Participants in the discussion of question I4

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **1 (1932)**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

1. la flexion simple ;
2. le cisaillement simple ;

ces cas étant appliqués à une plaque rectangulaire.

Au milieu de la portée, les efforts de flexion dans l'âme exercent une influence capitale et une portion de l'âme comprise entre deux éléments de renforcement doit être considérée comme une plaque rectangulaire soumise dans son plan à une flexion simple. Dans une poutre à parois pleines de dimensions courantes, les intervalles entre les éléments de renforcement successifs sont tels que ces éléments n'exercent pas une influence notable sur la valeur critique de l'effort maximum de flexion. Cette valeur critique doit être considérée comme constituant la base du calcul de l'épaisseur de l'âme. Si l'on considère l'âme de la poutre comme une plaque rectangulaire dont les bords sont simplement posés et si l'on néglige l'influence des éléments de renforcement, la valeur critique de l'effort maximum de flexion sera plus élevée que la contrainte ordinaire de travail (11,2 kg par mm^2) si l'inégalité suivante est satisfaite :

$$\frac{h}{t} = \frac{\text{hauteur de l'âme}}{\text{épaisseur de l'âme}} < 200 \qquad (1)$$

Si l'épaisseur de l'âme a été déterminée en faisant appel à l'équation (1), l'écartement entre les éléments de renforcement peut être calculé en considérant une partie de l'âme située près de l'encastrement comme une plaque rectangulaire soumise à un cisaillement simple. Les courbes de la figure 9 du Rapport (page 146) peuvent être utilisées pour calculer l'écartement nécessaire entre les éléments de renforcement de telle sorte que le coefficient de sécurité convenable soit effectivement assuré.

La table 10 du même Rapport (page 164) donne tous les éléments nécessaires pour le calcul des éléments de renforcement.

Participants à la discussion

Diskussionsteilnehmer

Participants in the discussion :

Dr.-Ing. F. SCHLEICHER,
Professor an der Technischen Hochschule Hannover.

I. — Die im Vorbericht erwähnten Versuche von Lilly sind für einen Vergleich mit den theoretischen Werten nicht brauchbar. Die Dicken von 0,038 bis 0,122 cm sind bei handelsüblichen Blechen zu klein, um eine Kontrolle der Rechnung zu ermöglichen. Die Abweichungen von der Ebene störten zu stark, ferner dürfte neben der Schubknickung auch die Beulung durch Biegungsdruckspannungen mitgewirkt haben. Trotzdem zeigen die Versuche deutlich, wie eng vertikale Steifen gesetzt werden müssen, wenn sie die Knickspannung τ_K nennenswert heben sollen. Bei Seitenverhältnissen α der einzelnen Plattenfelder

α	=	3,30	1,65	1,10	0,55	betrugen die kritischen Schubspannungen			
τ_K	=	371	495	620	742	kg/cm² bei	h =	0,038 cm	Plattendicke
τ_K	=	381	528	700	848	»	» h =	0,056 cm	»
τ_K	=	538	830	1170	1610	»	» h =	0,122 cm	»

Wichtig ist, dass sich die Beulenlänge von der Blechdicke unabhängig zeigte.

Hinsichtlich der bei Versuchen zu verwendenden Mindestblechstärken ist auf die Ausführungen von K. v. Sanden [1] und T. Tokugawa [2] zu verweisen. Danach sollte bei baumässigen Stahlblechmodellen die Wanddicke nicht unter 4 mm betragen, weil sonst die Störungen zu grossen Einfluss haben. Selbstverständlich kann man auch mit dünnen Platten gute Ergebnisse erzielen. Dafür sind jedoch besonders genau gearbeitete Modelle notwendig.

II. — Sorgfältige Modellversuche über die Schubknickung von Platten enthält eine Aachener Dissertation [3]. Diese Versuche zeigten die Schwierigkeiten, die sich der Verwirklichung der Randbedingungen entgegenstellen. Da ein Seitenpaar frei war, mussten auch Biegungsspannungen auftreten. Spannungen und Randbedingungen lassen sich also nicht unmittelbar mit den theoretischen Verhältnissen vergleichen, weiter wären die Spannungserhöhungen in der Nähe der freien Ränder zu beachten. Schliesslich deuten die beobachteten Biegungsflächen darauf hin, dass die Einspannung nicht vollkommen war. Bollenrath selbst bemerkt, dass « die Güte der Annäherung an die theoretische Knicklast so ziemlich eine Frage der Einspannung ist ».

Die Versuche wurden mit Platten aus Zelluloid, Duralumin und Messing durchgeführt, wobei der Elastizitätsmodul zwischen 16 und 943 t/cm² variierte.

Die Ausbeulung ging immer vom freien Rande aus. Die Knickspannungen ergaben sich für den elastischen Bereich zu

$$h\tau_K = 50 \frac{D}{b^2} \tag{1}$$

Der Zahlenkoeffizient wurde zwischen 47 und 56 gefunden, wobei die theoretische Breite zwischen den Klemmbacken eingesetzt wurde. Die Theorie liefert für die sehr lange Platte mit freiaufliegenden bzw. eingespannten Rändern

$$h\,\tau_K = 53 \text{ bzw. } 89 \frac{D}{b^2} \tag{2}$$

Die ganze Beulenlänge wurde im Mittel aller Versuche zu $\lambda = 1{,}97\ b$ gefunden. Die Theorie gibt $\lambda = 2{,}66\ b$ für freiaufliegende Ränder und $\lambda = 1{,}60\ b$ bei Einspannung. Da die Breite nur 0,8 bis 2,0 cm betrug, bei den Metallstrei-

1. K. von Sanden und K. Günther, Ueber das Festigkeitsproblem querversteifter Hohlzylinder unter gleichmässigem Aussendruck, Werft und Reederei 1920 und 1921.

2. V. Takesada Tokugawa, Model experiments on the elastic stability of closed and cross-stiffened circular cylinders under uniform external pressure. Paper N° 651 der japan. Schiffbautechn. Gesellschaft, 1929.

3. F. Bollenrath, Ausbeulerscheinungen an ebenen auf Schub beanspruchten Platten, München, 1928.

fen bis 3,5 cm, bei 0,5 cm breiten Einspannkanten, muss jede kleine Korrektur der Plattenbreite wesentlichen Einfluss auf das Ergebnis haben. Z. B. für $b'/b = 2{,}4/2{,}0$ würde der Koeffizient in Gl. 1 statt 50 gleich 72, die Beulenlänge $\lambda' = 1{,}64\ b'$.

Die Gleichung von Bollenrath gilt nur für Schubspannungen unter der Proportionalitätsgrenze τ_P, die deutlich ausgeprägt war. Sie wurde, zugleich als Grenze zwischen der elastischen und unelastischen Ausbeulung, bei den folgenden Verhältnissen b/h gefunden : 34 bei Zelluloid, 50 bei Duralumin und 70 bei Messing. Ein Unterschied in der Beulenlänge für elastische und unelastische Ausbeulung war nicht festzustellen.

