Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 5 (1956)

Artikel: Rapport général

Autor: Lardy, Pierre

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5980

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

II

Voiles minces, dalles, parois minces

Slabs and various curved structures in reinforced concrete

Flächentragwerke

Placas, lajes e paredes delgadas

Rapport Général – General Report – Generalreferat – Relatório Geral

PROF. DR. PIERRE LARDY
Ecole Polytechnique Fédérale
Zurich

I. APERÇU SUR LES METHODES DE CALCUL ET EXPERIMENTALES
(Classification et évolution)

1) Généralités.

L'utilisation, l'évolution et la diversité des structures bidimensionnelles, les voiles minces et les dalles en particulier, suivent une courbe ascendante. Tous les modes de construction les emploient de plus en plus fréquemment en vertu de leurs qualités si variées, au nombre desquelles se situent en première place leur capacité portante extraordinairement accrue par rapport à la poutre, leur adaptation aux conditions architecturales et esthétiques les plus diverses et leur économie remarquable.

Le thème II est consacré aux méthodes de calcul et expérimentales d'investigation du jeu des forces. Lors du Congrès de Cambridge en 1952, nous avions essayé d'établir un bilan des méthodes de calcul. En suivant de près l'évolution des quatre dernières années, on peut constater que celle-ci est peut-être moins spectaculaire que jadis; par contre, elle s'avère plus subtile et gagne en profondeur. Les différentes méthodes prennent tournure et se profilent plus clairement. Il est loisible de constater ce caractère particulier de l'évolution aussi bien pour les méthodes analytiques rigoureuses que pour les essais sur modèles.

En particulier, on se préoccupe de façon plus marquée du domaine d'application de chaque méthode. Le béton armé, plus spécialement le béton précontraint, obligent à distinguer entre la phase élastique et celle plastique jusqu'à la rupture. Il y a là une question de principe. En effet, une structure en béton armé, bien conçue et bien exécutée, a pratiquement un comportement élastique sous les charges prévues pour le domaine

d'utilisation pratique. Ce résultat fondamental et global est étonnant, d'autant plus que la loi de Hooke n'est pas rigoureusement vérifiée par le béton. Dès lors, rien ne s'oppose à l'utilisation de la théorie de l'élasticité pour calculer le comportement pratique de telles structures. Ajoutons qu'à plus forte raison, il en est de même pour les structures précontraintes, puisque l'absence de fissuration répond encore mieux aux hypothèses de l'élasticité. Le résultat de ces calculs représente un *critère de qualité* des structures, et donne en particulier les directives pour la bonne ordonnance des armatures. De même, il est possible d'en tirer des conclusions appréciables quant au degré de fissuration, c'est à dire quant au comportement à long terme de ces structures.

Le calcul de la phase plastique jusqu'à la rupture, pour autant qu'il est possible d'en parler aujourd'hui en s'appuyant sur des bases solides, est à même de fournir des renseignements d'une nature toute différente. Il s'agit ici de la question de la *sécurité* des constructions, en premier lieu de leur *capacité portante.* Pour le béton armé, l'étude de cette phase plastique n'est pas absolument indispensable, tandis qu'elle l'est pour le béton précontraint, puisque, pour ce dernier, les contraintes ne sont pas proportionnelles à l'accroissement des charges.

Il est extrêmement important d'insister sur le fait que ces deux conceptions, le calcul des phases élastique et plastique, ne sont nullement en opposition et que, bien au contraire, elles se complètent parfaitement. Ensemble, elles fournissent les *critères de qualité et de sécurité* qui couvrent dans une large mesure le domaine des connaissances nécessaires à l'appréciation des structures.

Dans un ordre d'idées fort différent, l'évolution récente est marquée par ce qu'on peut appeler le *problème de connexion* qui est défini par la coaction des divers éléments d'une structure complexe. Il n'est de constructions en béton armé ou précontraint où ce problème ne se rencontre pas. En langage mathématique, il est défini par le *problème aux limites,* et il exprime la compatibilité des conditions géométriques de raccord le long des bords. C'est là, en effet, que gît la vraie difficulté du calcul des structures complexes.

