Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 5 (1956)

Rubrik: Ia. Behaviour of materials and structures under statical long time loading

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

I a 1

Déformations lentes du béton observées au viaduc de Lessart

Slow deformations of concrete observed on the Lessart viaduct

Langsame Formänderungen des Betons am Viadukt von Lessart

Deformações lentas do betão observadas no viaduto de Lessart

L. CARPENTIER
Chef de la Division Centrale des Ouvrages d'Art de la S. N. C. F.
Paris

Le Viaduc de LESSART, par lequel la voie ferrée Lison-Lamballe franchit la Rance, près de Dinan (Côtes du Nord) a été reconstruit en 1950. Le tablier métallique de 96 m de portée, qui constituait la travée principale du viaduc, a été remplacé par une arche en béton non armé, de 87,70 m d'ouverture à tympans élégis par voûtes en maçonnerie, du type SÉJOURNÉ (1) (fig. 1).

L'importance de cette arche qui constitue, croyons-nous, le record du monde des ponts de ce type sous voie ferrée normale (béton non armé ou maçonnerie) a conduit la SNCF a effectuer pendant la construction un certain nombre de mesures destinées à étayer les hypothèses de calcul et à entreprendre des observations sur les déformations lentes du béton, observations poursuivies régulièrement dans le temps.

La présente note donne les résultats relevés depuis six ans.

I. *Description sommaire de l'arche principale du pont de Lessart*

a) *Caractéristiques de l'ouvrage*

L'arche principale, de 29,36 m de montée et de 87,74 m de portée théorique (surbaissement 1/2,9) comporte un arc encastré à inertie variable, maximum aux naissances. Sa section varie de 2,00 m de hauteur et 5,40 m de largeur à la clef à 3,80 m de hauteur et 7,40 m de largeur à l'encastrement (fig. 2).

---

(1) Les détails concernant cette reconstruction ont fait l'object d'un article de l'auteur paru dans la revue TRAVAUX d'Octobre 1951.

L'arc supporte la voie par l'intermédiaire de 6 voûtes en plein cintre, de 7,65 m d'ouverture, disposées de part et d'autre de la clef et par des tympans pleins sur 36 m environ de longueur au centre de l'arche.

Le corps des tympans et des voûtes, comme celui des pilettes qui les supportent, est en maçonnerie de béton, parementée en granit de même nature que celui des viaducts d'accès.

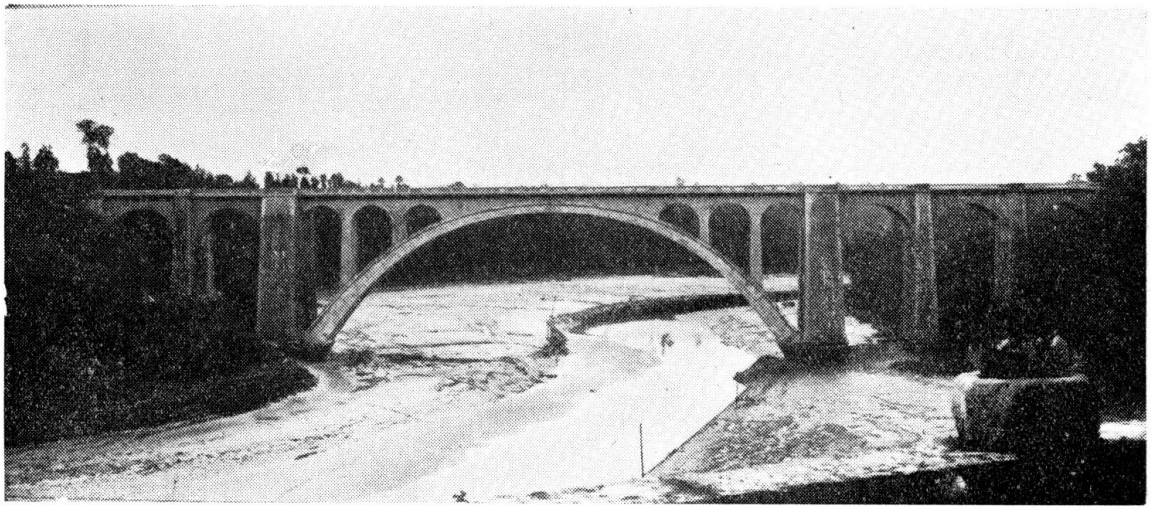


FIG. 1

Le couronnement de l'ouvrage est constitué par un encorbellement en béton armé, dégageant une largeur de 6,00 m entre garde-corps.

Les dispositions de détail des voûtes (écoulements d'eau, remplissage entre tympans, etc.) sont celles des ouvrages-types en maçonnerie de la SNCF.

b) *Exécution de l'ouvrage*

Pour permettre l'allègement maximum du cintre, l'arc a été coulé en *3 rouleaux* de 1,00 m d'épaisseur moyenne. En outre, chacun d'eux a été exécuté en 32 voussoirs indépendants de 2,00 m de longueur dans un ordre convenable pour éviter les efforts excessifs dans le cintre où dans les rouleaux déjà coulés. Des joints secs ont été ménagés pour limiter les efforts du retrait et matés successivement au mortier après achèvement de chacun des rouleaux de manière à les rendre porteurs. Le joint de clef, dans l'épaisseur totale des trois rouleaux, fut toutefois réservé et calé provisoirement en vue du décintrement et du règlage de l'arc.

Ces dernières opérations, réalisées le 27 décembre 1949, furent effectuées à l'aide de vérins disposés dans les niches ménagées à cet effet suivant la technique classique inaugurée par M. FREYSSINET au pont de VILLENEUVE-sur-LOT en 1914.

Après ces opérations, le joint de clé fut à son tour maté au mortier sec, et la construction achevée par celle des pilettes, voûtes d'élégissement et encorbellements en béton armé.

II. *Mesures efectuées*

Les déformations du béton de l'arc sont suivies à l'aide de 14 témoins Coyne de 19 cm de longueur, noyés au moment du coulage dans trois sections de l'arc (naissances, reins et clef) (fig. 3).

Un témoin a été fixé aux environs de la fibre inférieure et supérieure de chaque rouleau de manière à pouvoir déterminer la rotation de la

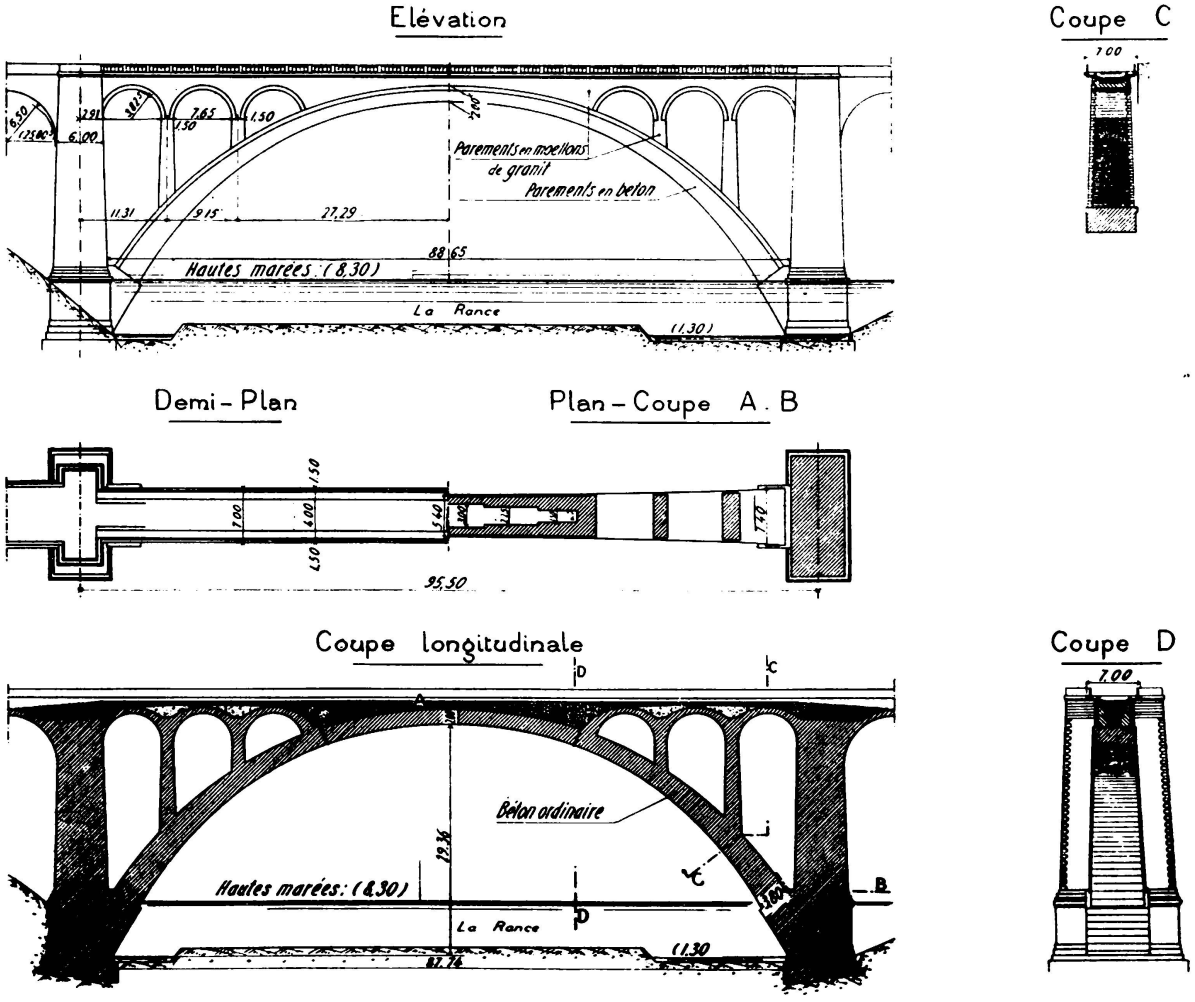


FIG. 2

section considérée. Un seul témoin a toutefois été posé dans le 3ème rouleau de chacune des sections et dans le 2ème rouleau de la section de clef en raison de la faible épaisseur de ces rouleaux.

Parallèlement, 2 autres extensomètres Coyne ont été noyés dans des blocs témoins coulés en même temps que le béton du 1er et 2ème rouleau

de l'arc et de dimensions analogues à celles d'un voussoir (2,00 × 1,00 × × 1,00 et 2,00 × 1,00 × 0,80) pour suivre la déformation propre du béton non chargé (fig. 4).