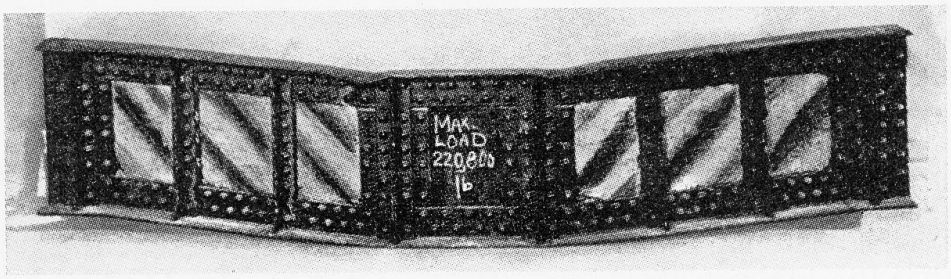

Fig. 1.

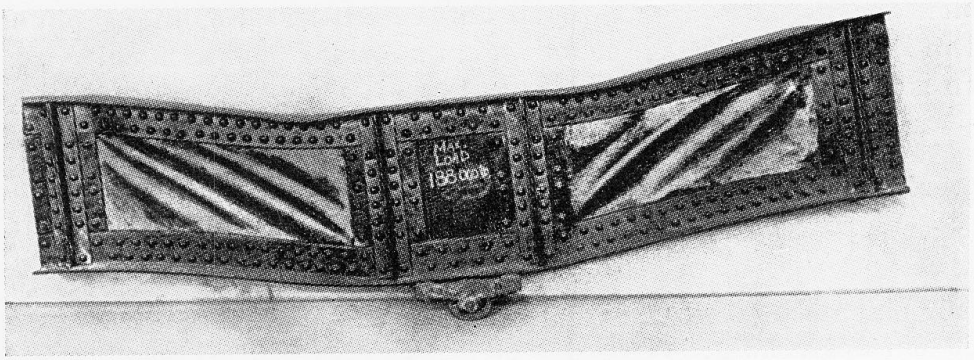

Fig. 2.

III. — Zwei schöne Beispiele von durch Schubspannungen ausgebeulten Blechen zeigen die Fig. 1 und 2, die einem Versuchsbericht von H. F. Moore und W. M. Wilson entnommen sind [1]).

IV. — Stabilität der Stegbleche von Blechträgerbrücken, insbesondere aus hochwertigen Baustählen.

Die Sicherung der Stegbleche von Vollwandbalken gegen die Ausbeulung durch Biegungsdruckspannungen ist schwieriger durchzuführen, als die gegen Schubspannungen. Die grössten Schubspannungen hat man im allgemeinen nur in der Nähe der Stützen, dagegen sind z. B. beim Parallelbalken die Biegungsdruckspannungen praktisch auf der ganzen Länge von konstanter Grösse.

1. H. F. Moore and H. M. Wilson, the strength of webs of I-beams and girders. University of Illinois, Engineering experiment station Bulletin N° 86, May 1916.

Besondere Schwierigkeiten sind bei kontinuierlichen Trägern zu überwinden, doch ist es auch da in den meisten Fällen möglich, konstruktiv und ästhetisch befriedigende Lösungen zu finden. Ein Beispiel einer Brücke, bei deren Entwurf alle Erfahrungen über die Stabilität von versteiften Platten berücksichtigt werden konnten, ist die im Bau befindliche « Dreirosenbrücke » über den Rhein in Basel [1].

Die bekannten Erfahrungsregeln für die Bemessung der Stegbleche gelten für Stahl von Normalgüte (St 37).

Wir betrachten eine bestimmte Konstruktion. Das Stegblech soll im elastischen Bereich knicken und andere Stabilitätsgrenzen als die des Stegblechs sollen nicht in Frage kommen. Wenn diese Konstruktion aus St 37 1,7-fache Sicherheit gegen Ausbeulen besitzt, so würde sie aus St 52 und unter der 1,5-fachen Belastung, die an sich zulässig wäre, nur noch 1,1-fache Knicksicherheit haben. Bei sonst gleichen Verhältnissen und genügend hoher Proportionalitätsgrenze müsste das Stegblech einer Konstruktion aus St 52 im Vergleich zu St 37 um 1,22-mal dicker sein. Allgemein müssten sich die Blechdicken wie die Wurzeln aus den Spannungen verhalten.

Ein Beispiel soll die Notwendigkeit besonderer Massnahmen zur Aussteifung hoher Blechträger illustrieren. Das unversteifte Stegblech eines Trägers aus St 52 soll eine kritische Biegungsbeanspruchung von $\sigma_K = 0{,}85 . 2{,}1 . 1{,}75 = 3{,}12$ t/cm² besitzen, entsprechend der üblichen Sicherheit gegen Erreichen der Streckgrenze, bezogen auf die mittlere Spannung ohne Nietabzüge. Die Proportionalitätsgrenze liege mindestens ebenso hoch. Nach Timoshenko ist dann

3) $$\sigma_K = 24.1895\ (h/b)^2 = 45500\ (h/b)^2, \text{ in t/cm}^2,$$

oder wenn $\sigma_K = 3{,}12$ t/cm² sein soll

4) $$b = 120\ h.$$

Z. B. für einen Träger von $b = 480$ cm Höhe wäre eine Stegblechstärke von $h = 4{,}0$ cm notwendig. Vertikale Steifen in 240 cm Abstand würden [2] die Knickspannungen nur um 6% heben. Vertikale Steifen sind also kein geeignetes Mittel, um die Stabilität unter Biegungsdruckspannungen zu verbessern. Bei steifen, gegen Verdrehung gesicherten Gurten liegen die Verhältnisse infolge der Randeinspannung etwas günstiger. Wieviel dieser Einfluss ausmacht, kann jedoch nur von Fall zu Fall geschätzt werden.

V. — Zur experimentellen Bestimmung der Knickspannungen im elastischen Bereich.

Für die Untersuchung der Stabilität sollte mehr als bisher die Beobachtung der Schwingungszahlen mit heran gezogen werden. Wird das stabile Gleich-

---

1. L. Karner, Internat. Wettbewerb zur Erlangung von Entwürfen für eine Strassenbrücke über den Rhein in Basel (Dreirosenbrücke). Die Bautechnik, 1931. Ferner : Wettbewerb Dreirosenbrücke Basel. Ein Markstein in der Entwicklung der Balkenbrücken. Der Bauingenieur, 1931.

2. S. Timoshenko, Tafel 8, Vorbericht, S. 143.

gewicht eines elastischen Systems gestört, so zeigt das System das Bestreben, in die frühere Lage zurückzukehren. Das System schwingt um die stabile Gleichgewichtslage, die Frequenz ändert sich mit dem Spannungszustand. Bei jedem elastischen System, das unter einem bestimmten Spannungszustand instabil wird, sinkt die Frequenz bei Annäherung der Spannungen an die kritischen Werte. Auf der anderen Seite steigt sie mit Spannungen, die die Stabilität vergrössern. An der Stabilitätsgrenze wird die Frequenz null, das System zeigt keine Tendenz, in die alte Gleichgewichtslage zurückzukehren.

Für einen Stab mit der Druckspannung σ und der Euler-Knickspannung σ_K ist die Frequenz

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_K}}$$

worin p_0 die Frequenz des unbelasteten Stabes bedeutet [1]. Dabei ist vorausgesetzt, dass $\sigma_K < \sigma_P$ und die Störungsausbiegung genügend klein bleibt. Man erhält die folgenden Werte :

$\sigma : \sigma_K =$	0,00	0,50	0,75	0,90	0,950	0,990	0,999	1,000
$p : p_0 =$	1,00	0,707	0,500	0,316	0,224	0,100	0,032	0,000

Ähnliche Zusammenhänge gelten für Platten und Schalen. Die Beobachtung der Frequenzen dürfte auch noch dann brauchbare Ergebnisse liefern, wenn die theoretische Form etwas gestört ist.

