Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 4 (1952)

Artikel: Le calcul en prérupture du béton armé et du béton précontraint

Autor: Torroja, E. / Paez, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5070

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

CII 1

Le calcul en prérupture du béton armé et du béton précontraint

Strength determination of reinforced and prestressed concrete when stressed near to the point of failure

Berechnung von Stahlbeton und Spannbeton unter Bruchspannung

PROF. DR. H.C. E. TORROJA et A. PAEZ
Madrid Madrid

On peut affirmer que depuis les débuts de la technique du béton, on a observé des variations et des anomalies du rapport entre la charge à laquelle on soumet le béton et la déformation qui se produit en lui.

Le manque de proportionnalité entre les contraintes et les déformations suppose une forte objection au critérium déjà périmé de déterminer les sections d'accord avec les tensions admissibles. Les orientations modernes qui se rapportent à la sécurité des éléments qui composent la structure et qui sont basées sur le concept des sollicitations limites, oblige naturellement à étudier le comportement des sections critiques en prérupture, c'est-à-dire, sous un état de tension limite dans lequel l'hypothèse de Hooke est loin d'être satisfaite à cause des importants phénomènes plastiques que présente le matériau.

Cependant, le grand nombre des variables qui interviennent dans les lois qui régularisent les contraintes en fonction des déformations empêche la pose rigoureuse et le développement d'un problème qui, même dans le cas hypothétique de pouvoir être résolu, exigerait pour son application pratique la connaissance d'un grand nombre de facteurs ou de caractéristiques, de valeur incertaine pour représenter une douteuse prévision future.

Le fait que, dans les utilisations techniques, on n'a pas besoin de lois exactes, permet d'introduire certaines hypothèses simplificatives qui seront admissibles quand elles conduiront à des résultats très proches des résultats réels et dont les erreurs compatibles avec les nécessités pratiques sont inférieures à celles qu'offrent les lois traditionnellement employées.

Selon cette orientation et dans le but d'établir la loi qui relie les contraintes aux déformations, on a représenté dans un graphique les résultats expérimentaux obtenus

par divers investigateurs en prenant comme axes coordinés (fig. 1) non les valeurs absolues des contraintes et des déformations, mais bien les quotients qui se déduisent en divisant ces magnitudes respectivement par la charge maximum de rupture et par la déformation unitaire correspondante à cette contrainte.

Evidemment, la valeur absolue des déformations observées dépend, entre autres variables, de la rapidité de l'essai, ou ce qui revient au même, du temps passé sous l'action des paliers successifs et élémentaires de la charge.

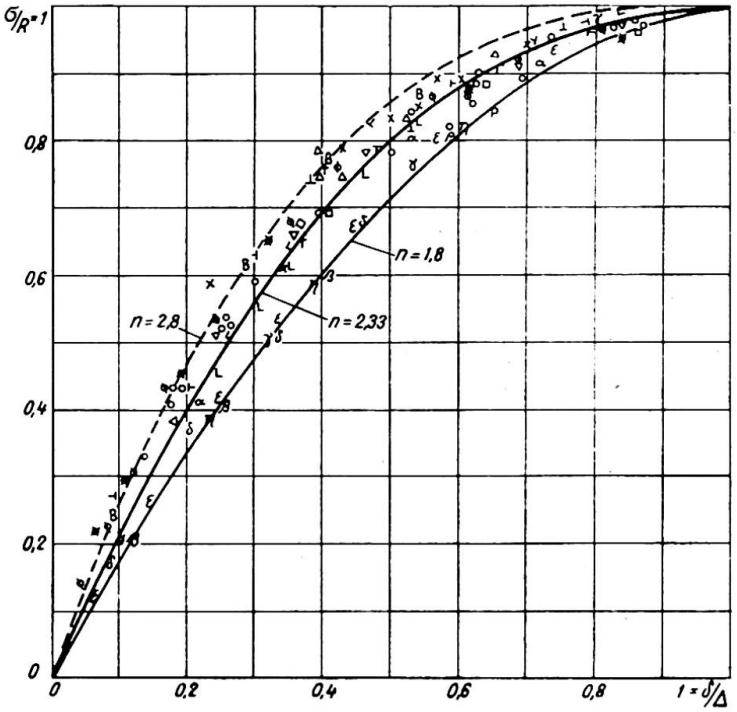

Fig. 1

L'étude rhéologique du comportement élasto-plastic-visqueux du béton en compression démontre que, quand elles deviennent des déformations relatives rapport à la déformation de rupture, ces altérations supportées par le diagramme, d'un cas à un autre, sont pratiquement négligeables et comprises dans le champ normal de fluctuation correspondant à la dispersion naturelle des résultats sur des éprouvettes différentes fabriquées avec des bétons de caractéristiques analogues.