En outre, on a noté pendant une année environ les variations de longueur des blocs ainsi que les modifications hygrométriques de l'atmos-

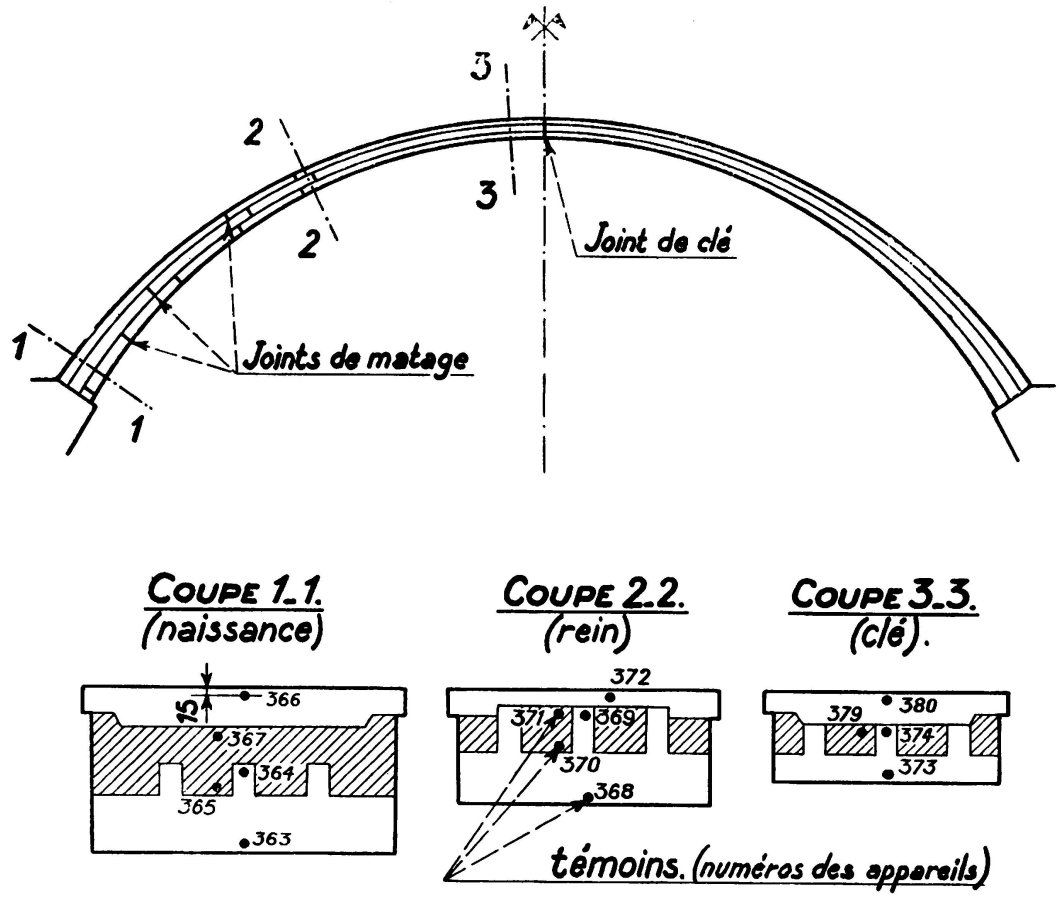


FIG. 3. Emplacements des appareils Coyne

phère, les variations de température, et la hauteur d'eau tombée de manière à rapprocher ces observations de celles faites sur les blocs et sur l'arc.

Depuis 1950, seuls les relevés des extensomètres sont poursuivis tous les 6 mois.

III. *Résultats des mesures*

a) *Déformations des blocs témoins*

Comme il a été dit, les déformations des 2 blocs témoins ont été déterminées par la mesure au comparateur des variations de longueur de chaque bloc et par les indications données par le témoin Coyne noyé dans le centre des blocs.

1.°) *Mesures aux comparateurs:* Les mesures aux comparateurs ont été relevées dès qu'il a été possible de décoffrer les blocs, soit 10 heures après coulage pour le premier (température extérieure: 24°) et 24 heures après coulage pour le deuxième (température extérieure: 14.°). D'après les observations faites aux témoins Coyne, ces mesures ont eu lieu au moment où les blocs avaient atteint leur maximum de température intérieure (16° en dessus de la température extérieure). Les premières lectures, effectuées toutes les 3 heures, ont donc compris à la fois le raccourcissement thermique correspondant au retour des blocs à la température ambiante et l'influence du retrait.

Après dissipation de la chaleur de prise, les lectures ont été espacées et faites tous les mois, en même temps que l'on procédait au relevé des

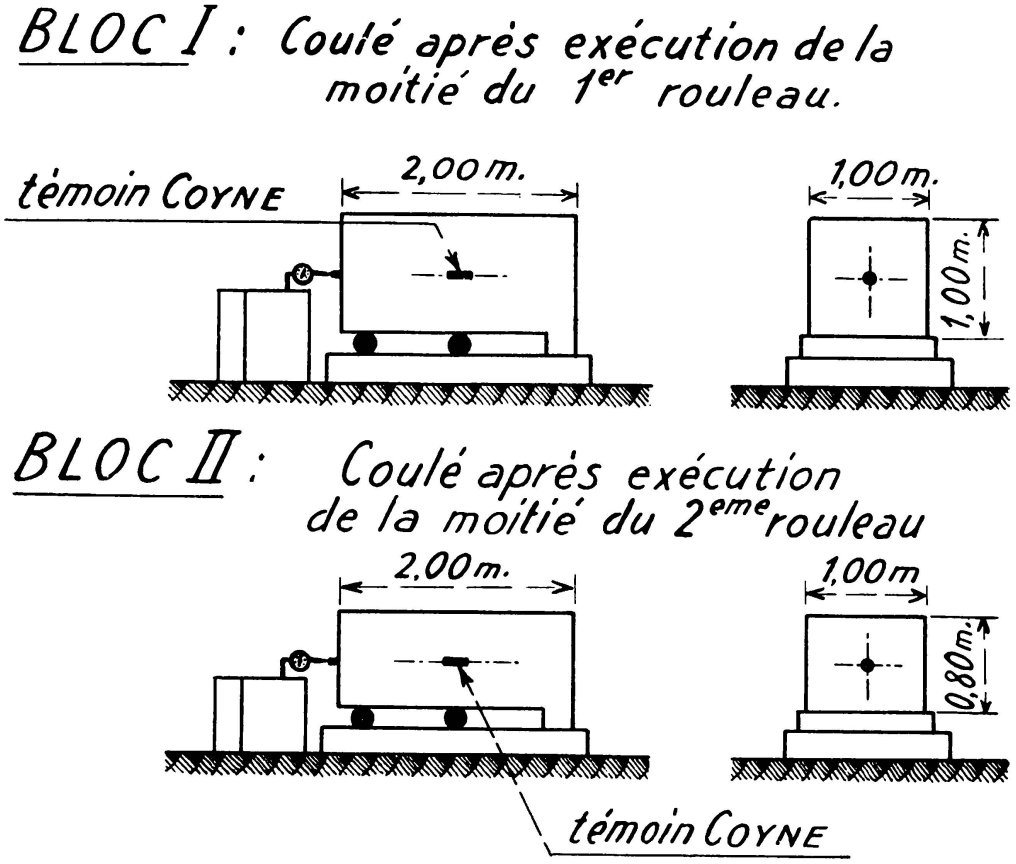


FIG. 4. Blocs temoins

indications des témoins Coyne. Elles ont dû toutefois être abandonnées au bout d'un an environ à la suite de la détérioration des appareils exposés aux intempéries.

La fig. 5 donne les résultats obtenus jusqu'au 19-6-50 (date de la mise en service de l'ouvrage). La courbe (trait pointillé, donne les lectures brutes. La courbe (trait plein) en a été déduite en les corrigeant de l'effet théorique des variations de température extérieure entre deux relevés successifs.

Sauf dans les toutes premières heures ayant suivi le coulage, la courbe en trait plein correspond donc sensiblement au retrait proprement dit.

Le raccourcissement relevé sur l'un et l'autre bloc atteint dans un délai extrêmement court (3 ou 4 jours) une valeur importante: 2,5/10 mm p. m. pour le bloc I, 1,7/10 mm p. m. pour le bloc II. Bien que le coefficient de dilatation du béton dans les premiers jours soit mal connu,

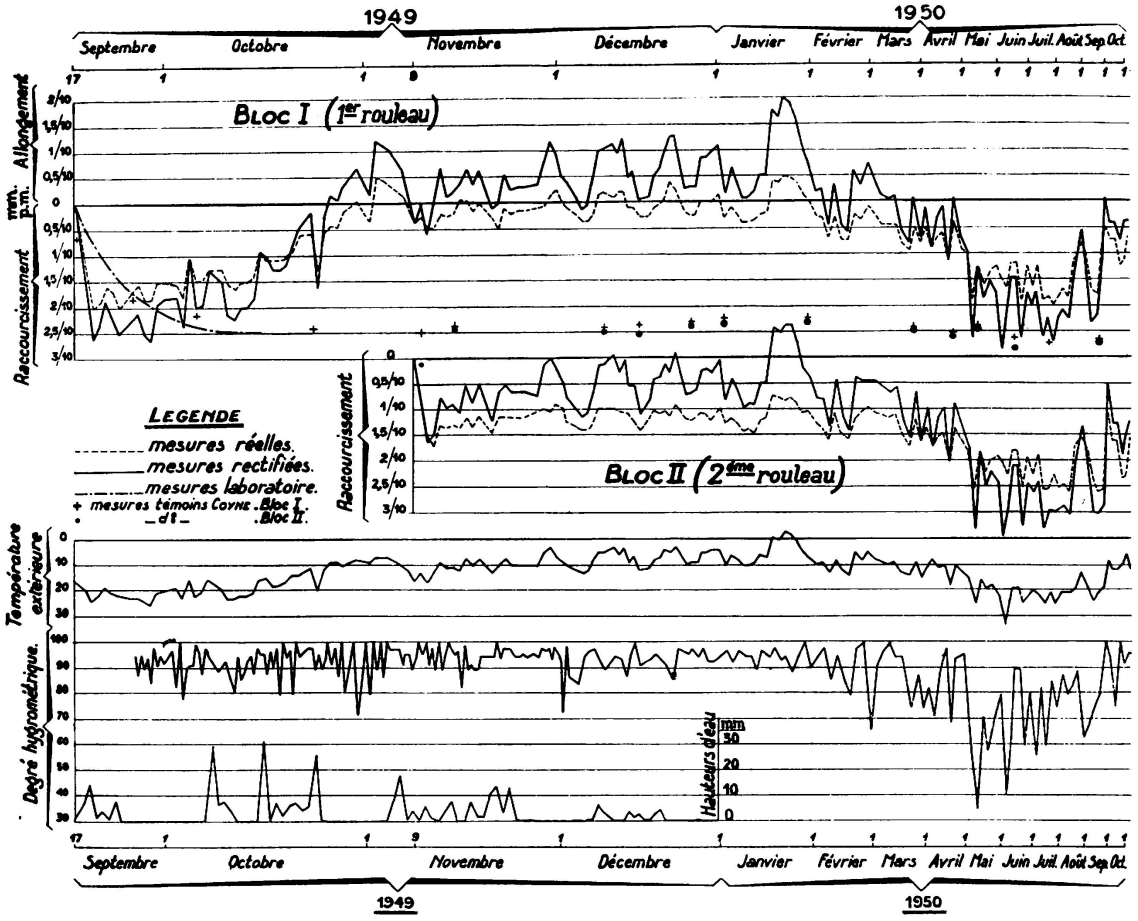


FIG. 5

on peut penser que le raccourcissement thermique est à lui seul de 1,3 à 1,5/10 mm. Il est donc supérieur à l'effet du retrait proprement dit.