Traduction.

I. — Les essais de Lilly, dont il est fait mention dans la Publication préliminaire, ne peuvent pas être utilisés pour établir une comparaison avec les résultats théoriques. Les épaisseurs de 0,038 à 0,122 cm sont trop petites, pour les tôles du commerce, pour permettre d'effectuer un contrôle du calcul. Les déformations par rapport au plan initial sont trop importantes ; en outre, il aurait fallu faire intervenir, à côté du flambage s'exerçant transversalement par cisaillement, le voile sous l'influence de contraintes simultanées de compression et de flexion. Quoi qu'il en soit, ces essais montrent quels écartements on doit admettre entre les éléments de renforcement verticaux pour leur permettre de parer aux contraintes de flambage τ_K. On trouvera dans le tableau ci-dessous

Rapport α	3,3	1,65	1,1	0,55
τ_K en kg/mm²				
$h = 0{,}038$ cm.	3,71	4,95	6,2	7,42
$h = 0{,}056$ cm.	3,81	5,28	7,0	8,48
$h = 0{,}122$ cm.	5,38	8,3	11,7	16,1

1. Vgl. Handbuch der Physik, Band VI, Berlin, 1928, S. 365.

les charges transversales critiques τ_K correspondant à divers rapports α entre les dimensions des côtés des plaques élémentaires, pour différentes épaisseurs h des tôles constituant ces plaques. Il est intéressant de remarquer que les longueurs de voile se sont révélées indépendantes de l'épaisseur des tôles.

En ce qui concerne les épaisseurs minima des tôles qu'il convient d'adopter pour les essais, on se reportera aux travaux de K. v. Sanden [1] et de T. Tokugawa [2]. Dans des modèles en tôle d'acier destinés à reproduire exactement les conditions de la construction pratique, l'épaisseur des parois ne doit pas descendre au-dessous de 4 millimètres, faute de quoi les influences qui provoquent les déformations sont trop fortes. On peut naturellement obtenir également de bons résultats avec des plaques minces ; toutefois, les modèles doivent alors être étudiés avec un soin particulier.

II. — Des essais très soignés, sur modèles, ont été effectués à Aix-la-Chapelle, sur le flambage des plaques par contrainte latérale [3]. Ces essais ont permis de mettre en évidence les difficultés que présente la réalisation de conditions déterminées en ce qui concerne les bords des plaques. Deux des côtés étant libres, des contraintes de flexion se sont également manifestées. On ne peut donc pas comparer d'une manière directe les contraintes et les conditions des bords des plaques avec les résultats correspondants obtenus du point de vue théorique ; en outre, il faudrait également tenir compte des accroissements que subissent les contraintes au voisinage des bords libres. Enfin, les surfaces de déformation qui ont été observées montrent que l'encastrement réalisé n'était pas parfait. Bollenrath lui-même fait remarquer que la valeur de l'approximation par rapport à la charge théorique de flambage est presqu'exclusivement une question d'encastrement.

Les essais ont été effectués sur des plaques de celluloïd, de duralumin et de laiton ; le module d'élasticité variait ainsi entre 160 et 9.430 kg par mm^2.

Le voile s'est toujours amorcé sur les bords libres. On a atteint, pour les efforts de flambage dans le domaine élastique :

$$h\,\tau_K = 50\,\frac{D}{b^2} \qquad (1)$$

Le coefficient numérique a atteint des valeurs comprises entre 47 et 56, ce coefficient tenant compte de l'écartement théorique entre les mâchoires de serrage. La théorie donne pour les plaques très longues reposant en appui libre ou avec bords encastrés :

$$h\,\tau_K = 53 \text{ ou } 89\,\frac{D}{b^2} \qquad (2)$$

Pour tous les essais, la valeur moyenne de la longueur de voile a été

1. K. v. Sanden et K. Günther, Ueber das Festigkeitproblem querversteifter Hohlzylinder unter gleichmässigem Aussendruck, Werft und Reederei, 1920 et 1921.

2. V. Takesada Tokugawa, Model experiments on the elastic stability of closed and cross. stiffened circular cylinders under uniform external pressure. Rapport n° 651 de la Société de Constructions Navales Japonaise, 1929.

3. F. Bollenrath, Ausbeulerscheinungen an ebenen auf Schub beanspruchten Platten-Munich, 1928.

$\lambda = 1{,}97\, b$. La théorie donne $\lambda = 2{,}66\, b$, pour des plaques reposant librement sur leurs bords et $\lambda = 1{,}60\, b$ dans le cas de l'encastrement. La largeur n'atteignant que 0,8 à 2 cm, pour des bandes métalliques allant jusqu'à 3,5 cm, avec des encastrements de 0,5 cm de large, une correction si faible soit-elle sur la largeur de la plaque doit exercer une influence sensible sur le résultat obtenu. C'est ainsi que pour $b'/b = 2{,}4/2{,}0$ on atteindrait pour le coefficient de l'équation (1) une valeur de 72 au lieu de 50, la longueur de voile étant alors $\lambda' = 1{,}64\, b'$.

L'équation de Bollenrath n'est valable que pour les efforts transversaux inférieurs à la limite de proportionnalité τ_p qui fut nettement accusée. Elle a coïncidé avec la limite de séparation entre les voiles élastique et plastique pour les rapports de dimensions suivants : $b/h = 34$ pour le celluloïd, 50 pour le duralumin et 70 pour le laiton. On n'a pas constaté de différences entre les longueurs de voile pour les voiles élastique et plastique.

III. — Les figures 1 et 2 constituent deux remarquables exemples de tôles ayant subi un voile par suite de contraintes latérales ; elles sont extraites d'un rapport d'essais publié par H. F. Moore et W. M. Wilson [1].

IV. — Stabilité des âmes des poutres de ponts, particulièrement en ce qui concerne les aciers de construction à haute résistance.

Il est plus difficile d'assurer la sécurité des âmes des poutres pleines contre le voile dû aux contraintes simultanées de compression et de flexion, que contre le voile dû aux efforts transversaux. Les maxima de ces contraintes transversales se manifestent en général seulement au voisinage des appuis ; par contre, dans les poutres parallèles par exemple, les contraintes simultanées de flexion et de compression sont pratiquement constantes sur toute la longueur de la poutre. Des difficultés particulières se rencontrent dans les poutres continues ; toutefois, précisément dans ce cas, il est très souvent possible de trouver des solutions satisfaisantes du point de vue de la construction et par ailleurs esthétiques. Le pont des Trois Roses, qui est actuellement en construction sur le Rhin à Bâle, constitue un remarquable exemple d'une construction dans laquelle on a tenu compte, dès l'établissement du projet, de toutes les expériences qui ont été faites au sujet de la stabilité des plaques renforcées [2].

Les règles expérimentales connues pour le calcul des pièces d'âme sont applicables à l'acier de construction de qualité normale (St. 36).

Considérons un ouvrage déterminé. Les tôles d'âme doivent subir le flambage dans la zone élastique et il ne doit pas intervenir d'autres limites de stabilité que celle de la tôle d'âme. Supposons l'ouvrage en acier St 37, avec une sécu-

---

1. H. F. Moore et H. M. Wilson, The strength of webs of I-beams and girders. Université d'Illinois, Bulletin de la Station d'Essais n° 86, mai 1916.