En définitive, le diagramme des contraintes-déformations relatives au béton présente un groupement dense de points qui permet d'établir le rapport:

$$1-s=(1-\epsilon)^n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

dont le caractère parabolique, de sommet au point $s=1$, $\epsilon=1$, concorde avec les résultats théoriques déduits en se basant sur des considérations rhéologiques. Dans cette expression, s représente la contrainte relative ou quotient qui résulte quand on divise la tension générique σ par la charge de rupture R du béton en compression:

$$s=\frac{\sigma}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

et ϵ la déformation relative ou quotient de la déformation δ correspondante à σ pour la déformation Δ correspondante à R:

$$\epsilon=\frac{\delta}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

L'exposant n, unique coefficient qui intervienne dans la formule (1) est compris ainsi qu'on peut le voir dans la fig. 1, entre 1,8 et 2,8. En adoptant la valeur 2,33 on peut obtenir un ajustement parfait avec la plupart des résultats expérimentaux.

Ces essais ont été réalisés dans des conditions de charge relativement rapides en employant, jusqu'à arriver à la rupture, des intervalles de temps compris entre 3 et 7 minutes. Sous l'action de charges maintenues durant de longs délais ou qui croissent lentement, ce diagramme peut souffrir de légères modifications.

Il est possible qu'une minutieuse expérimentation sur le fluage à tensions proches à celles de ruptures présente quelques divergences sur la proportionnalité avec les déformations instantanées ou à courte durée sur lesquelles s'est basée la loi adoptée, si on réfère toujours Δ à la valeur limite pour le même long délai d'application de la charge. Jusqu'au moment actuel, les études rhéologiques postérieurement développées conduisent à des déformations additionnelles qui, sans être rigoureusement proportionnelles aux déformations instantanées ou brèves, démontre une sensible concordance avec l'hypothèse admise, leurs erreurs étant inférieures aux divergences calculées pour les différents processus de charge lente que l'on peut imaginer en fonction du temps. Il ne faut pas oublier que, autant la magnitude que l'ordre dans lequel se présentent les surcharges réelles sur une structure obéissent à des lois inconnues pour celui qui établit le projet car elles renferment une prévision future de faits aléatoires.

Quant à l'acier, la difficulté d'établir une limite bien différenciée de la proportionnalité entre les contraintes et les déformations, ainsi que la clarté avec laquelle se détache le palier d'écoulement, a donné lieu à ce que l'on adopte cette dernière valeur pour délimiter la zone utile et pour fonder sur elle un critérium d'épuisement de ce matériau.

En réalité, il n'est pas difficile d'établir une formule qui définisse avec une approximation suffisante le diagramme de contrainte-déformation en-dessous de la limite d'épuisement précitée, mais il ne semble pas nécessaire de compliquer de la sorte le problème puisque le diagramme réel est suffisamment proche du diagramme constitué par la droite correspondante au module d'élasticité de l'acier prolongée jusqu'à l'écoulement et à partir de ce point, par une parallèle à l'axe des déformations qui représente le palier précité; type birectiligne, employé déjà dans de nombreuses études élasto-plastiques de structures métalliques.

Les diagrammes de contrainte-déformation, une fois établis pour les deux matériaux, il convient de définir ce que l'on entend par contrainte d'épuisement.

Dans le cas du béton, cette contrainte-limite correspond à la résistance maximum en compression, c'est-à-dire la valeur maximum atteinte par le diagramme contrainte-déformation, supérieur comme on le sait à la tension finale de rupture. Au contraire, dans les armatures soumises à la traction, il semble acceptable de considérer comme conditions d'épuisement le début du palier d'écoulement, c'est-à-dire le point où se termine la période qui peut être nommée élastique et où commence le palier, sensiblement horizontal des grandes déformations plastiques.

La raison de limiter les déformations au point initial de la période plastique obéit au fait que, au-dessus de la dite déformation se produisent d'importantes fissures dans le béton, que l'on considère normalement comme inacceptables.

Au contraire, dans les armatures soumises à des efforts de compression, il n'existe aucune raison pour laquelle il convienne de limiter la déformation atteinte au début du palier d'écoulement précité. Dû aux raccourcissements soufferts par le béton qui l'enrobe, le danger de fissuration disparaît et le matériau peut atteindre sa déformation de rupture longtemps après que l'acier ait atteint sa limite élastique. L'expérimentation

effectuée prouve qu'effectivement l'armature supporte les déformations additionnelles sans inconvénients et sans augmentations de contrainte, comme il est logique toute fois que les barres longitudinales et les étriers sont convenablement disposés, avec les recouvrements nécessaires et la séparation adéquate entre les derniers.

Il n'y a rien d'étrange au fait d'admettre l'épuisement simultané du béton et de l'acier dans les pièces soumises à la compression, quelque soit le pourcentage des armatures, dans les limites normales, pourvu que les barres soient d'acier courant et soient correctement placées. Le retrait du béton contribue puissamment à la réalisation de ce phénomène en produisant un état préalable de tractions dans ce matériau et un régime de compressions dans l'acier comme conséquence de la coaction exercée par l'armature au libre raccourcissement de celui-là.