Le comportement ultérieur de chacun des deux blocs est très comparable: le bloc I, coulé en Septembre, a subi, après raccourcissement initial, un allongement lui restituant sa longueur primitive et se traduisant même, au début Novembre, par un allongement absolu. La longueur du bloc subit ensuite des variations assez rapides, dont l'amplitude mensuelle atteint 2/10 mm p. m., pour reprendre approximativement au bout d'une année la valeur notée quelques jours après le coulage.

Les déformations du bloc II ont présenté le même caractère, mis à part le raccourcissement correspondant au retour à la température

ambiante après coulage. Dans la période de coexistence des blocs les courbes relevées sont presque superposables.

L'allure générale de la courbe de retrait des blocs épouse celle de la température, les raccourcissements maxima correspondant aux températures les plus hautes et vice versa. Il y donc *compensation au moins partielle des effets de la dilatation thermique et du retrait,* phénomène déjà signalé par M. FREYSSINET à la suite des expériences de Plougastel.

D'autre part, la courbe de retrait suit assez fidèlement les variations du degré hygrométrique de l'air, les raccourcissements correspondant à un abaissement du degré hygrométrique et vice versa. L'allongement de 3,5/10 mm p. m. d'amplitude totale ayant suivi le retrait initial de 2,5/10 mm p. m. du bloc I correspond vraisemblablement à l'influence de la période pluvieuse d'Octobre ayant maintenu pratiquement le bloc sous un film d'eau pendant plus d'un mois.

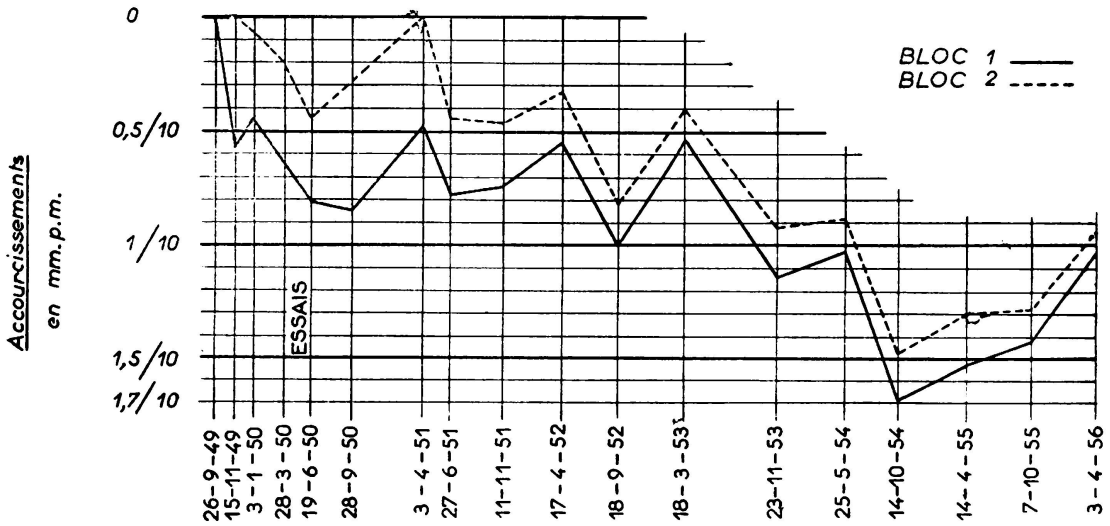


FIG. 6. Retrait des blocs temoins depuis le coulage (1949-1956)
Mesures effectuées avec les appareils Coyne

2°) *Mesures aux extensomètres Coyne:* Les indications fournies par les appareils Coyne placés au milieu de chaque bloc sont plus surprenantes. Dans le bloc I, l'appareil Coyne a indiqué dès les premiers jours un retrait de 2 à 2,5/10 mm p. m. Dans le bloc II, c'est au contraire un allongement de 0,5/10 mm p. m. qu'il enregistre.

Ces divergences sont vraisemblablement dues à l'effet des chocs au coulage et à l'élévation de température du béton *mou* qui créent autant de déformations non réversibles des appareils.

On remarquera seulement que, sous cette réserve, les variations des Coyne sont pratiquement les mêmes dans la période de coexistence des blocs. En raison de la masse du béton et, contrairement à ce qui se passe pour les mesures de longueurs des blocs, les indications des Coyne sont *très peu* influencées par l'état hygrométrique ou la température extérieure. Elles affirment ainsi la présence de tensions impor-

tantes à l'intérieur de la masse par suite du gradient de déformation produit.

Les mesures faites depuis six ans montrent que le retrait continue à augmenter sans paraître prendre une allure asymptotique (fig. 6).

Rapportées à une date à laquelle on peut supposer que les phénomènes de prise et de retraction thermique avaient cessé de se manifester (8 à 10 jours après coulage pour chaque bloc) les déformations totales

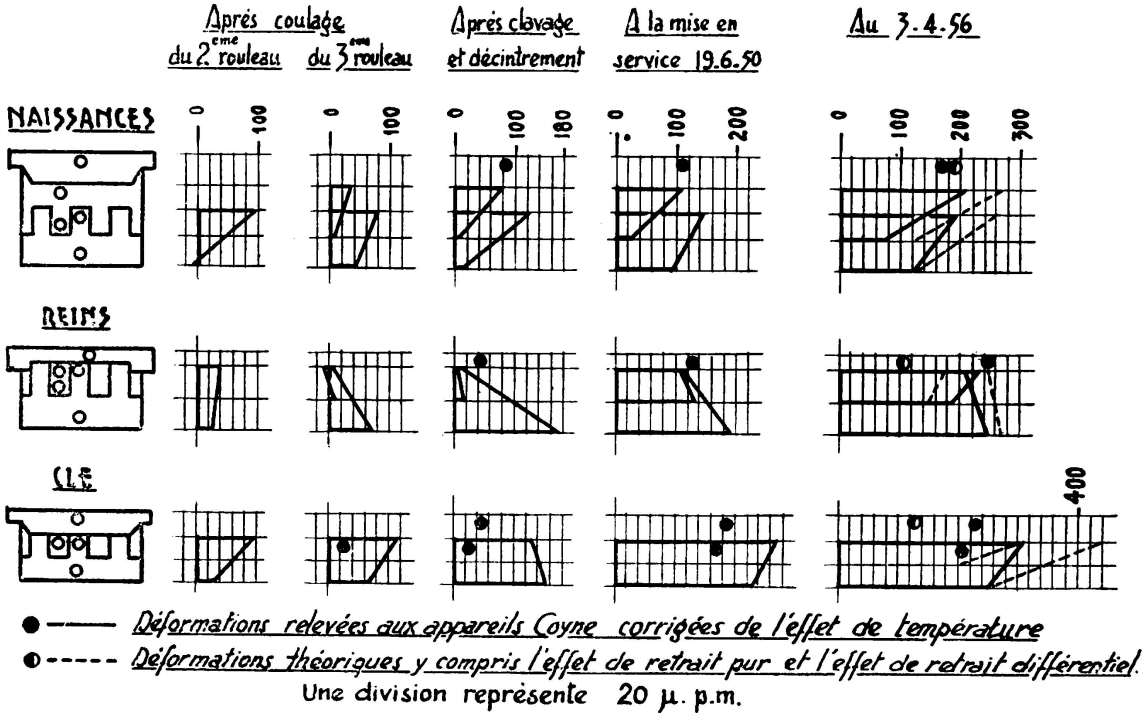


FIG. 7. Déformations des sections de l'arc

mesurées ont atteint au maximum 1,7/10 mm p. m. pour le 1er bloc et 1,5/10 mm p. m. pour le second.

Ces résultats confirment ainsi, dans l'ensemble, les connaissances habituelles sur le retrait.

b) *Mesures des déformations dans l'arc*

Les mesures ont été faites au fur et à mesure de l'avancement des travaux pour déterminer tout d'abord l'influence des diverses opérations successives de la construction. Elles ont été suivies par des observations régulières depuis l'achèvement de la construction pour relever les modifications de l'état initial.

L'examen des premières mesures ne rentre pas dans le cadre de la présente communication; elles ont été analysées en détail dans la revue «TRAVAUX» citée ci-dessus: sous les efforts *bien définis* (décintrement, règlage, surcharges) les observations correspondent de manière satisfaisante aux prévisions.

La figure 7 donne les déformations relevées aux étapes les plus importantes de la construction.

Deux constatations essentielles s'imposent:

1) Le diagramme des déformations en dents de scie, observé sur chacune des sections et conséquence *du coulage par rouleaux* est bien accusé par les appareils.

2) Les pointes de déformation ne «s'émoussent» pas avec le temps comme il est habituel de le dire. Au bout de six ans les diagrammes conservent sensiblement la même forme.