2. L. Karner, Concours International pour l'établissement des projets concernant la construction d'un pont-route sur le Rhin, à Bâle (Dreirosenbrücke), Die Bautechnik, 1931, et : Concours pour le Pont des Trois Roses à Bâle ; une date dans l'évolution de la construction des ponts à poutres, Der Bauingenieur, 1931.

rité de 1,7 contre le voile ; si, par contre, il était en acier St 52, avec une charge correspondant à un coefficient de 1,5, valeur admissible en soi, il ne resterait plus qu'une marge de sécurité de 1,1. Toutes choses égales d'ailleurs et pour une limite de proportionnalité suffisamment élevée, une pièce en acier St 52 doit avoir une épaisseur égale à environ 1,2 fois l'épaisseur correspondant à l'acier St 37. D'une manière générale, les épaisseurs des tôles varient comme les racines des charges.

Un exemple montrera quelles précautions particulières il est nécessaire d'envisager pour le renforcement des poutres à âmes pleines de grande hauteur. L'âme non renforcée d'une poutre en acier St 52 doit accuser une charge critique à la flexion

$$\sigma_K = 0{,}85 . 2{,}1 . 1{,}75 = 3{,}12 \text{ t/cm}^2$$

qui correspond à une marge de sécurité normale par rapport à la limite d'écoulement, pour l'effort moyen, sans tenir compte de l'affaiblissement dû au rivetage. La limite de proportionnalité serait au moins aussi élevée. On a alors, d'après Timoshenko :

$$\sigma_K = 24.1895 \, (h/b)^2 = 45500 \, (h/b)^2 \text{ en t/cm}^2 \qquad (3)$$

ou, si σ_K doit être égal à 3,12 t/cm² :

$$b = 120 \, h \qquad (4)$$

Par exemple, pour une poutre ayant une hauteur $b = 480$ cm, il serait nécessaire d'adopter pour les tôles de l'âme une épaisseur de $h = 4{,}0$ cm. Des éléments de renforcement situés à des intervalles de 240 cm n'élèveraient la charge de flambage que de 6 % environ[1]. L'adjonction d'éléments de renforcement verticaux ne constitue donc pas une solution favorable pour améliorer la stabilité aux efforts simultanés de compression et de flexion. Avec des membrures rigides, présentant une sécurité assurée contre la torsion, on arrive à des conditions de résistance bien meilleures, par suite de l'encastrement qui en résulte pour l'âme. L'influence exercée par cette disposition ne peut toutefois être évaluée que comme un cas d'espèce.

V. — La détermination expérimentale des contraintes de flambage dans la zone élastique.

Il devient de plus en plus important de prendre en considération, dans les études sur la stabilité, la question des fréquences d'oscillation. Lorsque l'équilibre stable d'un système élastique est soumis à une perturbation, ce système accuse une tendance à revenir à sa position initiale. Le système oscille autour de la position qui correspond à l'équilibre stable ; la fréquence varie avec le régime de charge. Dans tout système élastique instable sous un régime de charge déterminé, la fréquence baisse lorsque la charge approche de la valeur critique. Par ailleurs, elle s'élève pour des charges qui provoquent une amélioration de la stabilité. A la limite de stabilité, la fréquence est nulle, le système ne manifeste aucune tendance à revenir à l'ancienne position d'équilibre.

---

1. Timoshenko, Tableau 8, Publication Préliminaire, p. 162.

Pour une barre soumise à une contrainte de compression σ et admettant une charge de flambage d'Euler σ_K, la fréquence d'oscillation est donnée par :

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_K}}$$

p_0 désignant la fréquence de la barre à l'état non chargé [1]. On suppose que σ_K est inférieur à σ_P et que la déformation est suffisamment faible.

On obtient alors les valeurs suivantes, pour p/p_0, en fonction de $\frac{\sigma}{\sigma_K}$.

$\frac{\sigma}{\sigma_K}$:	0	0,5	0,75	0,9	0,95	0,99	0,999	1
$\frac{p}{p_0}$:	1	0,707	0,5	0,316	0,224	0,1	0,032	0

On obtiendrait des relations semblables pour les dalles et les surfaces de courbure. La prise en considération des fréquences ne peut toutefois donner de résultats effectifs que lorsque la forme théorique subit une certaine perturbation.

Dr.-Ing. A. HAWRANEK,
Professor an der Deutschen Technischen Hochschule, Brünn.

Knickversuch eines Blechträgerstückes mit veränderlicher Höhe.

Soweit bekannt, liegen bisher bloss theoretische Versuche mit vollwandigen genieteten Trägern mit parallelen Gurtungen vor, die sich mit dem Stabilitäts-

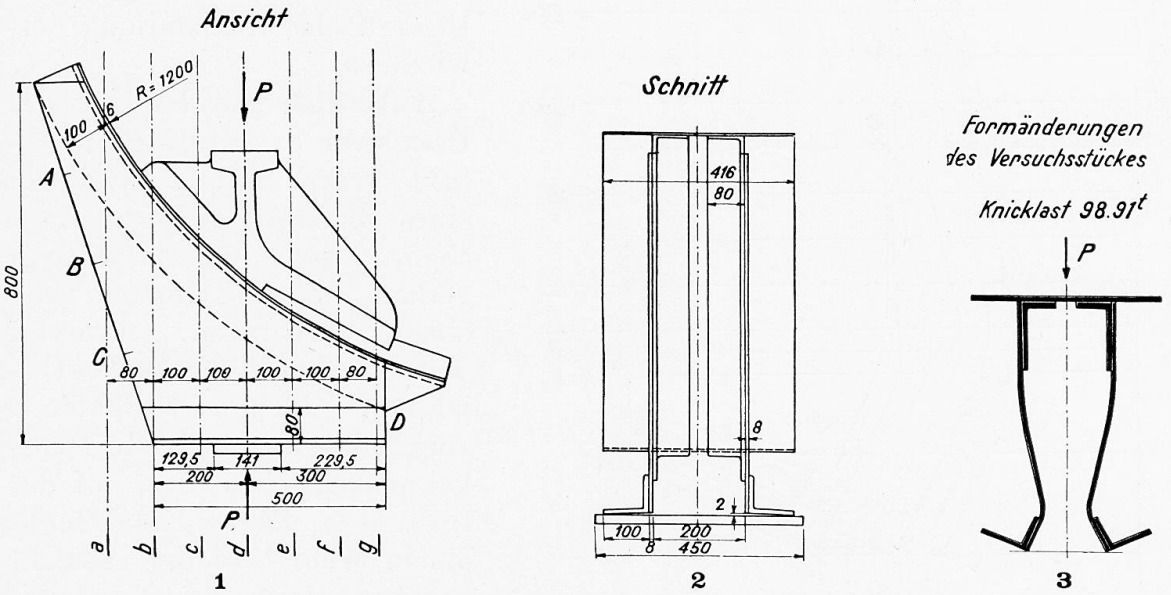

Fig. 1. — Vue de face = Ansicht = Side view.
Fig. 2. — Coupe = Schnitt = Section.
Fig. 3. — Déformation de la pièce d'essai = Formänderungen des Versuchsstückes = Deformation of the test piece — Charge de flambage : 98, 91 tonnes = Knicklast 98, 91t = Bukling load 98, 91 tons.