La grande réserve de déformations plastiques de l'acier, combiné à ce dernier effet, justifie pour la compression les formules appelées additives comme fondées sur le principe de la superposition de résistances-limites d'un et d'autre matériel. Ces formules, entièrement justifiées par de nombreux essais, ont été prescrites comme obligatoires dans différentes normes étrangères, même si elles résultent contradictoires quand on les examine des points de vue de la théorie classique.

Dans le phénomène de flexion, le problème résulte un peu plus complexe. Contrairement à ce qui arrive dans la compression, le phénomène d'épuisement simultané du béton et de l'acier est seulement satisfait par un pourcentage déterminé ou armature "critique," dû à la restriction imposée de limiter les déformations de l'acier à traction au début du palier d'écoulement. Sauf dans ce cas spécial, l'épuisement à la flexion peut se produire, soit par l'écoulement de l'armature de traction quand celle-ci est inférieure à la "critique," soit par rupture du béton sans que l'armature, avec à présent un excès de section, atteigne sa limite élastique.

Naturellement, le pourcentage d'acier critique défini antérieurement change avec la plus grande ou la plus petite déformabilité du béton puisque, plus il est déformable, plus descend la fibre neutre avec l'augmentation conséquente de la zone de compression et diminution du bras de levier, ce qui fait que diminuent les compressions unitaires dans le béton et augmentent les tractions dans l'armature. En conséquence si on pose les équations d'équilibre en sections avec une armature infracritique, il sera nécessaire d'adopter, comme hypothèse la plus défavorable, le régime de charges à longue durée qui conduit à une plus grande déformabilité du béton, tandis que dans le cas d'armatures supercritiques il sera nécessaire de considérer la plus petite, c'est-à-dire un court délai d'actuation de la charge.

En définitive, si on désire déduire des expressions qui permettent de mesurer les sections pour les divers comportements du béton, autant sous des charges brèves que sous des charges durables, il est nécessaire de poser les conditions d'équilibre d'une autre façon pour les sections infracritiques que pour les supercritiques, en considérant la présence du phénomène du fluage dans le premier cas et en admettant dans le second, la présence du moment fléchissant d'épuisement, à peine terminée la structure et le béton durci.

Tandis que ce dernier cas n'offre pas de doutes, le premier n'apparaît pas parfaitement déterminé. Evidemment la déformation maximum qu'un béton peut atteindre est obtenue dans le cas d'une charge suffisamment élevée appliquée pendant un délai indéfini. Malgré tout, l'hypothèse dans laquelle on considère, comme fluage maximum, ce produit par les conditions d'épuisement appliquées depuis le début et maintenues pendant un long délai semble absurde car elle est dépourvue de vraisemblance dans la réalité.

Ce qui semble prudent et faisable est d'admettre la présence d'une certaine

sollicitation, par example de la moitié de celle qui doit produire l'épuisement, agissant constamment durant années et années, jusqu'à un moment déterminé où, par des causes fortuites, il augmente au double et produit alors la rupture de la pièce.

En développant l'étude de cette façon, on peut admettre que la déformabilité du béton varie entre $\Delta=0{,}0012$ et $\Delta=0{,}0018$. Cette dernière limite, multiplié par le facteur correspondant au temps, conduit à une déformation de rupture à long délai de $\Delta=0{,}006$ environ, dans l'hypothèse de charge décrite dans le paragraphe antérieur adoptée pour l'étude des armatures infracritiques. Au contraire, dans le cas des armatures supracritiques, la déformation du 0,12% admis est parfois une limite exagérément faible pour ces régimes ainsi qu'on semble déduire des essais en flexion, mais comme ce type de section s'utilise seulement dans des cas exceptionnels de pièces très chargées, il a paru prudent de considérer une limite qui ne peut être atteinte que rarement.

Comme loi approximative du diagramme de tractions-déformations en sections armées, on peut adopter l'expression:

$$\frac{J}{R}=X\left(1-\frac{\delta}{\Delta}\right)^{n'}-X\left(1-\frac{\delta}{\Delta}\right)^{n''}$$

obtenue à partir de l'expérimentation réalisée par le "Österreichischen Eisenbeton Ausschuss." Dans la formule citée, X, n', n'' sont des constantes qui, avec une approximation suffisante, peuvent être égales à:

$$X=0{,}116 \qquad n'=1{,}33 \qquad n''=21{,}33$$

et où J est la contrainte à traction du béton et Δ et R les mêmes valeurs établies antérieurement.