Signalons, avant de passer à une analyse plus détaillée des méthodes particulières, la tendance de plus en plus marquée d'adapter les calculs aux besoins bien définis et spécifiques de l'ingénieur, soit par les «analogies statiques», soit par l'établissement de tables et de graphiques calculés une fois pour toutes (p. ex. pour les dalles rectangulaires). Les chercheurs s'efforcent de transposer leurs résultats en un langage simple et approprié aux besoins de l'ingénieur, sachant fort bien que ce dernier doit reprendre les calculs, pour des raisons pratiques, au point où le mathématicien, soucieux avant tout de «l'existence des solutions», a abandonné les problèmes.

Nous pensons que ces trois considérations, à savoir le souci du domaine d'application des méthodes, le problème de connexion et la meilleure adaptation des calculs aux besoins de l'ingénieur caractérisent, dans ses très grandes lignes, l'évolution la plus récente des méthodes de calcul.

Dans ce qui suit, nous essayerons de donner un aperçu sur les points les plus importants du développement et d'établir une classification aussi systématique que possible des méthodes si diverses de ce vaste domaine.

2) Méthodes analytiques rigoureuses.

Nous nous bornons tout d'abord au domaine élastique et parlerons des calculs à la rupture au chapitre 5.

En général, tout problème de la théorie de l'élasticité est défini par deux groupes d'équations différentielles:

Equations fondamentales (I) :

Elles définissent le type de structure, p. ex.: dalles, voiles minces, etc.

Conditions aux limites (II) :

Elles caractérisent la structure particulière, définie par (I) au moyen des conditions aux limites: Conditions d'appui, encastrements, etc. D'une manière générale, elles définissent le problème de connexion.

On parle de solution, quand celle-ci vérifie *rigoureusement et simultanément* les deux groupes d'équations (I) et (II).

Pour les structures bidimensionnelles, c'est à dire les dalles, voiles minces, etc., la grande difficulté est représentée par le fait que ces équations sont à *dérivées partielles.* Aussi, il est souvent fort malaisé d'établir une solution rigoureuse, voire même approchée.

Dans cet ordre d'idées, trois méthodes se dégagent clairement dans l'évolution récente; nous les désignerons par le nom des auteurs classiques qui, les premiers, les ont appliquées au calcul des dalles:

a) *Méthode de Lévy.*

Elle consiste à vérifier rigoureusement les équations fondamentales (I) et à adapter les paramètres libres aux conditions aux limites (II).

b) *Méthode de Navier.*

Celle-ci vérifie rigoureusement les conditions aux limites (II) et adapte les paramètres libres aux équations fondamentales (I), c'est à dire le plus souvent au terme qui contient les surcharges. Elle est, en quelque sorte, en état de dualité avec la méthode de Lévy.

c) *Méthode mixte.*

Celle-ci procède par approximations successives. Chaque phase de ce procédé d'itération ne vérifie pas rigoureusement les équations (I) et (II); cependant, chacune d'elles doit être choisie de façon appropriée, et la solution obtenue par superposition doit converger vers la solution des deux groupes d'équations (I) et (II).

Les progrès réalisés concernent avant tout l'établissement de solutions nouvelles pour les dalles selon la méthode de Navier, où des encastrements quelconques peuvent être pris en compte par l'introduction de fonctions vérifiant à priori les conditions aux limites (II). Il est également intéressant de noter que l'emploi de systèmes de coordonées appropriés a permis le calcul rigoureux de dalles ayant la forme d'anneaux circulaires excentriques. D'autres problèmes de dalles ont été résolus par l'emploi

de fonctions orthogonales particulières. On trouvera des exemples relatifs à ces progrès dans les volumes de «Mémoires» de l'AIPC de ces dernières années ainsi que dans le présent volume.

Des calculs récents ont mis en lumière l'importance de la dalle «orthotrope».

Le calcul des voiles minces a bénéficié, ces dernières années également, de perfectionnements marqués. Non seulement, il a été possible d'établir certaines bases de calcul pour des voiles de structure nouvelle, mais la théorie a été appliquée aux barrages arqués en voûte mince. Pour ces derniers, le problème de connexion entre le barrage et le terrain présente des difficultés énormes, non complètement résolues.

Nous voudrions insister sur trois points caractéristiques des progrès récents:

L'emploi des imaginaires, c'est à dire de *fonctions complexes* dans la résolution des équations de base a donné des résultats fort intéressants dans la théorie des dalles. Cette méthode paraît au premier abord extrêmement délicate et rébarbative, puisque, de toute façon, les résultats doivent être transformés sous forme réelle, ce qui n'est pas un mince travail. D'autre part, ce n'est que sous la forme complexe qu'il est possible d'établir certaines relations générales, englobant, en un seul cas, des problèmes en apparence sans connexion aucune entre eux. C'est ainsi qu'il est possible d'établir le passage continu entre les dalles totalement encastrées et celles librement appuyées, en passant par le domaine complet de l'encastrement élastique. Ce passage est effectué par la variation continue de certains paramètres fondamentaux, variant du complexe au réel. Il s'agit là d'une méthode fort curieuse et ingénieuse, qui n'est évidemment pas à la portée de chacun.