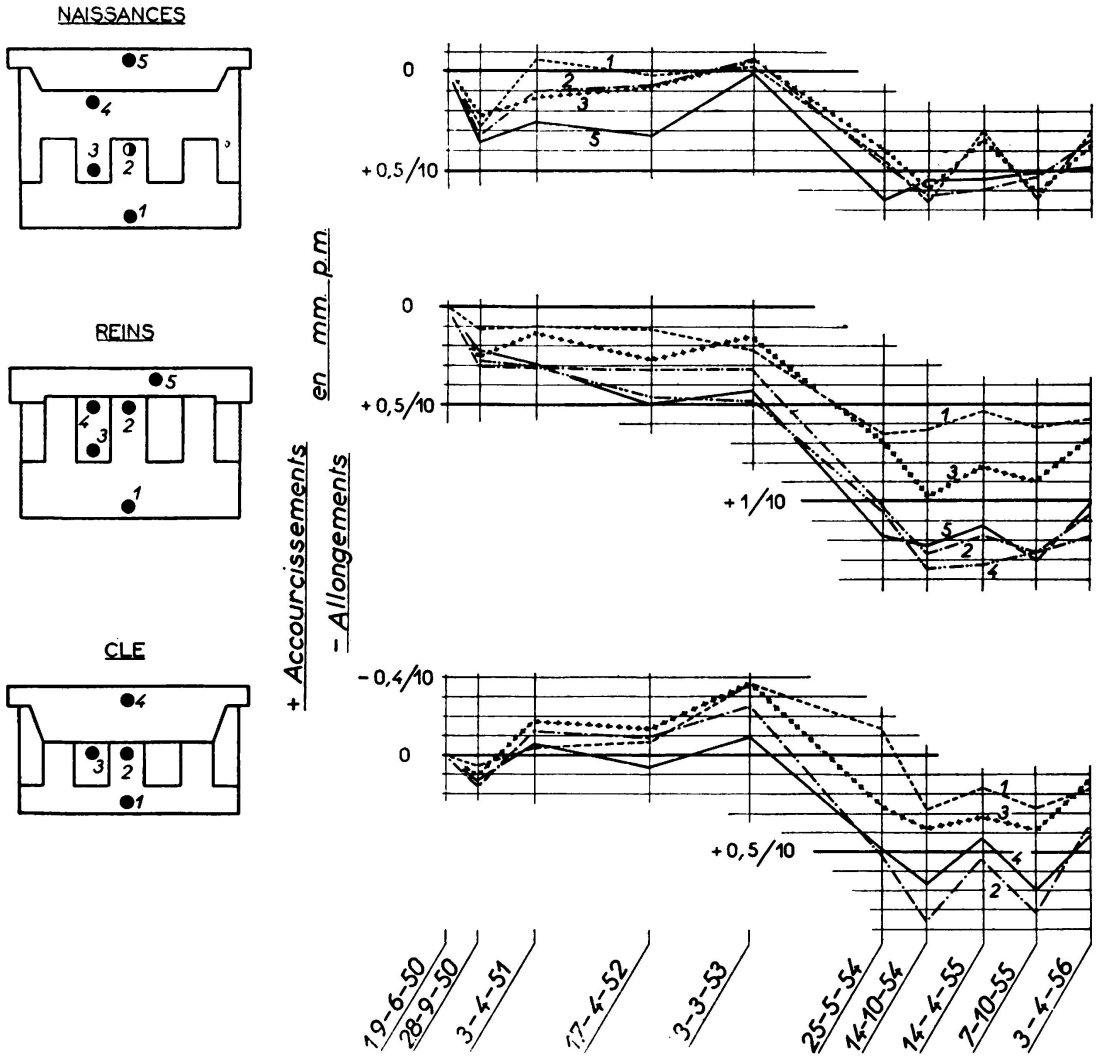


FIG. 8. Variations des déformations relevées aux appareils Coyne depuis la mise en service

Des «adaptations» sont possibles et sans doute probables mais seulement lorsque les contraintes atteignent dans le béton des valeurs beaucoup plus élevées que celles supportées sous les seules charges permane ou de service.

Sur la fig. 8 l'on a porté pour chaque section auscultée et sur un même graphique, les déformations depuis la mise en service de manière à obtenir la représentation des effets du retrait et du fluage depuis cette date.

On constate tout d'abord que l'allure des déformations est assez analogue à celle des blocs témoins. On peut ainsi vérifier que la forme générale est imposée par l'effet du retrait.

Si l'on admet que celui-ci a été le même que le retrait moyen des

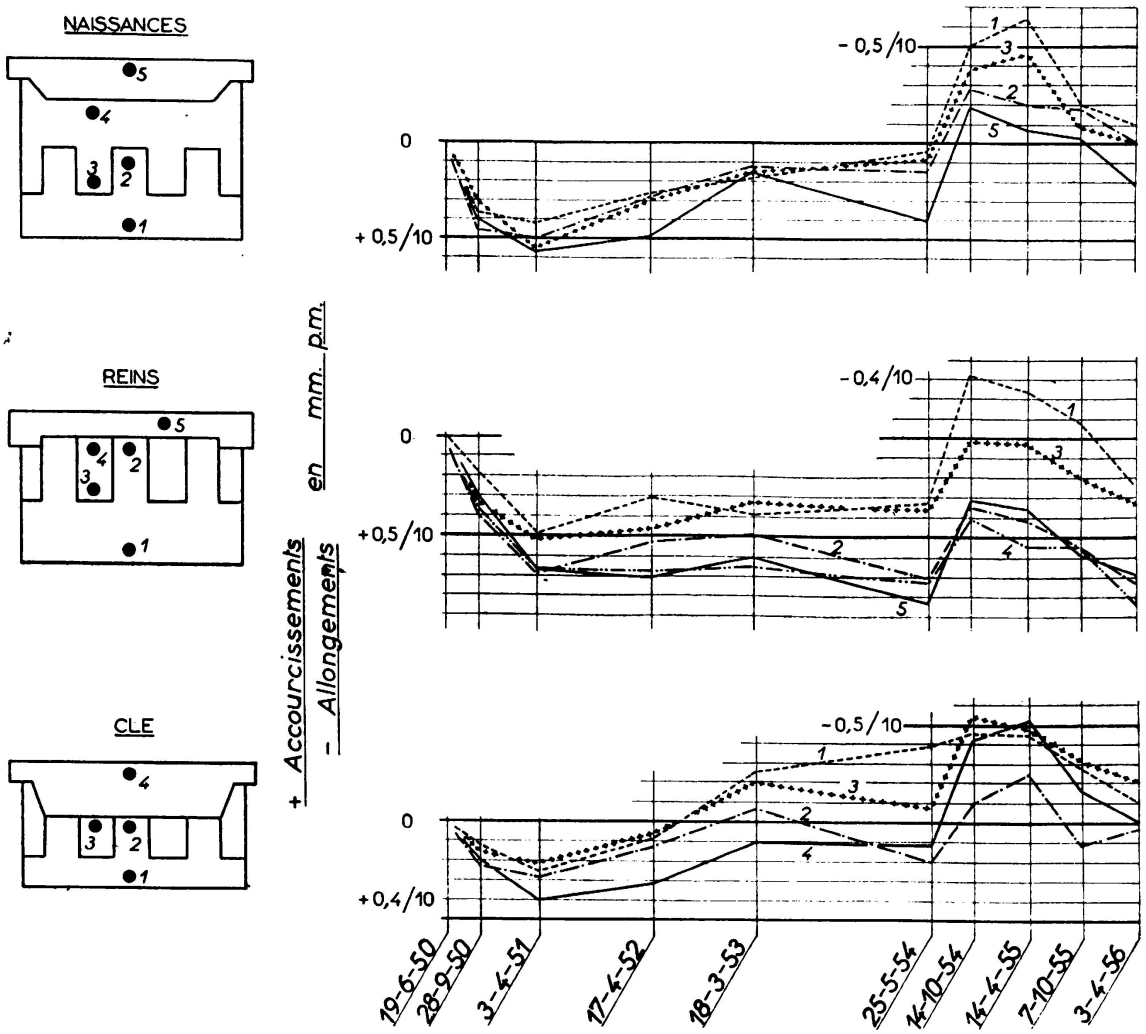


FIG. 9. Fluage depuis la mise en service – *Variations des déformations relevées aux appareils Coyne corrigées de l'effet de température et de retrait*

blocs témoins il est possible de corriger les courbes de déformation de l'influence de ce retrait.

La figure 9 donne alors les courbes correspondant, en principe, au seul fluage. Tenu compte des précisions des mesures et des hypothèses faites, ces courbes n'accusent pas un phénomène marqué. Les allongements trouvés pendant les années 1954-1955, période d'une pointe de

retrait marquée des blocs témoins, conduiraient à penser que le retrait de l'arc est moindre que celui des blocs.

En tout état de cause, le fluage sous des charges voisines de 50/60 kg/cm² apparaît comme faible, le phénomène essentiel étant le retrait.

Ce dernier correspond, d'ailleurs approximativement aux calculs usuels puisqu'il atteint 1/10 mm p. m. environ depuis le clavage de l'arc.

RÉSUMÉ

L'auteur rend compte des mesures effectuées sur une arche en béton non armé de 87,70 m d'ouverture en vue de déterminer l'allure des déformations lentes du béton sous les efforts permanents depuis la date de la construction (1950).

Les diagrammes de déformations en dents de scie relevés dans une même section et résultant du coulage par rouleaux conservent la même allure sans «adaptation» apparente entre les pointes de cette section.

La variation des déformations relevées en un même point de l'arc apparaît surtout influencée par le retrait, lui-même fonction étroite des conditions atmosphériques. Les valeurs finales de ce retrait sont de l'ordre de 1,6/10 mm par mètre au bout de cinq ans.

Le fluage sous 50/60 kg/cm² de contrainte permanente moyenne dans l'arc n'apparaît pas nettement et y est, en tous cas, peu important.

SUMMARY

The author describes the measurements carried out on a 87,70 m. span, non-reinforced concrete arch, in order to determine the form of slow deformations of concrete under permanent loads, since it was constructed (1950).

The «saw-toothed» deformation diagrams recorded along the same cross-section and resulting from the pouring of the concrete by layers, keep the same shape and show no apparent «adaptation» between the different parts of that section.

The variation of the deformations recorded at the same point of the arch seems to be mainly influenced by shrinkage, which in turn is a close function of the atmospheric conditions. The final values of the shrinkage are approximately 1,6/10 mm. per meter after a five years period.

The creep, under 50/60 kg cm² mean permanent stress in the arch, does not show very clearly and is of slight importance, in all cases.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser berichtet über die ausgeführten Messungen an einem unarmierten Betongewölbe von 87,7 Spannweite. Die Messungen bezwecken die Bestimmung des Verlaufes des Kriechens des Betons unter den ständigen Lasten seit dem Datum der Erstellung des Bauwerkes (1950).

Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme eines bestimmten Ausschnittes ergeben sich nur infolge Verwendung von Walzen sägeförmig. Sie zeigen alle den gleichen Verlauf, ohne irgendwelchen merkbaren «Ausgleich» zwischen zwei Punkten des betrachteten Bereiches.

Die Streuung der gemessenen Deformation in Bezug auf einen einzigen Punkt des Bogens erscheint vor allem durch Schwinden beeinflusst zu werden. Dieses selbst ist wieder direkt abhängig von den atmosphärischen Bedingungen. Die endgültigen höchstens, nach 5 Jahren registrierten Werte des Schwindens betragen 1,6/10 mm/m.

Das Kriechen unter einer dauernden Last, die eine mittlere Spannung von 50-60 kg/cm² ergibt, erscheint nicht plötzlich und ist auf jeden Fall unwichtig.

RESUMO

O autor relata as medições que se efectuaram num arco de betão não armado, de 87,70 metros de vão, com o fim de determinar o aspecto das deformações lentas do betão, sob os esforços permanentes a que está sujeito, desde a data em que foi construído (1950).

Os diagramas de deformações em dentes de serra, registados numa mesma secção e resultantes da betonagem por camadas, conservam o mesmo aspecto, sem «adaptação» aparente, entre os pontos dessa secção.

A variação das deformações registadas num mesmo ponto do arco parece ser principalmente influenciada pela contracção que, por sua vez, é função das condições atmosféricas. Os valores finais da contracção são da ordem de 1,6/10 mm por metro ao fim de cinco anos.

A fluência sob 50/60 kg/cm² de tensão permanente média no arco, não aparece nìtidamente e é, em todos os casos, de pouca importância.

I a 2

Fluage et relaxation des aciers à la température ordinaire

Creep and relaxation of steel at normal temperature

Kriechen und Entspannung des Stahls bei normaler Temperatur

Fluência e relaxação dos aços à temperatura normal

F. CAMPUS
Liège

Depuis une dizaine d'années nous avons entrepris, sous les auspices du Comité belge pour l'étude du fluage des matériaux aux températures ordinaires, subsidié par l'Institut pour l'encouragement de la recherche scientifique dans l'industrie et l'agriculture (I. R. S. I. A.), des recherches sur le fluage et la relaxation des aciers à la température ordinaire.