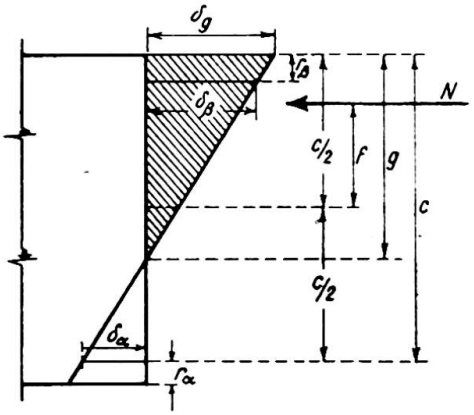

Fig. 2

En prenant ces bases comme point de départ et avec la notation de la fig. 2, les équations d'équilibres connues de flexion composée, prennent la forme de:

$$N=\int_0^g b_z \,.\, \sigma_z \,.\, dz-\int_0^{d-g} b_z \,.\, J_z \,.\, dz+A_\beta \,.\, \omega_\beta-A_\alpha \,.\, \omega_\alpha$$

$$M=N \,.\, e+N\left(g-\frac{d}{2}\right)=\int_0^g b_z \,.\, \sigma_z \,.\, z \,.\, dz+\int_0^{d-g} b_z \,.\, J_z \,.\, z \,.\, dz+A_\beta \,.\, \omega_\beta(g-r_\beta)+$$
$$A_\alpha(d-g-r_\alpha)\omega_\alpha$$

A_α et A_β étant la contrainte dans l'armature de traction ω_α et de compression ω_β respectivement.

En adoptant les symboles suivants:

$$P=\frac{N}{b \,.\, d \,.\, R_v} \qquad F=\frac{N \,.\, f}{b \,.\, d^2 \,.\, R_v} \qquad u_\beta=\frac{\omega_\beta \,.\, \sigma_s}{b \,.\, d \,.\, R_v} \qquad u_\alpha=\frac{\omega_\alpha \,.\, \sigma_s}{b \,.\, d \,.\, R_v}$$

où b est la largeur effective moyenne, R_v une résistance virtuelle du béton dont on parlera plus tard et σ_s la tension d'écoulement des armatures, joint à:

$$\frac{g}{d}=\lambda \qquad \frac{r_\beta}{d}=\rho_\beta \qquad \frac{r_\alpha}{d}=\rho_\alpha \qquad \frac{z}{c}=\zeta_z$$

$$T=\frac{1}{\lambda \,.\, b}\int_0^\lambda b_z \,.\, s_z \,.\, d\zeta_z \qquad W=\frac{1}{\lambda \,.\, b}\int_0^{1-\lambda} b_z \,.\, \frac{J_z}{R} \,.\, d\zeta_z$$

$$U=\frac{1}{\lambda \,.\, b}\int_0^\lambda b_z \,.\, s_z \,.\, \zeta_z \,.\, d\zeta_z \qquad Z=\frac{1}{\lambda \,.\, b}\int_0^{1-\lambda} b_z \,.\, \frac{J_z}{R} \,.\, \zeta_z \,.\, d\zeta_z$$

les équations d'équilibre se réduisent à:

$$P=\lambda \cdot T-\lambda \cdot W+\frac{A_\beta}{\sigma_s} \cdot u_\beta-\frac{A_\alpha}{\sigma_s} \cdot u_\alpha$$

$$F=P(\tfrac{1}{2}-\lambda)+\lambda^2 U+\lambda^2 Z+\frac{A_\beta \cdot u_\beta}{\sigma_s}(\lambda-\rho_\beta)+\frac{A_\alpha \cdot u_\alpha}{\sigma_s}(1-\lambda-\rho_\alpha)$$

En faisant

$$\theta=\frac{\delta_z \cdot d}{z} \quad \psi=\frac{\theta}{\Delta} \text{ et } \epsilon_z=\frac{\delta_z}{\Delta}$$

et en tenant compte de la proportionnalité entre les déformations longitudinales et les distances à la fibre neutre, on a:

$$\frac{\theta \cdot z}{\Delta \cdot d}=\psi\frac{z}{d}=\frac{\delta_z}{\Delta}=\epsilon_z=\psi \cdot \zeta_z$$

qui, introduite dans les lois de contrainte-déformation établies, conduit à:

$$\frac{\sigma_z}{R}=1-(1-\psi\zeta_z)^n$$

$$\frac{J}{R}=[(1-\psi\zeta_z)^{n'}-(1-\psi\zeta_z)^{n''}]X$$

En substituant ces valeurs dans les expressions T, U, W, Z chaque fois que la largeur b_z puisse être exprimée analytiquement en fonction de ζ_z, il sera possible d'obtenir ces fonctions en ψ et ζ_z qui, quand elles sont intégrées, resteront en fonction de ψ et λ. Dans le cas contraire on peut effectuer l'intégration par des procédés graphiques.

En suivant, avec de légères variantes, un processus de calcul analogue, on peut poser les conditions d'équilibre correspondantes aux cas de compression composée. Au moyen des unes et des autres, on peut déterminer les contraintes et les déformations qui résultent dans la pièce et même se baser sur elles pour calculer les réactions hyperstatiques qui résulteraient dans une structure quelconque. Cependant, la complication de calcul qu'elles entraînent ne les rend pas pratiques pour la plupart des applications, et il ne semble pas non plus, selon les études faites avec elles, que l'on puisse obtenir des résultats très divergents de ceux donnés par la théorie classique en ce qui se réfère au comportement hyperstatique puisque, de même dans cette théorie que dans l'autre, l'influence du comportement du matériau, s'il est le même dans toute la structure, influence peu la répartition des contraintes d'une section aux autres.