Le second point concerne les solutions homogènes des équations fondamentales (I) sous formes de *solutions singulières*. C'est ainsi que, pour l'équation fondamentale des dalles de Lagrange, on obtient une solution singulière contenant la fonction logarithmique et correspondant à une surcharge concentrée. On dispose là d'une méthode extrêmement efficace, qui a donné lieu à l'établissement des *surfaces d'influence* pour les dalles rectangulaires. Ces résultats, mis sous forme de graphiques, sont un auxiliaire très précieux de l'ingénieur; elles permettent de calculer rapidement l'effet d'une combinaison quelconque de surcharges sur les les efforts intérieurs. C'est bien là une adaptation précieuse aux besoins de l'ingénieur, telle que nous l'avons indiqué au début. Cette méthode a été récemment généralisée aux dalles circulaires encastrées.

Le troisième point se rattache à la méthode mixte évoquée. Celle-ci a été appliquée au calcul des voiles cylindriques et conduit, pour chaque phase du procédé d'itération, à un état caractéristique du voile: état dit de la membrance, état des moments fléchissants de bord, etc. Le résultat montre ceci de particulièrement intéressant que, sur la base de certaines hypothèses simplificatrices bien motivées, il peut être exprimé, dans plusieurs cas, par des *fonctions élémentaires*, sans qu'il y ait lieu d'avoir recours à de fastidieux développements en séries infinies, dont la convergence n'est pas toujours bien établie. Ici également, il s'agit d'une adaptation fort bienvenue aux besoins de l'ingénieur, lui épargnant de longs développements. Cette méthode contient de belles promesses pour l'avenir.

3) Méthode des «analogies statiques».

Cette méthode correspond de façon directe et efficace à la manière de penser de l'ingénieur et ressortit le plus souvent au domaine de la statique appliquée.

L'idée en est la suivante; il s'agit de remplacer la structure donnée, en général fort complexe, par une autre, aussi semblable que possible à la première, mais plus simple à calculer. Cette «structure de remplacement», que l'on pourrait appeler un *modèle statique,* est souvent d'une autre catégorie de dimension. C'est ainsi que l'on remplace:

la dalle par un treillis de poutres croisées,

le récipient cylindrique par un système jumelé d'arcs et de consoles (p. ex. les barrages-voûtes).

la toiture cylindrique en voile mince par une poutre.

Ces exemples font passer des structures bidimensionnelles à la poutre ou au système de poutres.

Il est très curieux de noter qu'il existe plusieurs cas où le «modèle de remplacement» est d'une dimension supérieure à la structure originale. C'est ainsi que, pour le calcul, on peut remplacer le treillis de poutres par la dalle supposée sans torsion, et la dalle en connexion avec un treillis de poutres par la dalle *orthotrope.*

Il faut, dans ce genre de calculs, distinguer deux catégories:

a) *Equivalence totale du modèle statique.*

Le calcul du modèle conduit à la solution *rigoureuse* de la structure originale. C'est en particulier le cas du récipient cylindrique, de la coupole sphérique, etc. Nous avons ici l'illustration de «problèmes à analogies», c'est à dire conduisant à la même équation différentielle fondamentale. Dans les exemples cités, c'est celle de la poutre sur appuis élastiques continus.

b) *Equivalence partielle du modèle statique.*

Le calcul du modèle conduit ici à une solution *approchée* de la structure originale. Les calculs peuvent être, quant à leur efficacité, fort délicats; d'autre part, on peut arriver, par des corrections appropriées, à atténuer dans une large mesure le caractère approximatif des résultats.

Citons, comme exemple marquant de cette catégorie, le calcul des toitures cylindriques par le modèle statique de la poutre. Les corrections à apporter concernent avant tout la répartition des efforts latéraux le long de la directrice.

Cette méthode des analogies statiques, de par son adaptation pratique et son efficacité, doit être considérée comme une des plus importantes dans les applications.

4) Calcul numérique.