Il ne nous est pas possible, dans le cadre limité d'une contribution à la discussion de la Question I, *a)*, d'esquisser même brièvement une relation de ces recherches. Nous renvoyons à ce sujet aux publications [1], [2], qui ont déjà été faites et dont la liste figure dans la bibliographie figurant *in fine*. Nous nous bornerons à attirer l'attention sur les caractères particuliers de la recherche et sur les conclusions les plus importantes et les plus nouvelles.

La raison de la recherche a été l'étude du comportement, de l'amélioration des qualités et des conditions de réception des armatures pour les constructions précontraintes, c'est-à-dire principalement des fils tréfilés et des barres laminées d'acier à très haute résistance. Mais nous avons jugé opportun d'inclure aussi dans le programme des barres d'acier laminé qui ne sont pas généralement utilisées pour la précontrainte, allant jusqu'aux barres à béton ordinaires en acier doux. Cette extension a été utile pour la compréhension du problème. Lorsque l'on étudie un phénomène dans un domaine limité, il est toujours intéressant d'en poursuivre l'étude en dehors des frontières de ce domaine, de part et d'autre, pour préciser la signification des observations. Dans le cas qui nous occupe, cette extension s'est révélée très utile aussi par les constatations nouvelles qu'elle a permis de faire et qui sont susceptibles de développements dans des questions étrangères à la précontrainte.

Un autre caractère général de nos recherches est que nous avons, dès le dèbut et par principe, rapporté toutes les observations effectuées lors des essais de longue durée aux observations détaillées faites sur l'essai classique de traction de courte durée, les essais étant effectués dans tous

les cas suivant des modes opératoires bien définis. Toutes nos expériences ont été effectuées en traction simple, sur des éprouvettes relativement longues (1 mètre).

Une première conclusion générale est la suivante. Quelle que soit la durée de l'essai, la limite pratique inférieure des plus petites déformations permanentes discernables en est statistiquement indépendante. L'ordre de grandeur de ces plus petites déformations est de quelques millionièmes (10^{-6}). Cette limite est, dans l'essai de courte durée, désignée sous le nom de limite de proportionnalité. Nous avons établi que cette limite est statistiquement confondue avec la limite de fluage (sous tension constante) et avec la limite de relaxation (sous allongement spécifique constant). Nos recherches ont conduit à la détermination de cette limite pour de très nombreux types d'acier. Nous croyons intéressant de reproduire ci-après quelques résultats parmi beaucoup d'autres (Tableau n.° 1). Ils montrent que pour un grand nombre d'entre eux, la limite des plus petites déformations permanentes discernables est plus petite qu'on l'imagine souvent et inférieure aux tensions autorisées, même aux tensions de service. Les déformations permanentes limitées et rapidement stabilisées qui se produisent lors des épreuves d'ouvrages en acier ne sont donc pas dues uniquement au tassement des appuis et aux imperfections des assemblages. Le dépassement de cette limite est d'ailleurs sans danger tant que l'on reste dans le domaine des très petites déformations ne dépassant guère le cent-millième (10^{-5}). La répétition des efforts rétablit d'ailleurs l'élasticité. Cette notion réelle s'ajoute à celle, tout aussi réelle, des tensions initiales ou résiduelles, pour donner une plus saine appréciation des méthodes de l'élasticité que les notions trop idéales de l'élasticité parfaite et de l'état initial non contraint ou état neutre

Lorsque les tensions dépassent nettement la limite de proportionnalité, les déformations permanentes immédiates et différées croissent, de manière cependant très variable selon les types d'acier. Ce que l'on a appelé la limite conventionnelle d'élasticité (à 2.10^{-3} de déformation permanente) apparait aux essais de longue durée comme dépourvue de signification. On lui en avait cependant prêté une, puisqu'en Belgique et sans doute en d'autres pays, on a limité les tensions permanentes autorisées dans les armatures de précontrainte à une fraction de cette soi-disant limite, par exemple huit dixièmes (0,80). Par incertitude, on l'avait, du moins en Belgique, doublée d'une deuxième borne, à savoir six dixièmes (0,60) de la limite de rupture nominale. Cette disposition est beaucoup plus judicieuse, car il s'agit là d'une vraie limite, comme nous le montrerons plus loin.

Il y a naturellement une mention spéciale à faire des aciers ayant une limite apparente d'élasticité, c'est-à-dire un palier d'étirage (aciers doux et demi-durs). Comme ils ne sont guère usuels en précontrainte à l'état non écroui, nous en traiterons à part dans la suite. Bornons-nous à observer que lorsqu'ils ont été écrouis franchement au delà de la limite apparente d'élasticité, par exemple en vue de leur usage pour la précontrainte, ils ont des comportements comparables à ceux des aciers sans palier dont il a été question précédemment. Une constatation utile au sujet de ce comportement est la suivante. Entre la limite des plus petites déformations discernables et des tensions voisines des trois quarts de la

limite de rupture nominale, les déformations de fluage sous une tension déterminée sont proportionnelles aux déformations permanentes immédiates sous la même tension. Le coefficient de proportionnalité est très variable selon le type d'acier. La limite supérieure de validité de la propriété signifie simplement que la recherche n'a pas procédé au delà de cette limite; il n'a pas été établi que la relation ne soit pas valable au delà.

Cette propriété permet de déduire de la courbe des déformations instantanées en fonction des tensions, établie par un essai de courte durée, et de la courbe de fluage de longue durée sous une tension définie, le tracé des courbes de fluage sous n'importe quelle tension, dans les limites indiquées. Elle permet aussi dès lors, par une intégration aux différences finies, de tracer les courbes de relaxation à partir de n'importe quelle déformation permanente initiale. L'accord est satisfaisant entre les courbes expérimentales et les courbes tracées par la méthode de calcul graphique définie.

Sous des tensions constantes peu inférieures, égales ou supérieures à celles qui sont autorisées dans les ouvrages précontraints, le fluage devient sensiblement proportionnel au logarithme du temps $(1 + t)$ après une durée initiale, variable selon les cas de quelques heures à quelques dizaines d'heures, rarement un petit nombre de centaines d'heures.

En général, on ne commettra guère d'erreur en acceptant une durée initiale de 50 heures à 100 heures. Il en résulte que si le fluage est modéré après ce temps et n'a augmenté après dix heures que de peu d'unités, sinon d'une fraction de 10^{-5}, l'augmentation après plus de 125 ans n'aura guère que sextuplé, septuplé après plus de 1250 ans. Après ces durées, qui dépassent l'existence probable des ouvrages, le fluage pourrait donc être de l'ordre de quelques 10^{-4}, ce qui est admissible. Les relaxations correspondantes sont de l'ordre de quelques multiples de 2 Kg/mm^2.

On peut donc concevoir qu'il est ou qu'il sera possible de prévoir, avec une approximation suffisante, le fluage et la relaxation pendant la durée probable d'existence d'un ouvrage et, par conséquent, de contrôler suffisamment ces facteurs sur la base de quelques essais aisément praticables. Des développements non encore prêts à la publication sont en préparation à ce sujet.

Ces dernières remarques évoquent des préoccupations de sécurité et conduisent à poser la question de savoir à quel paramètre il faut rapporter la notion de sécurité. Ce n'est certes pas la limite apparente d'élasticité. Nous avons déjà indiqué que ce n'est pas non plus la limite conventionnelle d'élasticité à 2×10^{-3} de déformation permanente. C'est la limite de rupture nominale qui est à considérer. L'on pourrait craindre cependant que la longue durée d'application de la tension abaisse cette limite, notamment si l'on se réfère à la notion de «limite de fluage» énoncée par Monsieur R. L'HERMITE [3], qu'il ne faut pas confondre avec la limite de fluage définie en tête de cette contribution. Monsieur R. L'HERMITE propose d'appeler ainsi la tension la plus faible susceptible de provoquer la rupture si elle est appliquée en permanence. Nous l'appellerons «tension critique de fluage» pour la distinguer de la limite (inférieure) de fluage que nous avons définie.

Sans entrer dans les détails, nous croyons pouvoir affirmer qu'aux températures ordinaires, la tension critique de fluage est inférieure de

moins de 5 % à la limite de rupture nominale, déterminée par un essai à outrance. Eu égard à la dispersion, cet écart est négligeable. D'autre part, les ruptures différées se produisent après quelques dizaines de minutes ou à peine plus d'une heure. Après des durées plus longues, le vieillissement naturel intervient pour relever la limite de rupture de quelques % dans les aciers doux ou demi-durs, dans une moindre proportion mais encore décelable dans les fils tréfilés, malgré leur degré d'écrouissage considérable. Il est donc vraiment permis de se rapporter à la limite nominale de rupture pour apprécier le danger de ruine ou la sécurité.

La limite apparente d'élasticité ou palier d'étirage des aciers est, on le sait, influencée par les conditions d'expériences, notamment par la rigidité de la machine d'essai et par la vitesse de mise en charge. Ce dernier facteur notamment influe sur l'écart entre les valeurs dites inférieure et supérieure de cette limite [4] [5]. Cette question n'entre pas dans le sujet et ne sera pas considérée plus avant. Bornons-nous à noter qu'il est établi que la limite élastique apparente peut être relevée fortement (jusqu'à la limite de rupture) par l'accroissement de la vitesse de mise en charge [6].

Il n'avait pas encore été remarqué qu'elle pouvait être abaissée sous l'effet d'une longue durée d'application des charges. C'est ce que nous avons constaté au cours d'essais de fluage et de relaxation sur des barreaux d'acier doux et demi-dur, après un écrouissage préalable correspondant à un allongement permanent d'une fraction de la longueur du palier d'étirage (1/40e à 9/10e) [7] [8]. En fluage, il a été constaté des allongements considérables, éventuellement voisins de la longueur du palier d'étirage (c'est-à-dire de l'ordre de 10^{-2}), sous l'effet d'une tension inférieure de 10 à 20 % à la limite apparente d'élasticité. Pour des tensions supérieures à cette limite, ou pour des tensions inférieures sans amorçage préalable du palier, le fluage est de l'ordre de 10^{-5}. Les grands allongements se produisent après une heure ou deux (ou davantage) et durent plusieurs heures, parfois quelques dizaines d'heures. En relaxation, si l'on applique une déformation permanente atteignant une fraction du palier d'étirage, maintenue ensuite constante, après un petit nombre d'heures, la tension est diminuée de 10 à 20 % par rapport à la limite apparente d'élasticité. Or, pour des tensions initiales inférieures ou supérieures à la limite apparente d'élasticité, la relaxation est insignifiante

Le phénomène peut être répété tant que la somme des déformations permanentes cumulées n'atteint pas la longueur du palier d'étirage. L'allongement correspondant à ce palier se distingue donc du fluage ordinaire en-dessons ou au-dessus de la limite apparente d'élasticité comme s'il était d'une autre nature; la longueur du palier a donc de l'importance pour les phénomènes d'adaptation.