Une fois déduites les formules de dimensionnement, on a obtenu, en se basant sur elles, les formules simplificatives que l'on transcrit ensuite et en acceptant envers les résultats théoriques exacts des erreurs du 3% au 4% selon les types de section, totalement admissibles pour tous les cas car il est difficile d'obtenir une plus grande précision ni dans la théorie, ni dans la vérification expérimentale. D'autre part il n'est pas possible non plus dans la pratique de préciser plus les sections des armatures étant données les tolérances commerciales admises.

Les équations d'équilibre posées sous ces conditions sont satisfaites, avec la notation de la fig. 3, par les formules approchées suivantes correspondantes aux différents cas de sollicitation et pour les divers types de sections couramment employés dans la pratique.

COMPRESSION SIMPLE

La charge admissible N en tonnes, avec des excentricités moindres du 12% de l'épaisseur total, est:

$$N=2{,}5\Omega R+\omega_\alpha+\omega_\beta \lesssim 5\Omega R$$

étant Ω en m.^{2}, la section de béton, $\omega_\alpha+\omega_\beta$ en cm.^{2} celle des armatures et R la résistance du béton en kg./cm.^{2}

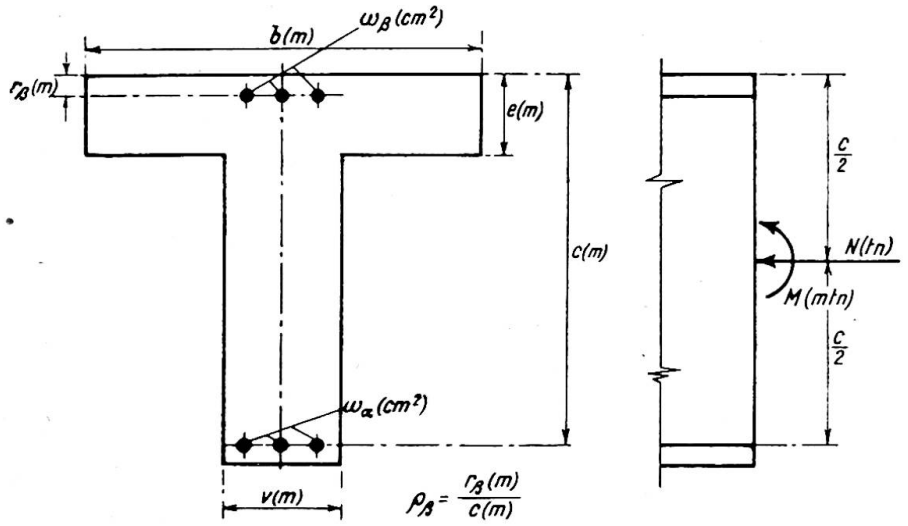

Fig. 3

Pour les excentricités plus grandes jusqu'à:

$$f_{d/2}=0{,}12d+0{,}075\frac{\omega_\beta}{R\,.\,v}$$

la charge admissible se réduit à:

$$N=2{,}35\Omega R+1{,}2\omega_\beta \lesssim 3{,}6\Omega R$$

l'épaisseur totale étant d et ω_β la section en cm.^{2} de l'armature la plus proche à la face la plus comprimée.

FLEXION SIMPLE

(a) *Section rectangulaire*

La hauteur utile est:

$$c=1{,}02\sqrt{\frac{M}{R\,.\,v}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

le moment fléchissant en mètres-tonnes étant M et R la résistance du béton en kg./cm.^{2} Autant c que v devront être introduites avec les dimensions indiquées dans la fig. 3.

L'armature est:

$$\omega_\alpha=1{,}04\sqrt{M\,.\,R\,.\,v}=1{,}02\,R\,.\,v\,.\,c$$

Quand la hauteur c doit être inférieure au critique (4), il est nécessaire de disposer d'une armature de compression, dans le but de profiter de l'excès de l'armature en traction, égal à:

$$\omega_\beta=\frac{M-0{,}964R\,.\,v\,.\,c^2}{1{,}2c_a} \lesssim 1{,}25\,R\,.\,v\,.\,c$$

c_a étant la distance en mètres entre les armatures ω_α et ω_β de traction et de compression. Dans ce cas, l'armature de traction est définie par l'expression:

$$\omega_\alpha = 1{,}02R \,.\, v \,.\, c + \omega_\beta$$

Si on utilise des hauteurs plus grandes que le (4), il n'est pas nécessaire une armature de compression et l'on prend comme armature de traction:

$$\omega_\alpha = \frac{M}{c}$$

(b) *Section en* T

L'épaisseur totale minimum est:

$$c = \sqrt{Q^2 + \frac{M}{0{,}964R \,.\, v}} - Q$$

Q étant:

$$Q = 0{,}622\omega_\beta \frac{(1-\rho_\beta)}{v \,.\, R} + 1{,}4e\frac{b-v}{v}$$