L'importance des méthodes de calcul numérique est évidente dans tous les cas où la solution analytique est impossible ou trop laborieuse. Dans notre rapport général du Congrès de Cambridge, nous avons fait large place à ces méthodes ainsi qu'aux raisons qui motivent leur choix.

Celles qui préoccupent avant tout l'ingénieur sont caractérisées en premier lieu par le fait qu'elles représentent, le plus souvent, un procédé *discontinu* de calculs. On se borne, en effet, à la connaissance de la solution en un certain *nombre fini* de points, en renonçant d'emblée à son établissement de façon *continue*.

La base mathématique est le *calcul aux différences*, transformant les quantités différentielles en différences finies et remplaçant l'intégration des équations différentielles par la résolution d'un système d'équations linéaires.

Pratiquement, on est conduit à deux problèmes fondamentaux, à savoir:

a) L'établissement du degré d'exactitude suffisant, tout en garantissant une ampleur raisonnable des calculs.

b) La résolution pratique des systèmes d'équations linéaires.

La densité du réseau choisi entraîne le degré d'exactitude ainsi que l'ampleur des calculs. Nous pouvons constater ici un progrès récent remarquable de nos connaissances à ce sujet en disant que, pour un grand nombre de problèmes, le calcul aux différences *ordinaire* conduit à un degré d'exactitude nettement insuffisant. Les premières et avant tout les secondes différences s'éloignent souvent de façon inadmissible des vraies valeurs, dès que les inconnues de départ contiennent des erreurs dépassant un certain degré.

Pour cette raison, des méthodes d'approximation supérieure ont été introduites, aussi bien en partant des mathématiques que de la statique appliquée (voir le rapport général du Congrès de Cambridge). Des expressions spéciales sont établies pour les différences successives, compte tenu d'un entourage plus étendu des points du réseau. D'autre part, il est possible de former, sur la base du développement en série de Taylor, des relations linéaires entre les inconnues et leur dérivées et d'utiliser en plus l'équation différentielle donnée au cours des calculs. Il s'agit là d'une méthode remarquablement efficace et rapide, d'un degré élevé d'exactitude, sur laquelle nous nous devons d'insister tout spécialement. (voir aussi: méthode du polygone funiculaire).

La résolution d'un système d'équations linéaires peut s'effectuer par la méthode de Gauss, dans le cas où le nombre des inconnues n'est pas trop élevé. Dans le cas contraire, la méthode de relaxation peut donner des résultats intéressants.

Les méthodes numériques décrites étendent de façon spectaculaire les possibilités du calcul de l'ingénieur dans les applications pratiques les plus diverses.

5) Calcul à la rupture.

Nous n'envisagerons que les calculs des efforts internes, laissant de côté la détermination des contraintes calculées à la rupture. On suppose donc que la structure considérée se trouve à l'état plastique au voisinage de la rupture. Un tel calcul ne pourra donner que des indications sur la sollicitation ultime d'un ouvrage, donc sur sa capacité portante extrême. De là on pourra, le cas échéant, définir la sécurité. Il s'agit dès lors d'un *critère de sécurité,* mais non plus, comme antérieurement, d'un critère de qualité. Il est, sur cette base, impossible de déterminer les contraintes ni les déformations *effectives* de l'ouvrage.

Les théories et calculs effectués jusqu'ici ne sont guère nombreux. On connaît avant tout le calcul à la rupture des dalles, qui émet à priori des hypothèses plausibles mais restrictives quant à la forme et la distribution des lignes de rupture, à la répartition des moments fléchissants le long de ces lignes et qui formule le minimum du travail virtuel. Des essais de calculs ont été faits sur les voiles cylindriques, sans qu'une ligne générale puisse en être dégagée. La Publication Préliminaire contient une contribution traitant du calcul à la rupture des récipients cylindriques.

D'une manière générale, ces calculs à la rupture forment un complément intéressant, voire même indispensable à ceux dérivés de la théorie de l'élasticité. Répétons combien il est important de les associer et non de les opposer l'un à l'autre.

S'il nous est permis d'émettre une suggestion, c'est que ces calculs à la rupture soient généralisés et étendus de façon *systématique* à d'autres structures importantes.

6) Méthodes expérimentales: essais sur modèles réduits.

Les essais sur modèles forment la seconde grande classe des méthodes d'investigation du jeu des forces, d'un caractère essentiellement différent des précédentes. Le calcul y est, dans une large mesure, remplacé par l'observation, suivie de l'interprétation des mesures.