Le mot de limite est mal avenu pour un élément qui peut subir de telles variations dans les deux sens; le mot allemand correspondant de «Grenze» encourt la même critique. Le terme anglo-saxon «yield point» y échappe.

Cet abaissement du palier d'étirage en fluage ou en relaxation a été établi pour la traction simple. Il faudrait vérifier s'il existe en flexion et en sollicitation composée. Cet abaissement pourrait avoir quelqu'inci-

dence sur les méthodes de calcul dites du régime plastique et du régime élasto-plastique, dès que les sollicitations subsistent pendant quelques heures.

En ce qui concerne la relaxation des tensions résiduelles, par exemple de soudure, nous avions conclu de l'insignifiance de la relaxation, lorsque les tensions initiales n'atteignent pas la limite apparente d'élasticité (2, b), que la relaxation des tensions de soudure est insignifiante en toute hypothèse. Nous jugions en effet, selon les idées répandues en matière de plasticité, que si la limite apparente d'élasticité était atteinte, celle-ci était ensuite maintenue sans diminution pendant l'étirage.

Il se pourrait, d'après les nouvelles constatations relatées ci-dessus, qu'une relaxation de 10 à 20 % soit possible dans le cas où les déformations empêchées atteindraient une fraction du palier d'étirage. Cependant, comme les tensions de soudure peuvent créer des états de tension compliqués, cette possibilité demanderait une vérification expérimentale, qui n'est pas une chose simple.

TABLEAU 1

Valeurs des limites de proportionnalité

Repère de l'acier	Diamètre (mm)	R (Kg mm^2)	R_c (Kg mm^2)	$\sigma_{p\ 0,001\ \%}$	$\sigma_{p\ 0,0005\ \%}$	$\sigma_{p\ th\ \%}$
P	10	35,8	25,2	12,10	11,0	10,00
20	15	36,8	24,9	14,15	10,4	8,49
Bb	10	40,2	29,3	12,00	10,5	9,50
19	15	47,5	30,0	17,80	9,8	5,60
23	16	56,8	39,3	23,60	18,6	14,90
36	19	61,7	41,6	21,20	15,8	7,00
S	12	64,1	48,5	20,00	19,0	17,50
24	15	70,2	43,0	31,12	24,0	14,20
B	25	70,44	45,1	30,80	22,6	15,00
16	15	83,2 (84,9)*	– (66,9)*	22,60	13,1	5,70
27	16	85,2	51,5	37,30	24,9	15,00
A	15	88,3	61,7	36,00	27,0	17,00
37	20	92,1	53,7	40,20	23,5	13,40
30	20	93,0	60,5	41,20	28,2	16,60
15	15	111,08	–	47,50	41,5	17,00
5	15	122,8	–	64,20	46,2	–
7	9	133,6	–	31,44	25,8	–
9	7	158,5	–	32,75	30,1	26,00
40	5	158,5	–	85,00	78,0	35,00
18	5	163,0	–	41,00	32,8	20,40
38	7	165,4	–	65,00	52,0	35,00
21	5	174,7	–	112,00	86,5	50,90
34	3	196,6	–	28,30	21,0	14,00
33	2,5	209,8	–	81,5	71,0	61,10

* Valeurs indiquées par le fournisseur.

TABLEAU 2

Ruptures différées

I. – *Acier doux P.* Diamètre des éprouvettes polies (7 ± 0,01) mm.

Tension (Kg mm²)	Rupture	Observations
37,80	instantanée	
37,68	après 2 minutes	
37,42	après 1 minute	
36,90	après 31 minutes	
36,64	après 25 minutes	
36,38	après 55 minutes	
36,12	pas de rupture	après l'essai de durée, les éprouvettes sont rompues sous 41 Kg/mm²
36,00	après 96 heures	

II. – *Acier demi-dur S.* Eprouvettes comme ci-dessus.

Tension (Kg mm²)	Rupture	Observations
61,84	instantanée	
61,19		
60,97		
60,25	après 10 minutes	
60,00	après 22 minutes	
60,00	après 27 minutes	
59,77	après 16 minutes	Une autre éprouvette n'est pas rompue après deux ans. Après l'épreuve de durée, elle est rompue sous 63,39 Kg/mm².
59,34	après 63 minutes	
58,70	pas de rupture	après l'épreuve de durée, les éprouvettes sont rompues sous 64,44 Kg/mm²
58,06	après 96 heures	

III. – *Fil tréfilé 40,* à l'état brut, diamètre nominal de 5 mm.

Tension (Kg mm²)	Rupture	Observations
158,59	instantanée	
	5 fils rompus instantanément	La tension de rupture instantanée du fil rompu après 19 min. est 158,07 Kg/mm². Le fil non rompu après 1 an est ensuite rompu sous 159,78 Kg/mm².
157,00	1 fil rompu après 19 m.	
	1 fil non rompu après 1 an	

BIBLIOGRAPHIE

1. F. CAMPUS — *Limite de fluage des aciers à la température ordinaire* (Revue universelle des Mines, Liège, 15 décembre 1947).
2. F. CAMPUS — *Etudes expérimentales du fluage et de la relaxation des aciers à la température ordinaire.*

   a. Comptes-Rendus de recherches de l'Irsia, n.° 11, Bruxelles, juillet 1953.
   b. Bulletin C. E. R. E. S., Liège, tome VI, 1953.
   c. Estratto dei Rendiconti et Pubblicazioni del Corso di Perfezionamento per le costruzioni in cemento armato, Milano, Vol. V, 1954.

3. R. L'HERMITE — *L'expérience et les théories nouvelles de la résistance des matériaux* (Dunod, Paris, 2e éd. 1945.)
4. E. A. DAVIES — *The effect of the speed of stretching and the rate of loading on the yielding point of mild steel* (Journal of applied Mechanics, n.° 12, 1938).
5. F. K. G. ODQUIST & C. SCHAUB — *The yield point of mild steel at non homogeneous and compound stress distributions* (Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm. n.° 34, 1950).
6. M. P. WHITE — *On the impact behavior of a material with a yield point* (Journal of applied Mechanics, New-York, n.° 1, 1949).
7. F. CAMPUS & K. GAMSKI — *Abaissement de la limite apparente d'élasticité des aciers par fluage après une amorce d'écrouissage (à la température ordinaire).*

   a. C. R. Acad. des Sciences, Paris, T. 241, 28 novembre 1955.
   b. Revista de la Real Academia de Ciências Exactas, Físicas y Naturales, Madrid, Tomo XLIX, Cuaderno 4°

8. F. CAMPUS & K. GAMSKI — *Abaissement de la limite apparente d'élasticité des aciers par fluage après une amorce d'écrouissage (à la température ordinaire). Effet sur la relaxation.* (C. R. Acad. des Sciences, Paris, T. 242, 13 février 1956).

RÉSUMÉ

Il est rendu compte, d'une manière très succinte, des résultats d'essais de fluage et de relaxation effectués à la température ordinaire sur des éprouvettes d'acier de natures très diverses, allant de l'acier doux aux fils tréfilés les plus durs. Diverses notions sont définies (limite de fluage et de relaxation, tension critique de fluage) et rattachées aux notions correspondantes de l'essai de traction simple de courte durée (limite de proportionnalité, tension de rupture). Il existe une proportionnalité entre les déformations permanentes instantanées et le fluage, qui varie avec la nature de l'acier. Enfin, pour les aciers possédant un palier d'étirage, le fluage et la relaxation permettent un abaissement appréciable de la limite apparente d'élasticité (Yield point, Streckgrenze).

SUMMARY

A brief account is biven of the results of creep and relaxation tests, performed at normal temperature, on test bars made of different kinds of steel, from mild steel to the hardest wiredrawn steel strands. Several notions are defined (creep and relaxation limit, critical creep stress) and related to the corresponding notions of the short time tensile test

(limit of proportionality, tensile strength). Between the instantaneous permanent deformations and creep there is a ratio, that varies with the type of steel. In the particular case of steel with a yield point, creep and relaxation allow yield point to be greatly lowered.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird auf eine sehr gedrängte Art und Weise Rechenschaft abgelegt über die Resultate der Kriech- und Entspannung versuche von sehr verschiedenartigen Probekörpern aus Stahl bei normaler Temperatur. Geprüft wurde der ganze Bereich von weichem Stahl bis zum härtesten gezogenen Draht. Verschiedene Begriffe haben sich dabei als charakteristich erwiesen (Kriechgrenze und Entspannungsgrenze, kritische Kriechspannung) und können auf die entsprechenden Begriffe des einfachen Zugversuches von kurzer Dauer zurückgeführt werden (Proportionalitätsgrenze, Bruchspannung). Es besteht eine Proportionalität zwischen den bleibenden Deformationen aus kurzzeitiger Belastung und dem Kriechen, die mit der Natur des Stahles variiert. Weiter erlaubt das Kriechen und die Entspannung für Stahlsorten, die im Spannungs/ /Dehnungsdiagramm eine Streckgrenze aufweisen, eine nennenswerte Senkung der Streckgrenze.

RESUMO

Relata-se, resumidamente, os resultados de ensaios de fluência e de relaxação efectuados à temperatura normal com barretas de aço de diversas qualidades, desde o aço macio aos mais duros fios trefilados. Definem-se várias noções (tensão crítica de fluência) que se relacionam com as noções correspondentes do ensaio de tracção simples de curta duração (tensão de proporcionalidade, tensão de rotura). Existe uma proporcionalidade entre as deformações permanentes instantâneas e a fluência que varia com a natureza do aço. Para os aços que apresentam um patamar de estiragem, a fluência e a relaxação permitem um abaixamento apreciável do limite aparente de elasticidade.

I a 3

The behaviour of a symmetrical pitched roof portal loaded to collapse

Discussion

Das Verhalten eines symmestrischen Portalrahmens mit geneigten Dachflächen bei einer Beanspruchung die um zum Bruch führt

Diskussion

Ensaio de rotura de um pórtico simétrico de duas águas

Discussão

Essai à la rupture d'un portique symétrique à deux pans

Discussion

M. R. HORNE
Sc. D., A.M.I. C.E.
Cambridge University
Cambridge

The authors give the calculated deflections of their portal frame when it is just on the point of collapse, obtained by the method described by Symonds and Neal [9]. In practice, it may be of greater interest to be able to calculate the deflections before this stage is reached, but after plastic deformation has occurred at certain sections. Unfortunately, such calculations are difficult, since it is not known *a priori* at which sections plastic hinges occur at a given load. Hence several analyses may have to be made before the correct solution is obtained. It is thus desirable to use a rapid method for setting down the equations for the general case, making no assumptions regarding the positions of the hinges. A convenient procedure based on an adaptation of the elastic traverse method of analysis [10] will be described, and illustrated by reference to the portal frame discussed by Baker and Eickhoff.