1. Voir Handbuch der Physik, vol. VI, Berlin, 1928, p. 365.

problem des Stehbleches befassen. Für Blechträger mit nichtparallelen Gurtungen ist sowohl für den Fall von Schubspannungswirkungen, wie bei Biegung das Problem der Stabilität des Stehbleches derzeit noch ungelöst, ist aber für die Hauptträger von Brücken, die als durchlaufende Träger oder Gerberträger ausgebildet sind von Wichtigkeit, da diese bei den Stützen gewöhnlich eine Vergrösserung der Stehblechhöhe in Form von Vouten erhalten.

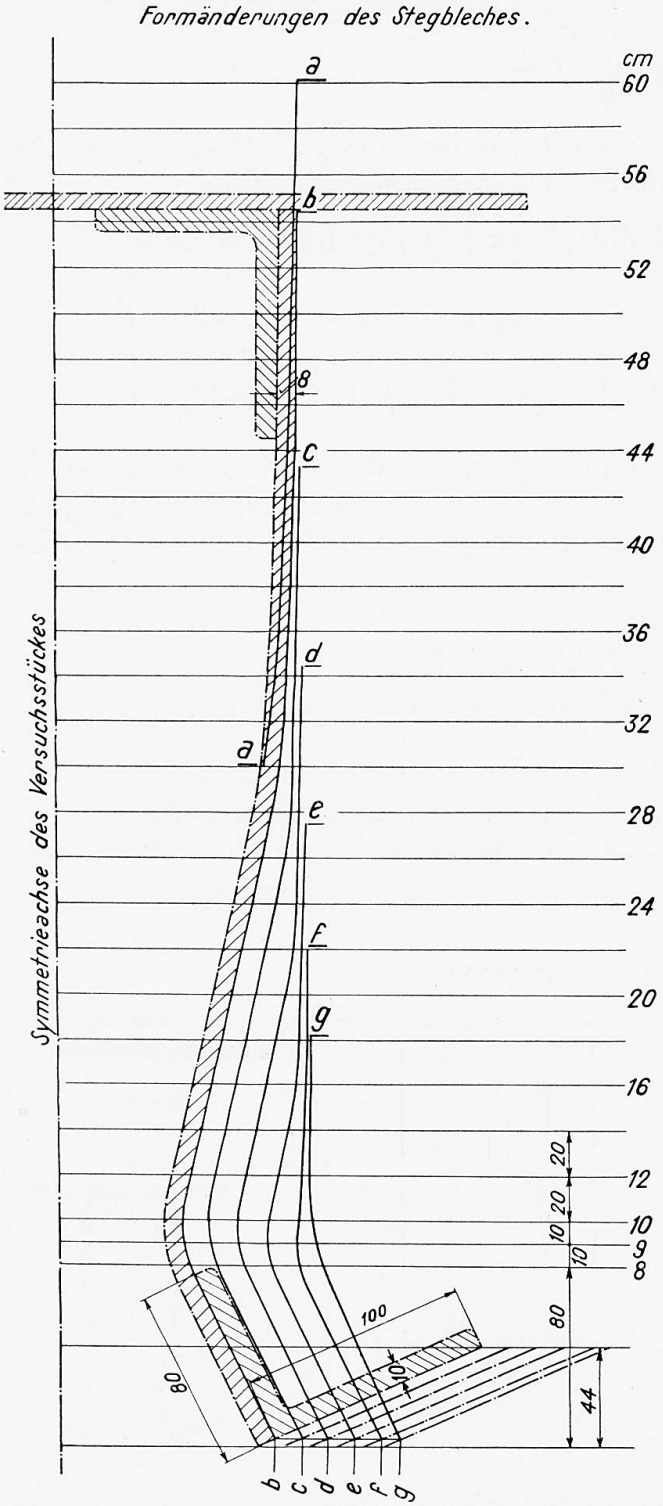

Fig. 4. — Déformation de l'âme = Formänderung des Stegbleches = Deformation of the web. — Axe de symétrie de la pièce d'essai = Symmetrieachse des Versuchsstückes = Axis of symmetry of the test piece.

Verfasser hat zur Klärung einer einschlägigen Frage einen Versuch durchgeführt, aus dem sich allerdings keine allgemeinen Schlüsse ableiten lassen, da er abgesehen von der Form des Versuchsstückes auch bezüglich der Lagerung eigenartig ist, aber hier vorgeführt werden soll, weil die Erscheinungen beim Knickvorgang die theoretische Behandlung erleichtern.

Anlässlich eines Falles in der Praxis war es nötig, die Knicklast eines Sattels in Form eines Blechträgers zu untersuchen, dessen untere Gurtung gerade, die obere Gurtung nach einem Kreisbogen gekrümmt war. Bei dem betreffenden Objekte war bloss ein Stehblech vorhanden, unten ein Gurtwinkel aussen, oben einer auf der Innenseite. Dieses Stück hatte die in Abb. 1 in der Ansicht gegebene Form, sie ist unsymmetrisch, das Stehblech war seitlich schief hinaufgezogen und 8 mm stark. Die Gurtwinkel sind 80/100/10. Die Abstützung des Stückes erfolgte auf einen I-Trägerflansch von 141 mm Breite. Die Belastung war lotrecht, auf 50 cm Breite am Obergurt gleichmässig verteilt, wirksam.

Für den Versuch wurde das Stück doppelwandig mit 200 mm lichtem Abstand ausgebildet (Abb. 2) und oben mit einer 6 mm starken Kopfplatte verbunden. Damit die lotrechte Kraft gleichmässig wirke und sich auf beide Stegteile in gleicher Weise verteile, wurde ein eigenes Gusslager aufgesetzt und die Schubwirkung durch ein aufgesetztes und verschraubtes Zwischenstück aufgenommen.

Die Fusswinkel sind mit einer geringen Federung von 2 mm(Abb. 2) aufgebracht worden, wie im Falle der Praxis, was aber für die Knicklast ohne Einfluss ist, da sich der Fusswinkel bei der kleinsten Last schon ganz aufstützte.