L'armature de traction est:

$$\omega_\alpha = \frac{M}{1{,}05c}$$

FLEXION COMPOSÉE

(a) *Section rectangulaire*

La hauteur critique sans armature de compression est:

$$c = 1{,}02\sqrt{\frac{M_s}{R \,.\, v}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

étant:

$$M_s = M + \frac{N \,.\, c}{2}$$

dans cette expression M représente le moment fléchissant par rapport au centre de la pièce.*

Pour cette épaisseur, l'armature nécessaire est:

$$\omega_\alpha = 1{,}04\sqrt{M_s \,.\, R \,.\, v} - \frac{N}{1{,}2} = 1{,}02R \,.\, v \,.\, c - \frac{N}{1{,}2}$$

Avec des épaisseurs plus grandes, l'armature de traction se défini par:

$$\omega_\alpha = \frac{M_s}{c} - \frac{N}{1{,}2}$$

tandis que pour des épaisseurs plus petites que le critique (5), il est indispensable de disposer d'une armature de compression:

$$\omega_\beta = \frac{M_s - 0{,}964R \,.\, v \,.\, c^2}{1{,}2c_a}$$

et d'une de traction:

$$\omega_\alpha = 1{,}02R \,.\, v \,.\, c + \omega_\beta - \frac{N}{1{,}2}$$

* Voir *Revista de Obras Publicas*, juin 1940, "Método Práctico de determinar las dimensiones de secciones de hormigón armado a flexión compuesta," de E. Torroja.

(b) *Section en* T

En adoptant les unités et les symboles de la fig. 3 il suffit d'adopter une épaisseur

$$c \geq \sqrt{Q^2+\frac{M}{0{,}964R \,.\, v}} - Q$$

avec

$$Q=[0{,}622\omega_\beta(1-\rho_\beta)-0{,}26N]\frac{1}{v \,.\, R}+1{,}4e\frac{b-v}{v}$$

et une armature de traction

$$\omega_\alpha=\frac{M}{k \,.\, c}+\left(\frac{0{,}5}{k}-0{,}833\right)N$$

où:

$$k=1{,}116-\left[0{,}179-0{,}138(1{,}4-4\rho_\beta)\sqrt{\frac{\omega_\beta}{R \,.\, b \,.\, c}}\right]\frac{\frac{M}{c}-0{,}333N}{R \,.\, b \,.\, c}$$

Toutes ces formules dans lesquelles le béton tendu est négligé se basent sur la supposition que les aciers employés sont du type ST–37, c'est-à-dire avec une limite élastique parfaitement accusée correspondante à une tension de 2 400 kg./cm.^{2} Les coefficients de sécurité admis sont $C_c=3$ pour le béton en ce qui concerne sa charge unitaire de rupture et $C_s=2$ pour l'acier en ce qui concerne sa limite élastique ou tension d'écoulement.

Cette divergence dans les valeurs du coefficient de sécurité pour un matériau ou pour un autre obéit à l'uniformité plus grande des caractéristiques mécaniques de l'acier comparées avec celles du béton éxécuté en chantier et au marge additionnelle de sécurité que supposent les grandes déformations plastiques de l'acier.

D'autre part, les dimensionnements en rupture partent des conditions d'équilibre d'une section épuisée sous des efforts C fois plus grands que ceux prévus, C étant le coefficient de sécurité de l'ensemble.

En égalant ce facteur C au coefficient de sécurité de l'acier par rapport à sa limite élastique C_s, il suffit de considérer une résistance virtuelle ou de confiance du béton R_v:

$$R_v=\frac{C_s}{C_c}R$$

pour obtenir la dualité de coefficients établie dans les paragraphes précédents. Les formules établies partent de ce critérium et, en conséquence, il suffit de substituer les valeurs

$$M_1=\frac{C_s}{2}M$$

$$N_1=\frac{C_s}{2}N$$

$$R_1=\frac{3C_s}{2C_c}R$$

au lieu des M, N et R dans les formules précitées pour déduire les dimensions de la section avec des coefficients génériques C_s pour l'acier et C_c pour le béton.

BÉTON PRÉCONTRAINT

Le critérium suivi pour déduire les formules de dimensionnement de pièces en béton armé est susceptible d'être appliqué avec de légères modifications aux éléments précontraints.

La fibre neutre qui était auparavant définie par des considérations de déformabilité d'un matériau ou d'un autre, apparaît maintenant liée à la magnitude et à la position des efforts de précontrainte arbitrairement introduits.

En conséquence, ces efforts peuvent être réglés de telle façon que sous l'action du moment fléchissant d'épuisement se produise la rupture simultanée du béton en traction et en compression. Grâce à cette condition, le béton participe activement dans le phénomène résistant dans toute sa section et absorbe des tractions qui auraient dû être confiées à l'armature si sa limite de résistance avait été dépassée.

La condition d'épuisement simultané imposée, elle oblige naturellement à poser le problème dans la même base non hookeenne de déformations dont l'étude tensionnelle est susceptible d'être développée par des procédés exclusivement analytiques en se basant pour cela sur les diagrammes établis antérieurement pour le béton.