The principle of the traverse method for elastic members is shown in Fig. 1 (b). The prismatic member AB [Fig. 1 (a)] is subjected to transverse loads, together with terminal moments M_A and M_B. The actual deformation of the centre line may be replaced by two angular discontinuities at the third points, as shown in Fig. 1 (b). The values of the discontinuities are $-\frac{l}{2EI}(M_A - M_{FA})$ and $-\frac{l}{2EI}(M_B - M_{FB})$

where M_{FA} and M_{FB} are the fixed-end moments due to the transverse loads, l is the length of the member, and EI is its flexural rigidity.

Suppose that the bending moment at some point C in the member, distance α from A, reaches the full plastic value M_P [Fig. 1 (c)]. It will

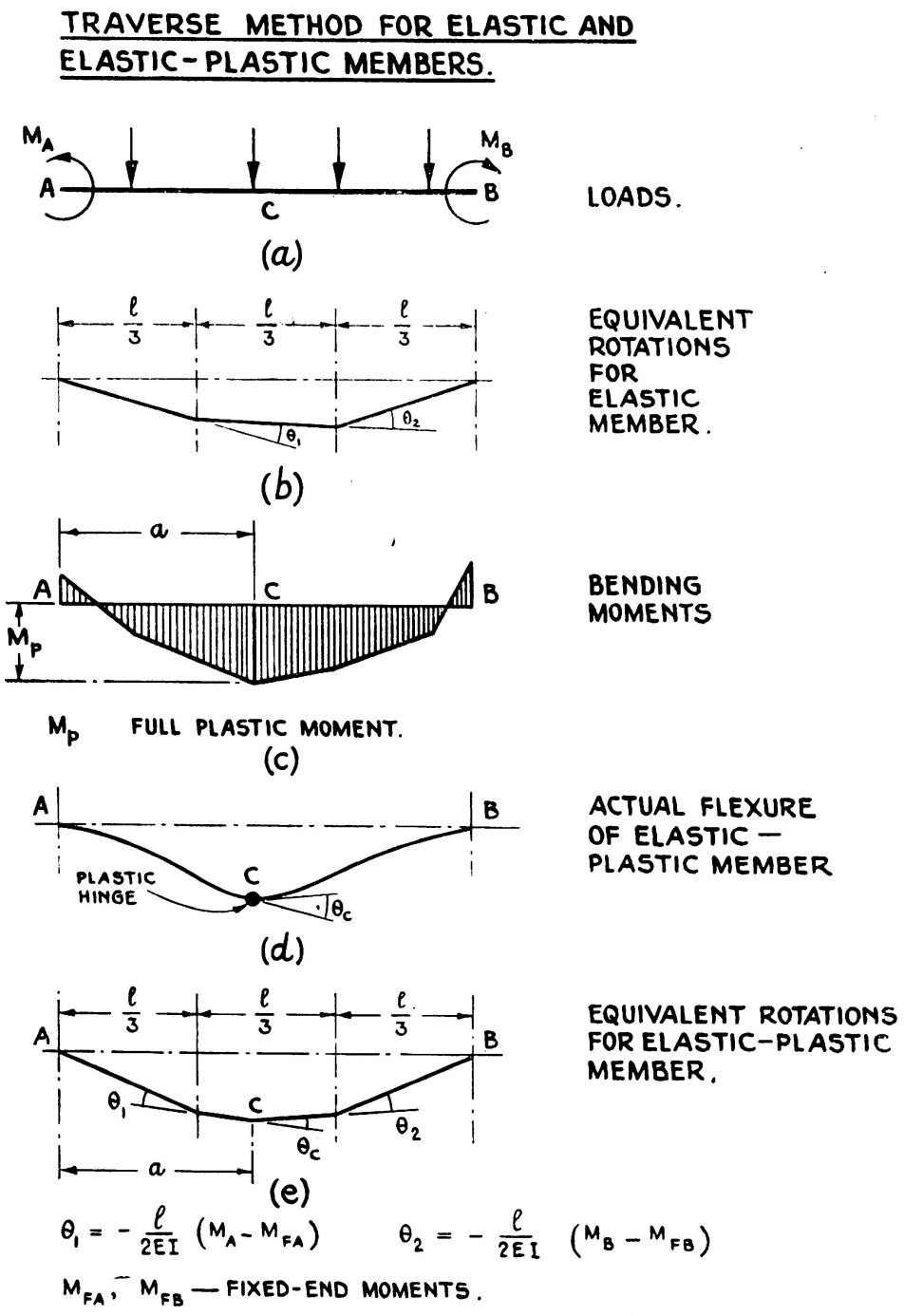
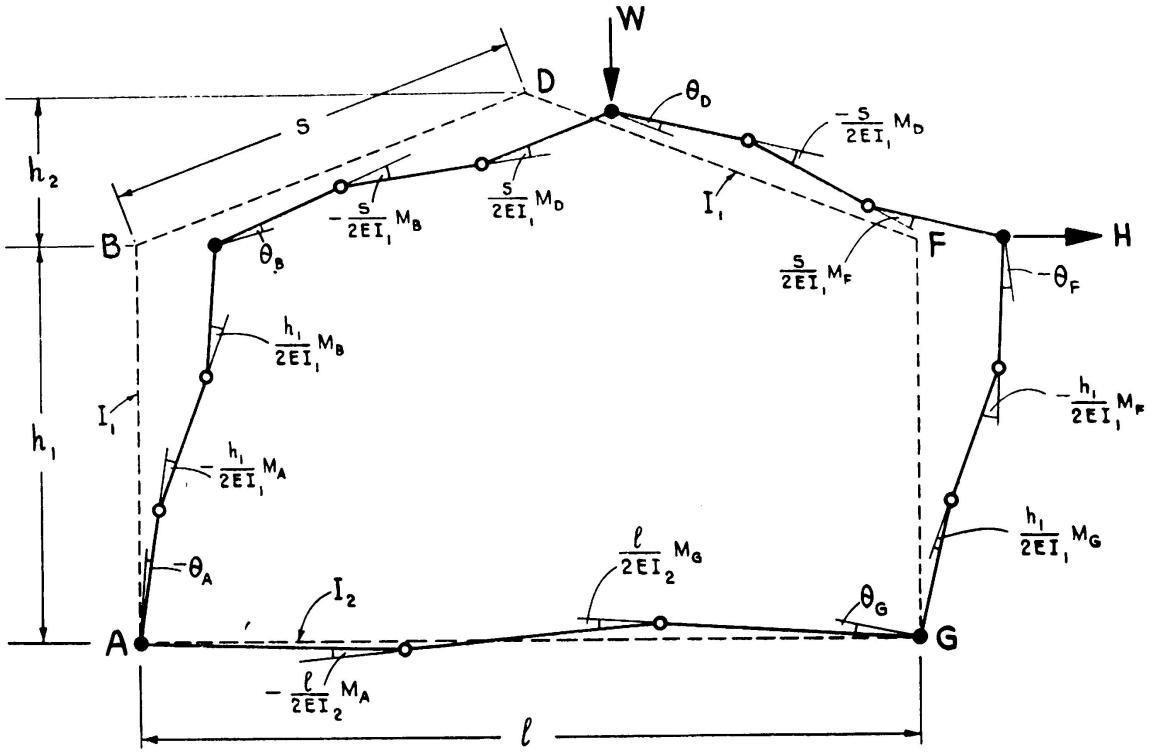


FIG. 1

be assumed that the shape factor of the member is unity, so that all plastic deformation is confined to the sections at which full plasticity occurs. The total deformation of the member then includes a plastic

hinge rotation θ_C [Fig. 1 (d)], and this must be added to the usual angular discontinuities corresponding to elastic flexure to obtain the total equivalent deformation [Fig. 1 (e)]. In general, it will be sufficiently accurate to add the plastic hinge rotation θ_C to the nearest third point of the member (including the ends), thus simplifying the calculations when the member forms part of a rigid frame.

The generalised rotations which are assumed when analysing the pitched roof frame described by Baker and Eickhoff are shown in Fig. 2. Since the loads W and H are applied at joints, no fixed-end moments



o ELASTIC FLEXURE ROTATIONS.

● POTENTIAL PLASTIC HINGES.

FIG. 2

occur in the expressions for the elastic flexure rotations. The bending moments at A, B etc. are denoted by M_A. M_B. etc., moments being accounted positive when they produce tension on the inside of the frame. Potential plastic hinge positions are at the five joints, and arbitrary rotations θ_A, θ_B, etc. are ascribed to these sections. These rotations are accounted positive when they produce deformation convex to the inside of the frame. The symbols $E I_1$ and $E I_2$ denote the flexural rigidities of the frame and base beam respectively, l is the span, h_1 the height to eaves, h_2 the height from eaves to apex, and s is the length of a rafter.

The requirements of frame continuity lead to three equations, as shown in Fig. 3. Taking $l = 192$ inches, $h_1 = 96$ inches, $h_2 = 37.2$ inches, $s = 102.9$ inches, $E I_1 = 5.73 \times 10^5$ tons inches and $E I_2 =$

$= 34.0 \times 10^5$ tons inches, and expressing the bending moments in tons inches, the equations become

$$0.645\ M_A + M_B + 1.035\ M_D + M_F + 0.645\ M_G + 5.76 \times 10^5\ (\theta_A + \theta_B + \theta_D + \theta_F + \theta_G) = 0 \quad (1)$$

$$0.649\ M_A + M_B - M_F - 0.649\ M_G + 6.96 \times 10^3\ (\theta_A + \theta_B - \theta_F - \theta_G) = 0 \quad (2)$$

$$1.525\ M_A + M_B + 0.278\ M_D + M_F + 1.525\ M_G + 4.64 \times 10^3\ (3.58\ \theta_A + \theta_B + \theta_F + 3.58\ \theta_G) = 0 \quad (3)$$

In addition to these equations, there are two equations of equilibrium relating the bending moments to the applied loads. These may be obtained

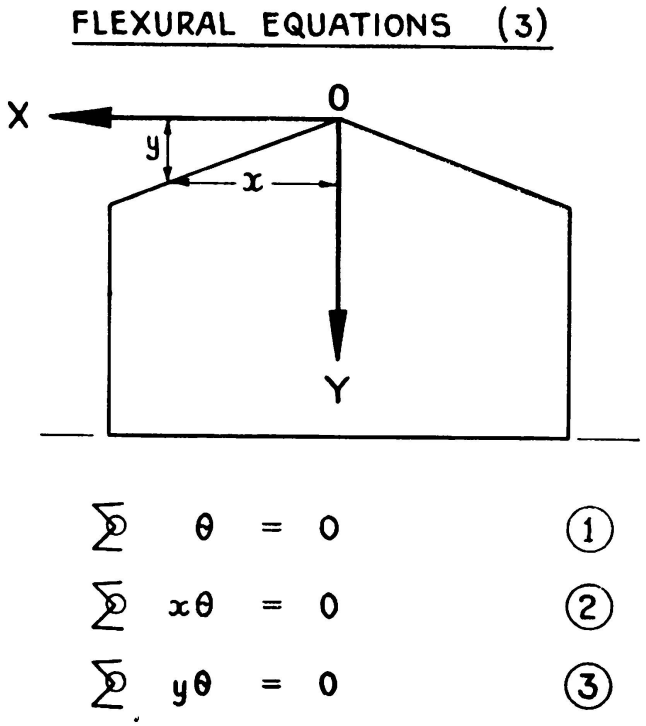


FIG. 3

by considering the virtual work equations for two independent mechanisms, as shown in Fig. 4. When numerical values for dimensions are inserted, it is found that

$$-M_A + M_B - M_F + M_G = 96\ H \quad (4)$$

$$-M_B + 2\ M_D - 1.775\ M_F + 0.775\ M_G = 96\ W + 74.4\ H \quad (5)$$

The above five equations are sufficient to determine all the moments and rotations at any given values of W and H.