Das Versuchstück wurde mit einem Liniennetz auf den Aussenseiten ver-

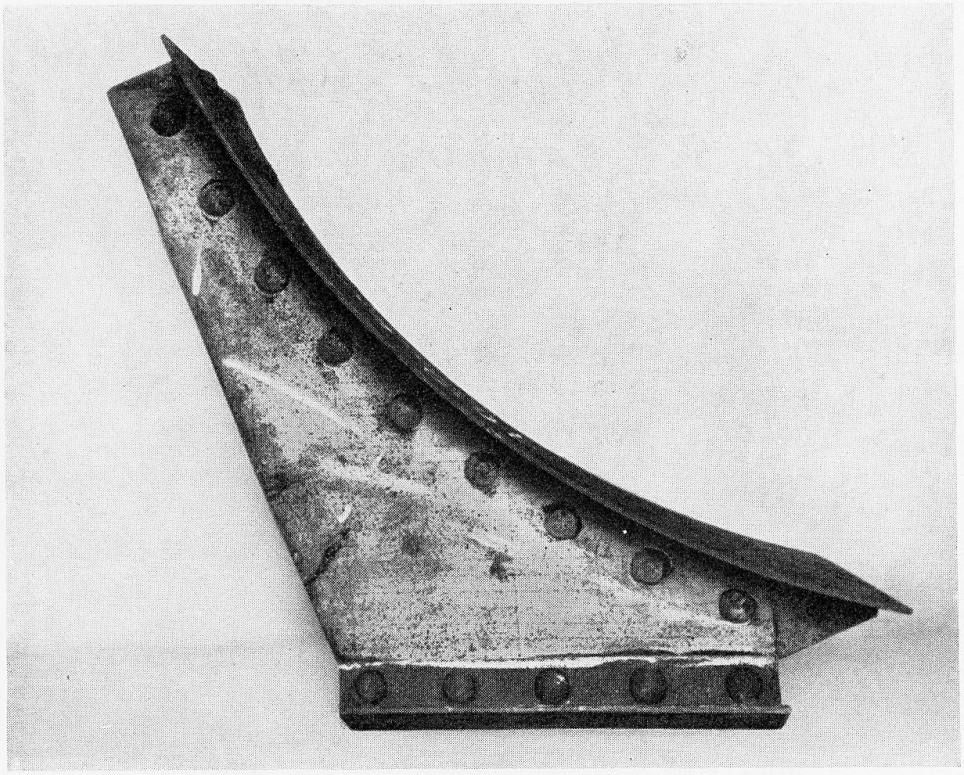

Fig. 5.

sehen und in die 400 t-Presse der Deutschen Techn. Hochschule in Brünn eingebracht.

Im Endzustande hatten die Stehbleche im Querschnitt eine Verbiegung aufgewiesen, die in Abb. 3 wiedergegeben ist. Gemessen wurden während des Versuches die lichten Abstände der Stehbleche auf der schiefen Seite, deren Länge in vier gleiche Teile geteilt war. Die Teilpunkte sind von oben O, A, B, C, während auf dem gegenüberliegenden Rand des Stehbleches knapp unterhalb der Innenwinkel bei D gemessen wurde. Die einzelnen Laststufen wurden je 5 Minuten lang gehalten.

Die Ablesungen ergaben :

Belastung :		0	48,714	61,28	73,846	86,4	98,98	*t*
Messtelle	A	200	200,8	200,6	200,8	200,9	201,0	mm
»	B	198,1	198,2	198,4	198,5	198,9	199,6	»
»	C	195,0	191,2	190,5	189,4	188,0	184,2	»
»	D	202,9	203,4	203,4	203,5	203,5	209,5	»

Die Knicklast betrug 98, 98 *t*, somit entfällt auf eine Hälfte die Knicklast von 49, 49 *t*.

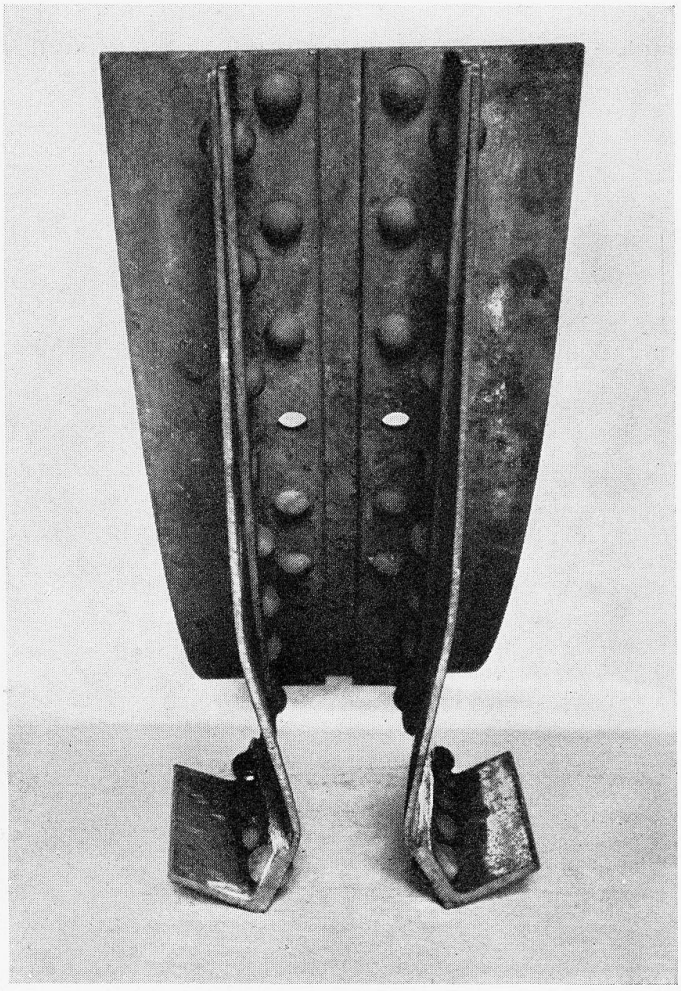

Fig. 6.

Die windschiefe Verbiegung des Stehbleches wurde nach dem Versuche für verschiedene Vertikalschnitte *a-g* (Abb. 1) des Fusses genau vermessen und in Abb. 4 eingetragen. Dabei wurden die unteren Winkeleisen im Grundriss nach innen gedreht und zwar haben sich diese an der Stelle mit grösster Trägerhöhe am meisten genähert, was auch aus Abb. 4 entnommen werden kann. Abb. 5 und 6 geben die Längs- und Queransicht des Versuchsstückes nach der Ausknickung.

Im vorliegenden Fall war es nicht möglich, bisher aufgestellte Formeln anzuwenden. Deshalb wurde eine Theorie aufgestellt, die wegen Raumman-

gels an anderer Stelle veröffentlicht wird. Hier soll nur der Näherungsweg beschritten werden, der eine gute Uebereinstimmung brachte.

Zu diesem Zwecke ist die Basislänge in 10 gleiche Teile eingeteilt worden. Es wurden 10 vertikale Streifen herausgegriffen, ohne auf die seitlichen Widerstände Rücksicht zu nehmen, die die kürzeren Streifen der Ausbeulung der längeren entgegensetzen. Ausserdem wurde der lange dreieckige Zwickel des Stehbleches vernachlässigt, der unten keine Stützung hat, länger ist und auch nicht unmittelbar belastet wird.

Diese Streifen des Stehbleches hatten eine Fläche von 4 cm² und einen Trägheitshalbmesser von 0,231 cm. Da nach der Formänderung des Versuchsstückes die unteren Fusstellen sich gedreht haben, oben jedoch die Gurtwinkel das Stehblech festhielten, aber knapp unterhalb des Winkelrandes das Stehblech sich ausgedreht hat, wird für jeden Streifen der Abstand vom Fussende bis zu diesem Winkelrand als freie Knicklänge genommen.

Für diese Annahme wurde für alle Streifen unabhängig voneinander die zulässige Knicklast nach Tetmajer bezw. Euler gerechnet für s = 1200 kg/cm². Die Stauchspannung für das verwendete Eisen ist mit 2400 kg/cm² ermittelt worden.

Die zulässige Last ergab sich mit 49,44 und die rechnungsmässige Knicklast aus der Stauchspannung mit 98,88 t. Die tatsächliche Knicklast betrug für diese Hälfte 98, 62 t., was eine gute Ubereinstimmung gibt.

Traduction.

