht mehr gesprochen werden kann. So beträgt die grösste Abweichung 40,8 kg/cm², die mittlere Abweichung 25,3 kg/cm².

Da das weiter oben angeführte Formänderungsgesetz für die beim erstmaligen Belastungswechsel ermittelten Stauchungen abgeleitet wurde, sei noch dessen Veränderlichkeit angeführt, wenn wiederholte Be- und Entlastungen vorgenommen werden. Wird z. B. ein zehnmaliger Belastungswechsel berücksichtigt, der unter den grösseren Belastungsstufen allerdings noch nicht den Beharrungszustand, jedoch eine gute Annäherung an denselben herbeiführt, so ergeben sich die in Tafel 1 angeführten Stauchungswerte ε'. Mit denselben errechnet sich für verschiedene Belastungsstufen der fast durchweg gleichbleibende Beiwert a = 2060, dessen Abweichung von a = 2090, trotz der Verwendung von Beton geringer Druckfestigkeit, somit recht unerheblich ist.

Tafel 2 enthält die bei der Auswertung weiterer Versuche aus den beim jeweils erstmaligen Belastungswechsel ermittelten Beiwerte a. Dieselben ergaben sich ebenfalls ziemlich gleichbleibend.

Tafel 2.

Grösse des Beiwertes a der Gl. 1 nach Versuchen.

Würfelfestigkeit $\sigma_{w\,30}$ kg/cm²	a	Abgeleitet aus
146	2090	Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 3
204	1600	» » 227, » 7
225	1360	» » 166-169 » 22
228	1200	» » 45-47 » 39
229	1160	D.A.f.E., Heft 38, Säulen Nr. 46 bis 48
247	1240	Forschungsarbeiten, Heft 45-47, Zusammenstellung 50
283	1150	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1. Bd. 3. Aufl. » 34
284	1170	Forschungsarbeiten, Heft 227, » 7
320	1050	D.A.f.E., Heft 28, Säulen Nr. 53 und 54
376	1100	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1. Bd. 3. Aufl. » 34
416	930	Forschungsarbeiten, Heft 227, Zusammenstellung 7

In der folgenden Abbildung sind die ermittelten Beiwerte als Ordinaten zu den entsprechenden Würfelfestigkeiten als Abszissen aufgetragen und mittels einer stetig verlaufenden Schaulinie, die durch Anpassung an die Versuchswerte gefunden wurde, miteinander verbunden worden. Damit ergibt sich die Abhängigkeit des Beiwertes a von der Würfelfestigkeit des jeweils verwendeten Betons.

Die Kenntnis der Veränderlichkeit des Beiwertes a ermöglicht es, das behandelte Formänderungsgesetz für die Klärung wichtiger statischer Probleme des Eisenbetonbaues anzuwenden. Inwieweit es mit ihm möglich ist, z. B. dem Knickproblem sehr schlanker Eisenbetonsäulen näherzutreten, wird in einer demnächst erscheinenden Abhandlung [1] ausgeführt.

Traduction.

Les efforts que l'on consacre à la statique des ouvrages en béton armé ont, comme on le sait, pour but d'adapter, dans toute la mesure du possible, les principes du calcul aux conditions effectives qui se présentent dans la pratique. Cette adaptation nécessite, en tout premier lieu, la connaissance des lois qui régissent les déformations du béton.

Parmi celles de ces lois qui ont été exprimées jusqu'à maintenant, il faut citer tout particulièrement celle de Bach-Schüle. On sait qu'elle se présente sous la forme exponentielle ; si l'on désigne par :

ε la compression du béton rapportée à l'unité de longueur ;

σ_{bt} la contrainte de compression du béton correspondant à cette compression et pouvant être considérée comme effective ;

E_q le degré de déformation du béton,

on a

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{bt}{}^{m}}{E_b},$$

relation dans laquelle l'exposant m, de même que le degré de déformation, dépend des caractéristiques de résistance du béton. On sait que cette loi fait toutefois l'objet d'une restriction, car elle n'est valable que pour des contraintes de compression du béton allant jusqu'à environ 60 kg/cm².

Au delà, on a établi des lois de déformation ayant l'allure de fonctions hyperboliques et paraboliques des tensions. Pour un béton accusant une résistance au prisme de 173 kg/cm², Wohlers [2] a donné par exemple la relation suivante, qui est applicable jusqu'au voisinage de la charge de rupture :

$$\sigma_{bt} = 311000\,(1 - 450\,\varepsilon).$$

L'emploi dans la pratique des lois de déformation indiquées jusqu'à maintenant se heurte toutefois à une difficulté du fait qu'il n'est pas possible d'assigner, dans chaque cas, une valeur précise aux coefficients qui sont nécessaires, en fonction des caractéristiques correspondantes du béton. Pour cette

1. Olsen, Ueber den Sicherheitsgrad von hochbeanspruchten Eisenbetonkonstruktionen. Berlin, 1932, Verlag W. Ernst & Sohn.

2. Armierter Beton, 1918, p. 110.

suite d'essais ultérieurs et, dans chaque cas, pour une première application de la charge. Les résultats obtenus présentent une bonne uniformité.

Tableau 2.

Valeurs du coefficient *a* de l'équation (1) d'après les essais.