Les diagrammes continus que présentent les aciers de haute qualité, et dans lesquels ne se détache aucun palier d'écoulement, exigent de nouvelles lois de liens entre les contraintes et les déformations déduites à partir de l'expérimentation existante.

La grande réserve de déformations plastiques de l'acier permet l'utilisation de l'armature au-dessus de sa limite élastique apparente, avec des taux de travail qui oscillent entre 75% et 85% de sa charge de rupture. D'autre part, le fait que, antérieurement à l'entrée en service de la structure, les fils d'acier peuvent être chargés sous des efforts égaux à ceux de travail, fait supposer une garantie directe pour son futur comportement et pour le bon fonctionnement mécaniques des ancrages.

Le faible coefficient de sécurité élastique ou nominal que les charges précitées imposent, n'implique d'aucune manière dégât à la sécurité de l'ensemble, mais exprime au contraire la condition théorique qui dérive d'un équilibre compensé de réserves réellement disponibles, garanti dans la pratique par la vérification de l'armature sous les fortes charges initiales d'épreuve, sans autre risque que celui qui dérive du remplacement des fils d'acier défectueux qui pourraient se rompre éventuellement.

Le manque d'expérimentation sur le comportement de ces aciers à long délai oblige à adopter la plus petite des deux tensions de travail indiquées dans le but de retarder le plus possible l'entrée dangereuse de l'acier dans l'état de fluage presque visqueuse dont les déformations plastiques sous une charge constante sont proportionnelles au temps.

La non-connaissance des conditions qui motivent l'initiation de cet état pseudo-newtonien parfaitement observable dans les essais de fluage à hautes températures, conseille d'accueillir avec méfiance toute extrapolation des résultats expérimentaux, puisque la connaissance du premier état de fluage ne permet pas de fixer un jugement sur la possible évolution future de l'acier mis à l'épreuve.

Seulement quand l'expérimentation actuellement en cours sera terminée, on pourra établir avec une plus grande garantie la tension à laquelle on peut charger initialement les fils d'acier. Cette contrainte dépendra non seulement de la magnitude des déformations plastiques observées pendant la première, mais aussi de l'évolution du phénomène de fluage quasi-visqueuse dans des délais plus longs.

Un des points qui présentent le plus d'intérêt dans le projet d'éléments précontraints est celui qui se rapporte à la necessité, pour les différentes sections de la pièce, d'être capables de résister la gamme des moments compris entre deux valeurs extrêmes.

Autant pendant le propre processus constructif que pendant la période de service de la structure, les moments qui sollicitent une section déterminée peuvent être estimés commes bornés entre une limite supérieure M_{sup} et un moment minimum M_{min}. Ces deux limites varient selon la position de la section considérée et le cas le

plus fréquent est qu'elles diminuent ou augmentent en passant d'une section à l'autre.

En conséquence, quand on établit le projet d'une pièce en dimensionnant quelques sections critiques, il est indispensable de prévoir la réduction que le moment minimum expérimente à proximité des sections calculées. Cette circonstance oblige à introduire un coefficient k_p de correction de moments minima, dont la valeur est déterminée à partir des lois de variation des moments le long de la directrice. Joint à cette étude, on a développé une autre complémentaire tendant à déterminer la valeur du coefficient de sécurité correspondant à ces sollicitations minima en se basant sur des considérations mathématico-statistiques.

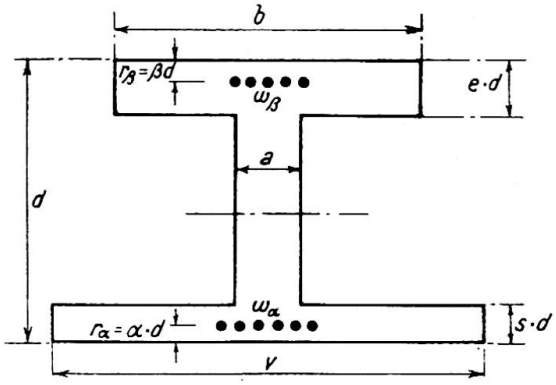

Fig. 4

En posant les équations d'équilibre sur la base de la non-fissuration du béton, on obtient comme formule générale correspondante au cas le plus complexe des sections en I, avec la notation de la fig. 4.

$$d=\sqrt{\frac{C_o M_{sup}-k_p M_{min}}{K\,.\,R_f\left(\frac{2}{3}\frac{\gamma}{d}+\frac{K'}{K}-0{,}2\right)}}$$

où C_o est le coefficient de sécurité de la pièce chargée, k_p un coefficient généralement égal à 0,9, $\frac{\gamma}{d}$ la profondeur relative où se trouve l'axe baricentrique:

$$\frac{\gamma}{d}=\tfrac{1}{2}\left[1+\frac{s(v-a)(1-s)-e(b-a)(1-e)}{a+s(v-a)+e(b-a)}\right]$$