Jusqu'à maintenant, et pour autant que l'on sache, seules les poutres rivées à âme pleine à membrures parallèles ont fait l'objet d'études portant sur la question de la stabilité des tôles de l'âme. En ce qui concerne les poutres en tôle dont les membrures ne sont pas parallèles et tant pour le cisaillement que pour la flexion, le problème de la stabilité des tôles de l'âme n'a pas encore reçu de solution. Ce problème présente cependant une extrême importance pour les poutres principales de ponts exécutées en poutres continues ou poutres Gerber, car ces dispositions comportent généralement, aux appuis, une augmentation de la hauteur de l'âme sous forme de voûtins.

L'auteur, ayant à étudier une question corrélative, a effectué un essai, qui, sans permettre d'aboutir à des conclusions d'ordre général (car cet essai porte non seulement sur une forme particulière, mais également sur une disposition particulière des appuis), n'en est pas moins intéressant à évoquer ici, les phénomènes qui ont été constatés au flambage pouvant contribuer à faciliter l'étude théorique de ce processus.

A l'occasion d'un cas concret, il fut nécessaire d'étudier le flambage d'une pièce d'appui ayant la forme d'une poutre à âme pleine, dont la membrure inférieure affectait une forme rectiligne, tandis que la membrure supérieure présentait la forme d'un arc de cercle. Dans le cas considéré, la poutre ne comportait qu'une seule tôle d'âme, avec cornière de membrure inférieure extérieure et cornière de membrure supérieure intérieure. La pièce avait la forme indiquée sur la figure 1 ; elle était donc dissymétrique, la tôle d'âme,

d'une épaisseur de 8 millimètres, étant inclinée latéralement vers le haut. Les cornières de membrure ont 80-100-10. L'appui de la pièce était assuré par une semelle en I de 141 mm de large. La charge s'exerçait verticalement, sur 50 centimètres de large, et d'une manière uniformément répartie, sur la membrure supérieure.

Pour l'essai, la pièce fut constituée avec double paroi à un écartement entre âmes de 200 mm (figure 2), ces deux âmes étant assemblées à la partie supérieure avec une semelle de 6 mm d'épaisseur. Afin que l'influence de la charge puisse s'exercer uniformément et que cette charge se répartisse également sur les deux âmes de la pièce, on disposa un support en fonte de forme appropriée, l'effort de cisaillement étant supporté par une pièce intermédiaire rapportée et boulonnée.

Les cornières inférieures sont montées avec un faible jeu de 2 mm (figure 2), de même que dans la pratique, fait qui n'exerce cependant aucune influence sur le processus du flambage, car l'appui effectif de ces dernières est complètement assuré pour la plus faible charge.

On traça sur la pièce d'essai un système de lignes de repère et elle fut montée sur la presse de 400 tonnes de l'École Polytechnique de Brünn.

La figure 3 représente la déformation accusée par les tôles de l'âme à la fin de l'essai. Pendant l'essai, on mesura l'intervalle entre les tôles d'âme, sur le côté incliné, dont la longueur avait été divisée en quatre parties égales. Les points de divisions sont marqués, à partir du haut, O, A, B, C ; sur le bord opposé de la tôle d'âme, presque sous la cornière, la mesure fut effectuée en D. Les différentes charges successives furent maintenues chacune pendant 5 minutes.

Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau ci-contre :

La charge de flambage fut atteinte pour 98,98 t, ce qui correspond, pour chaque moitié de la pièce, à une charge de flambage de 49,49 tonnes.

Charge en t.	0	48,71	61,28	73,85	86,4	98,98
Point A	200	200,8	200,6	200,8	200,9	201
Point B	198,1	198,2	198,4	198,5	198,9	199,6
Point C	195	191,2	190,5	189,4	188	184,2
Point D	202,9	203,4	203,4	203,5	203,5	209,5

Le gauchissement de la tôle d'âme fut mesuré exactement après l'essai, pour différentes sections verticales *a-g* (figure 1) et fait l'objet de la figure 4. Les cornières inférieures se sont d'ailleurs déformées vers l'intérieur, se rapprochant d'ailleurs l'une de l'autre au maximum à l'endroit correspondant à la plus grande hauteur de l'âme de la poutre, ainsi qu'on peut s'en rendre compte sur la figure 4. Les figures 5 et 6 représentent la pièce ainsi soumise à l'essai, en vue longitudinale et transversale, après le flambage.

Il n'a pas été possible d'appliquer, au cas qui vient d'être exposé, les formules déjà établies. On a dû mettre sur pied une théorie, dont le peu de

place dont nous disposons actuellement nous oblige à différer la publication. Nous n'exposerons ici qu'une méthode approchée, donnant d'ailleurs un résultat en concordance.

Cette méthode consiste à diviser la longueur de base en 10 parties égales. On définit ainsi 10 bandes verticales et l'on ne tient pas compte de la résistance qu'opposent les bandes de faible longueur au flambage des bandes de plus grande longueur. On néglige en outre la longue pointe triangulaire de la tôle d'âme, qui ne comporte aucun appui inférieur et qui n'est pas soumise, d'ailleurs, à l'action d'une charge directe.

Les bandes ainsi définies avaient une surface de 4 cm² et un rayon d'inertie de 0,231 cm. A la suite des déformations provoquées par l'essai, les parties inférieures ayant été particulièrement déformées, la cornière supérieure de membrure ayant tenu, mais la tôle ayant été gauchie presque immédiatement au-dessous du bord de cette cornière, on a pris comme longueur libre de flambage, pour chacune des bandes, la distance entre le pied et ce bord de cornière lui-même.

On a calculé, dans ces conditions, d'après Tetmajer et Euler, la charge de flambage admissible pour toutes les bandes, indépendamment les unes des autres, pour s = 1200 kg/cm². La contrainte de compression, pour l'acier employé, a été trouvée égale à 2400 kg/cm².

On a trouvé une charge admissible de 49,44 tonnes et une charge de flambage déduite de la contrainte de compression de 98,88 tonnes. La charge de flambage effectivement constatée pour cette moitié de la pièce est de 98,62 tonnes, ce qui est d'accord avec le calcul.

Dr. Ing. ST. BRYLA,

Professeur à l'École Polytechnique, Lwów.

En ce qui concerne la question du renforcement des poutres en double T, à l'aide de contre-fiches, question soulevée par M. Timoshenko dans son très intéressant mémoire, je m'empresse d'indiquer ci-après les résultats des essais exécutés par moi en 1930-31.

Il s'agit de poutres en double T laminées, dont les âmes ont été renforcées par des contre-fiches, constituées par des fers plats soudés aux âmes. On a essayé des poutres de 16, 20, 24, 30, 32 et 34 cm de hauteur, dont les appuis étaient éloignés de 3 mètres. Les poutres supportaient une charge appliquée au milieu, car je n'avais pas d'appareils répartissant uniformément la charge sur toute la longueur des poutres.

Dans chacune des 6 séries on a essayé : une poutre sans contre-fiche de renforcement, une poutre avec 3 contre-fiches, placées aux points d'application des charges verticales, et une poutre à 5 contre-fiches placées à des distances égales l'une de l'autre. (Voir fig. 1.)

Les résultats détaillés de ces essais seront publiés spécialement. Je me bornerai ici à citer les résultats qui sont représentés par les tableaux fig. 2-4. Sur ces diagrammes, on a porté en abscisses les hauteurs des poutres et en ordon-

nées la résistance au pliage, calculée d'après la formule $k = \frac{M}{W}$, où M désigne la valeur du moment de rupture et W celle du moment de résistance des poutres.