At each joint in the frame, there is either no plastic hinge and the members are elastic, that is

$$\theta = 0 \quad \text{and} \quad -M_P < M < M_P$$

or full plasticity occurs, in which case,

$$\text{if } \theta > 0, \text{ then } M = M_P \text{ and}$$
$$\text{if } \theta < 0, \text{ then } M = -M_P.$$

Hence, whatever the loads, there are five unknown numerical quantities. When performing an analysis, the assumption has to be made regarding

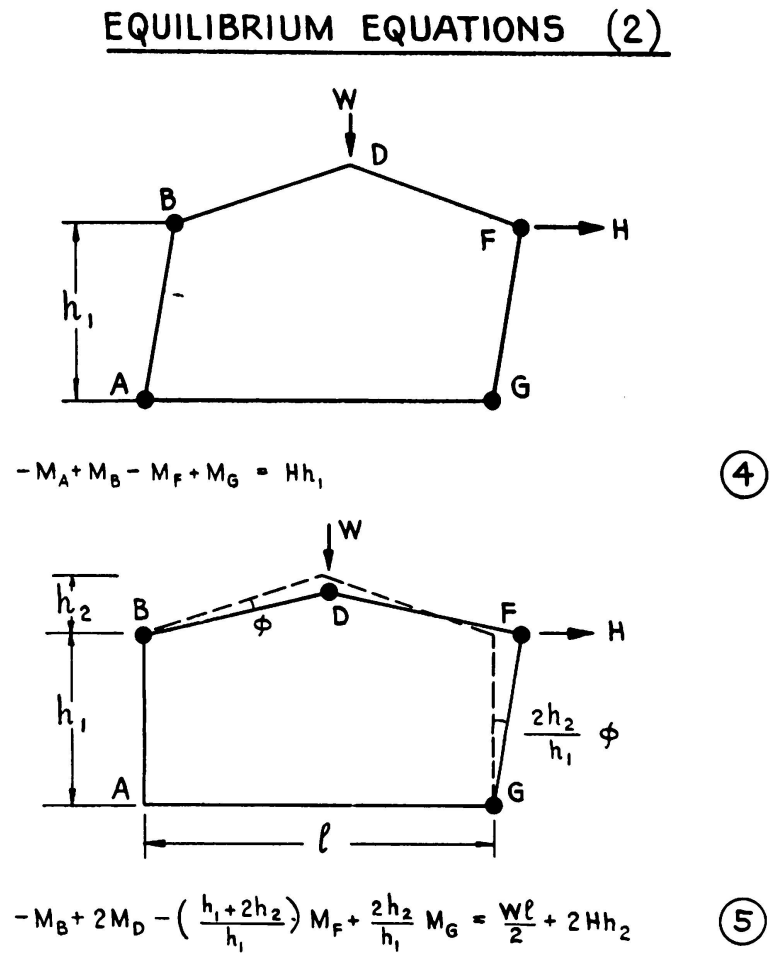


FIG. 4

which joints have become fully plastic. The correct assumptions will lead to a solution in which all the above inequalities are satisfield. It is evident that a moment in excess of M_P denotes a hinge position where none has been assumed, while a hinge rotation of the wrong sign denotes that a hinge has been inserted where the frame is actually still elastic. The correct solution may thus be obtained by trial and error, or alternatively by tracing the formation of the hinges as the loads are increased.

The solutions of equations (1) to (5) for the pitched roof frame of Baker and Eickhoff are summarised in Table I for each load at which a new plastic hinge just forms. The theoretical and experimental load deflection relations are compared in Fig. 5, the loads at which the various sections first become plastic being indicated. The theoretical deflections are less than the actual values, due presumably to

1) the incomplete rigidity of the joints, and
2) the spreading of the plastic zones either side of the fully plastic sections.

The calculated deflections at the point of collapse are in agreement with the authors' values. It is interesting to note that, whereas the

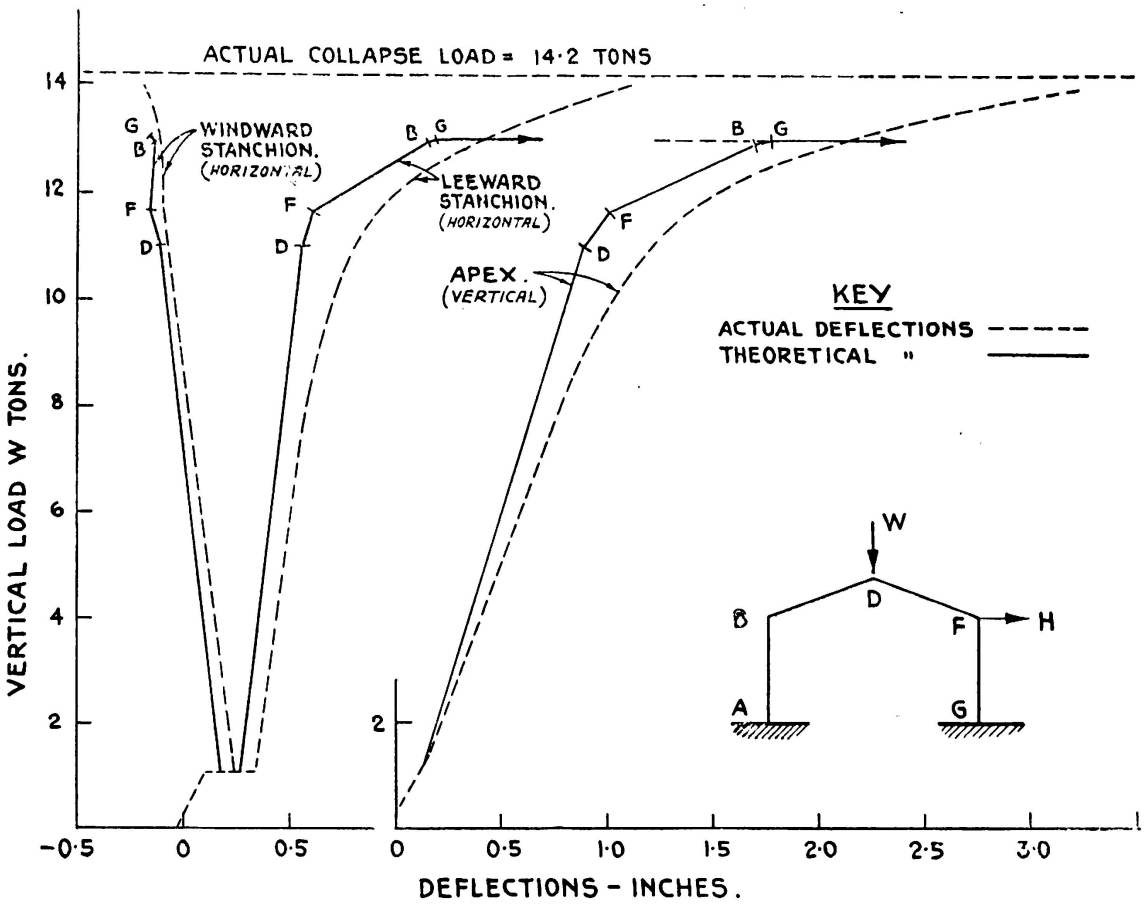


FIG. 5. Experimental and theoretical deflections of portal frame

order in which the resin cracks were observed was F, B, D, G, the theoretical order for the formation of the plastic hinges was D, F, B, G. The late recording of yield at D may have been due to the difficulties of observation (see Fig. 4 of authors' paper), and it is probable that yield did occur first at that section.

TABLE I

Summary of elastic-plastic analysis for pitched portal frames

Horizontal Load H (tons)		1.70	1.70	1.70	1.70	1.70
Vertical Load V (tons)		0	11.02	11.66	12.93	12.95
Positions of Plastic Hinges		-	D	D.F	D, F, B,	D, F, B, G
Bending Moments (Tons Inches)	M_A	-43.5	56.7	69.0	81.0	83.8
	M_B	21.0	-164.2	-182.9	-247.0	-247.0
	M_D	13 9	247.0	247.0	247.0	247.0
	M_F	-43.2	-228.4	-247.0	-247.0	-247.0
	M_G	55.5	155.7	168 0	244.0	247.0
Hinge Rotations (Radians $\times 10^{-5}$)	θ_A	0	0	0	0	0
	θ_B	0	0	0	0	-0.92
	θ_D	0	0	3.74	20.12	21.38
	θ_F	0	0	0	-15.14	-16.14
	θ_G	0	0	0	0	0
Vertical Deflection at D (inches)		0.049	0.857	0.983	1.678	1.736
Horizontal Deflection at B (inches)		0.206	-0.107	-0.156	-0.140	-0.162
Horizontal Deflection at F (inches)		0.243	0.556	0.605	1.161	1.185

REFERENCES

10. STEWART, R. W. — *Analysis of Continuous Structures by Traversing the Elastic Curves.* Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs. 1936. Vol. 101, p. 105.

SUMMARY

The elastic traverse method of structural analysis is adapted to the calculation of deflections in rigid-jointed elastic-plastic structures at all stages up to plastic collapse. Theoretical results are obtained for the portal frame described by Baker and Eickhoff, and are compared with the experimental values.

ZUSAMMENFASSUNG

Die elastische Methode der Baustatik wird auf die Berechnung der Durchbiegungen von elastisch- plastichen Konstruktionen mit biegesteifen Stössen auf allen Stufen bis zum plastischen Bruchzustand angewendet. Die theoretischen Ergebnisse für einen Portalrahmen werden verglichen mit den experimentellen Werten.

RESUMO

Aplica-se o método de cálculo elástico à determinação das flechas de estruturas elasto-plásticas com nós rigidos em todos os estados de equilíbrio até à rotura plástica. Comparam-se os resultados teóricos obtidos para o pórtico descrito por Baker e Eickhoff com os valores experimentais correspondentes.

RÉSUMÉ

Les auteurs appliquent la méthode de calcul élastique à la détermination des flèches de charpentes elasto-plastiques à noeuds rigides dans tous les stades d'équilibre jusqu'à la rupture plastique. Ils comparent les résultats théoriques obtenus pour le portique décrit par Baker et Eickhoff avec les valeurs expérimentales correspondantes.