Rce du cube de béton kg/cm²	*a*	Origine
146	2090	Forschungsarbeiten, nº 227, tableau 3
204	1600	» 227 » 7
225	1360	» 166-169 » 22
228	1200	» 45-47 » 39
229	1160	D.A.f.E., nº 38, colonnes 46 à 48
247	1240	Forschungsarbeiten, nº 45-47, tableau 50
283	1150	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1 vol., 3e éd., tableau 34
284	1170	Forschungsarbeiten. nº 227, tableau 7
320	1050	D.A.f.E., nº 28, colonnes 53 et 54
376	1100	Hdb. f. Eisenbetonbau, 1er vol., 3e éd., tableau 34
416	930	Forschungsarbeiten, nº 227, tableau 7.

Dans le graphique ci-contre, on a porté en ordonnées les valeurs du coefficient *a* et en abscisses les résistances du cube de béton. En joignant les valeurs qui concordent avec les résultats des essais, on a pu tracer une courbe continue, qui exprime la relation entre le coefficient *a* et la résistance du cube de béton, suivant la qualité du béton employé.

La connaissance des variations du coefficient *a* permet d'utiliser la loi de déformation ainsi obtenue pour la résolution de problèmes statiques présentant une grande importance pour la construction en béton armé. Nous traiterons, dans un mémoire qui doit paraître prochainement, le problème du flambage des colonnes en béton armé très élancées et montrerons dans quelle mesure l'emploi des données ci-dessus permet de serrer le problème [1].

Zusammenfassung.

Es wurde gezeigt, dass es möglich ist, die Formänderungen des Betons in Abhängigkeit von seiner Druckfestigkeit bis in die Nähe der Bruchlast gesetzmässig recht zutreffend zu erfassen, wenn es gelingt, die Veränderlichkeit des in dem von W. Ritter aufgestellten bekannten Formänderungsgesetz [2]

1. Olsen, Ueber den Sichersheitsgrad von hochbeanspruchten Eisenbetonkonstruktionen, Berlin, 1932, W. Ernst & Sohn, éditeur.
2. Schweiz. Bauzeitung, 1899.

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \cdot (1 - e^{-a\,\varepsilon})$$

enthaltenen Beiwertes a klarzustellen. Wird diese Gleichung nach a aufgelöst, so ergibt sich

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{bt}} .$$

Um zu zeigen, innerhalb welcher Grenzen a schwanken kann, wurden die an verschiedenen Betonprismen vorgenommenen Stauchungsmessungen ausgewertet. Dabei ergab sich für die in Heft 227 der Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Zusammenstellung 3, angeführten Stauchungsmessungen, die für Beton mit einer Würfelfestigkeit von 146 kg/cm² gelten, der fast durchweg gleichbleibende überraschend hohe Beiwert a = 2090, sodass sich für den verwendeten Beton als Formänderungsgesetz die Beziehung

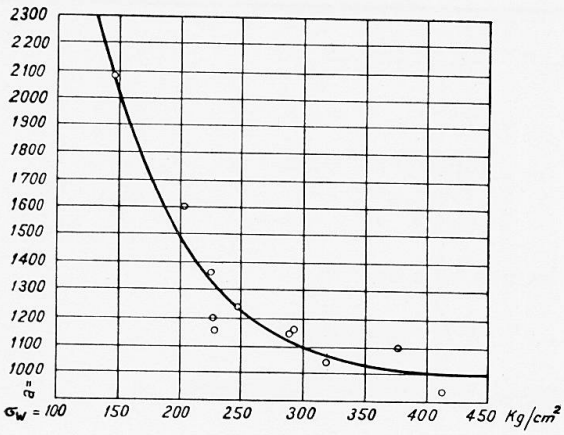

Fig. 1.

$$\sigma_{bt} = 146\,(1 - e^{-2090 \cdot \varepsilon})$$

ermittelt. Die Genauigkeit der Ableitung geht aus Tafel 1 hervor.

Tafel 2 enthält die bei der Auswertung weiterer Versuche ermittelten Beiwerte a. In einer Abbildung sind dieselben aufgetragen und mittels einer Schaulinie verbunden. Damit ergibt sich die Abhängigkeit des Beiwertes a von der Würfelfestigkeit des Betons.

Résumé.

L'auteur montre qu'il est possible d'exprimer d'une manière satisfaisante la déformation du béton en fonction de sa résistance à la compression par une loi mathématique, jusqu'au voisinage de la charge de rupture, à condition de pouvoir suivre nettement les variations du coefficient *a* contenu dans la loi de déformation connue, établie par W. Ritter [1] :

$$\sigma_{bt} = \sigma_w \left(1 - e^{-a\,\varepsilon}\right)$$

Si l'on résout cette équation par rapport à *a*, on a :

$$a = \frac{1}{\varepsilon} \log \text{nat} \frac{\sigma_w}{\sigma_w - \sigma_{b_t}}$$

Afin de montrer entre quelles limites peut varier *a*, des mesures de déformation par compression, effectuées sur différents prismes de béton, ont été utilisées. C'est ainsi que les mesures qui font l'objet du tableau 3 des « Forschungarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens », fascicule 227, ont

1. Schweiz. Bauzeitung, 1899.