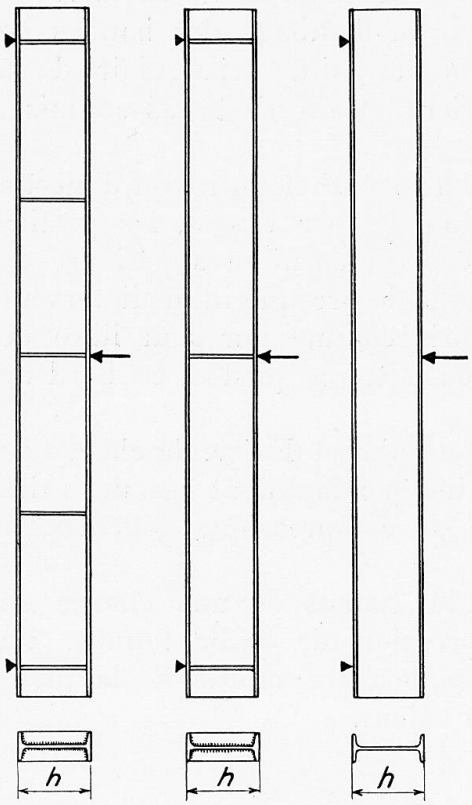

Fig. 1.

En ce qui concerne les autres poutres, elles n'ont pas supporté l'effort, ce qui s'est manifesté, soit par l'écrasement de la semelle, soit par le flambage de l'âme.

Pour ces dernières poutres, de plus grande hauteur, on voit l'importance de l'application des contre-fiches, qui augmentent la résistance.

Le diagramme fig. 2 (poutres non-renforcées) montre la diminution de la résistance pour des poutres d'une plus grande hauteur, ce qui est d'ailleurs connu ; cependant le diagramme fig. 3 (poutres renforcées par 3 contre-fiches) et surtout fig. 5 (5 contre-fiches) met en évidence, non seulement une stabilité, mais même une augmentation de la résistance. Cette augmentation est de plus en plus nette lorsque la hauteur des poutres augmente, et traduit le renforcement de l'âme à l'aide des contre-fiches.

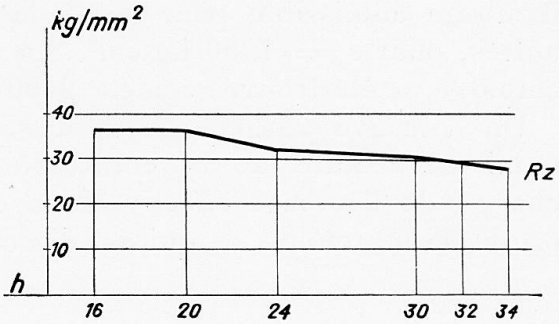

Fig. 2.

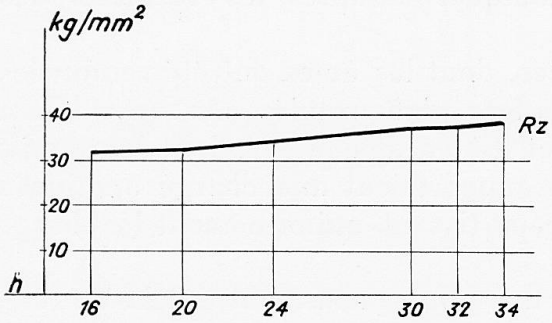

Fig. 3.

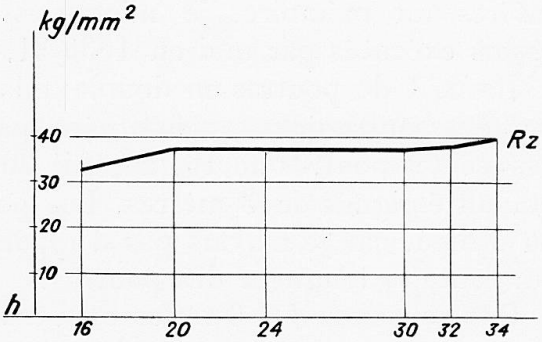

Fig. 4.

Les conséquences qu'on peut tirer de ces diagrammes sont les suivantes :

1° L'application de contre-fiches soudées augmente la résistance des poutres laminées en double T, quelquefois même de plus de 20 %.

2° Si les contre-fiches sont placées à la même distance, la résistance augmente d'autant plus que la hauteur de la poutre est plus grande.

3° Les essais n'ont pas permis de déterminer la valeur la plus avantageuse du rapport $\frac{h}{l}$.

4° L'augmentation est la plus grande si l'on applique des contrefiches dans les points d'application des charges concentrées.

5° L'application des contre-fiches à des intervalles plus réduits augmenterait la résistance, mais leur coût deviendrait alors plus élevé que le profit que l'on retirerait de l'augmentation de la résistance.

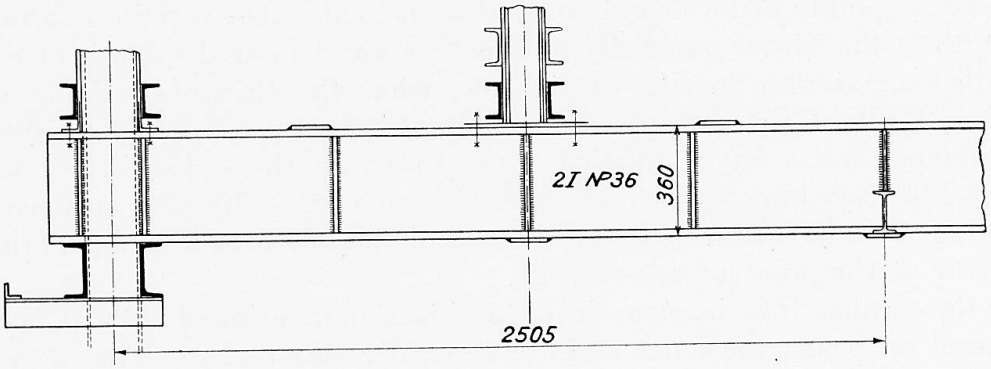

Fig. 5.

6° L'épaisseur de l'âme des poutres examinées n'a pas joué dans ces essais un rôle primordial, étant donné que ces poutres étaient relativement basses; l'épaisseur de l'âme dépend plutôt de considérations de fabrication que de questions de résistance.

Les résultats ci-dessus ne peuvent pas être généralisés, bien entendu, car nous n'avons pas appliqué une charge uniformément répartie sur toute la longueur de la poutre; néanmoins le renforcement des poutres par des contre-fiches soudées semble procurer des avantages incontestables.

L'augmentation de la résistance par application de contre-fiches peut avoir une importance dans la pratique pour des poutres en double T travaillant à la flexion et la compression. J'ai employé ces poutres à la construction du bâtiment de 16 étages de la Société « Prudential » à Varsovie, où l'on s'est décidé à construire encore le 16e étage alors que l'on était encore au 15e. Les poutres en double T, de 36 cm. de hauteur, qui supportaient 2 étages, ont dû être légèrement renforcées, et on ne pouvait pas appliquer de semelles ni en haut ni de côté, la construction ne le permettant pas. On a donc prévu, dans la partie la plus chargée, plusieurs contre-fiches soudées, en fers plats. (Fig. 5.)