K et K' des constantes géométriques de la section:

$$K=k_1(b-a)-k_3(v-a)+0{,}355a=(k_1-k_3)(v-a)+0{,}355a$$
$$K'=k_2(b-a)+k_4(v-a)+0{,}129a$$

étant k_1, k_2, k_3, k_4 des coefficients de valeurs:

$$k_1=(1-1{,}293e^{\frac{7}{3}})e$$

$$k_2=(0{,}5346-\frac{e}{2}-0{,}691e^{\frac{7}{3}}+0{,}995e^{\frac{10}{3}})e$$

$$k_3=0{,}01919-0{,}115(0{,}4654-s)^{\frac{7}{3}}+3306(0{,}4654-s)^{\frac{67}{3}}$$

$$k_4=0{,}006226-0{,}08055(0{,}4654-s)^{\frac{10}{3}}+3164{,}46(0{,}4654-s)^{\frac{70}{3}}$$

Valeurs des coefficients k

e	k_1	k_2	s	k_3	k_4
0,1	0,0994	0,0482	0,1	0,0082	0,0034
0,2	0,1939	0,0846	0,2	0,0140	0,0052
0,3	0,2766	0,1083	0,3	0,0175	0,0060
0,4	0,3390	0,1200	0,4	0,0190	0,0062

L'armature des fibres qui s'épuisent par compression sous la sollicitation limite C_oM_{sup} est:

$$\omega_\beta = \frac{KR_f d^2\left(\frac{K'}{K}+0{,}465-\alpha\right)-C_oM_{sup}}{\sigma \,.\, d(1-\alpha-\beta)}$$

et l'armature dans les fibres opposées:

$$\omega_\alpha = \frac{K \,.\, R_f \,.\, d}{\sigma} - \omega_\beta$$

et dans ces expressions σ est la contrainte finale de l'acier et:

$$R_f = \frac{\sigma}{\sigma_i} R$$

R étant la résistance du béton et σ_i la contrainte initiale donnée aux fils d'acier.

Dans le cas de section rectangulaire, les formules antérieures se réduisent à:

$$d = 2{,}38\sqrt{\frac{C_oM_{sup}-k_pM_{min}}{a \,.\, R_f}}$$

$$\omega_\beta = \frac{a \,.\, R_f \,.\, d^2(0{,}295-0{,}355\alpha)-C_oM_{sup}}{\sigma \,.\, d(1-\alpha-\beta)}$$

$$\omega_\alpha = \frac{0{,}355a \,.\, R_f \,.\, d}{\sigma} - \omega_\beta$$

Résumé

Le critérium moderne de la sécurité, basé sur le concept des sollicitations limites, impose la nécessité de dimensionner les sections pour la phase finale de la rupture.

Sous ces conditions, il n'est pas possible d'appliquer le principe généralement admis qui suppose les contraintes proportionnelles aux déformations. Cette hypothèse est seulement acceptable pour des états de charge réduits.

Afin de pouvoir déduire la capacité résistante maximum d'une pièce soumise à des efforts simples ou combinés de compression et de flexion, on a étudié la répartition des contraintes auxquelles ces sollicitations donnent lieu, en se basant sur les diagrammes expérimentaux de contrainte-déformation jusqu'à la rupture, en leur donnant une expression analytique afin de pouvoir les appliquer à des sections en T et en considérant les effets produits par le fluage sous charge.

Summary

The modern concept of safety, being based on the limiting strength of the material, makes it essential to design structural parts in relation to their behaviour just before failure.

In these circumstances the generally accepted principle that stress is proportional to strain is no longer valid. This hypothesis is only admissible for mild loading conditions.

To determine the maximum strength capacity of a structural part, subjected either to pure compression or compound compression and bending moment, the resulting stress distribution has been investigated working from experimental stress-strain diagrams taken to the point of failure. These results have been formulated in analytical form, suitable for application to T sections. Account has also been taken of creep effects under protracted loading.

Zusammenfassung

Der moderne Begriff der Sicherheit, welcher von der äussersten möglichen Beanspruchung einer Konstruktion ausgeht, verlangt eine Bemessung der Querschnitte entsprechend der Endphase bei Eintritt des Bruches.

Für diese Verhältnisse ist der allgemein zugelassene Grundsatz, die Spannungen als im Verhältnis zu den Verformungen stehend anzusehen, nicht mehr anwendbar, da diese Annahme nur für geringere Belastungszustände möglich ist.

Um die äusserste Widerstandsfähigkeit eines Konstruktionsteiles unter reiner Biegung, Biegung mit Axialkraft oder unter Druck ermitteln zu können, wird die Verteilung der hierdurch entstandenen Spannungen untersucht, wobei von den experimentalen Spannungs-Verformungskurven bis zum Bruch ausgegangen wird. Die Ergebnisse sind in analytischer Form dargestellt und gestatten eine Anwendung auf T-Querschnitte unter Berücksichtigung der durch das Kriechen des Betons verursachten Verformungen.

Leere Seite
Blank page
Page vide