On observe, non des contraintes, mais des déformations, telles que les flèches, les angles, les courbures et, avant tout, les allongements spécifiques.

L'art et la technique de l'interprétation des mesures forment le problème fondamental et la vraie base théorique de cette méthode. Elle est caractérisée d'une part par le fait qu'elle reste attachée au cas particulier étudié, et que les possibilités de généralisation sont minces, à l'opposé des méthodes de calcul en général. D'autre part, elle a le grand avantage de permettre l'étude d'un modèle bien au delà de la phase élastique. En effet, on peut souvent augmenter les surcharges de façon à obtenir la phase plastique et même la rupture, ce qui est extrêmement précieux. Finalement, la méthode expérimentale représente souvent le dernier refuge et la seule possibilité pour étudier une structure.

En général, elle servira de contrôle des calculs, contrôle d'autant plus précieux que les hypothèses ont un caractère plus général dans le modèle que dans les calculs. Les différences des résultats de l'une et l'autre méthode sont, pour cette raison, extrêmement significatives et permettent

de situer les vraies valeurs des grandeurs cherchées avec une bonne approximation.

C'est bien dans ce domaine des essais sur modèles que les progrès les plus évidents ont été réalisés. Ils concernent avant tout le perfectionnement apporté aux matériaux appropriés à la confection des modèles. La résine artificielle, avec certaines adjonctions, y joue un rôle prépondérant. On est également arrivé à trouver des matériaux dont le module d'élasticité est extrêmement bas, ce qui peut être avantageux dans certains cas. La technique des mesures a bénéficié de l'application de méthodes électriques et optiques, les premières utilisant aujourd'hui de préférence les extensomètres électriques.

Dans le cas où les coefficients de dilatation latérale de Poisson sont différents pour le modèle et l'ouvrage, de grandes difficultés théoriques subsistent quant à la transposition des résultats du modèle à l'ouvrage. En effet, les lois simples de similitude ne sont plus valables de façon générale. On peut cependant établir, pour certains cas bien définis, des *lois de transposition,* généralisant les lois de similitude.

Les essais sur modèles, en tant que méthode d'investigation, ont pris aujourd'hui une place prépondérante et très caractéristique dans les recherches. On peut s'attendre à de nouveaux progrès ces toutes prochaines années.

II. CONTRIBUTIONS AU THEME II

Nous avons le plaisir de présenter 10 contributions qui se répartissent sur les trois sous-titres. Tout en étant excellentes, voire remarquables, elles ne peuvent donner un aperçu complet sur les progrès acquis, ainsi que nous avons essayé de le faire dans la première partie. Elles illustrent, par contre, avec beaucoup de vigueur, certains points de l'évolution moderne.

Nous ne voudrions manquer de remercier les auteurs de leur contribution, de la peine qu'ils ont prise de formuler, souvent sous une forme élégante, leurs dernières recherches et découvertes.

Thème IIa

CALCUL GENERAL (ELASTIQUE ET PLASTIQUE) ; METHODES EXPERIMENTALES

Prof. C. BENITO – Madrid.

Etude expérimentale de toitures en voiles minces avec des modèles réduits.

Le «Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción», à Madrid, sous la direction des *Prof. Torroja* et *Benito,* a, depuis de longues années, contribué à faire progresser les méthodes expérimentales. Les essais sur modèles réduits qui y ont été effectués se sont d'emblée distingués par l'originalité particulière de leur conception et des méthodes utilisées.

C'est ainsi que le *Prof. C. Benito* présente un travail très suggestif sur de récentes études et expériences faites en laboratoire sur des modèles de toitures en voiles minces. L'auteur discute tout d'abord les modèles réduits en mortier de ciment, démontrant les avantages, mais aussi les inconvénients de ce matériau pour la confection des modèles. Les armatures et les coffrages peuvent s'avérer fort compliqués; d'autre part, il est relativement facile, puisque le prototype est en béton armé, de pousser les surcharges jusqu'à l'état de fissuration et même de rupture, ce qui représente un avantage marqué sur les méthodes de calcul, qui elles se bornent, en général, au domaine élastique.

Le Professeur C. Benito propose, et c'est là la partie spécialement intéressante de son mémoire, d'utiliser un nouveau matériau, appelé «Litargal», homogène, résistant à la traction et à la compression, et possédant, avant, tout, un *très faible* module d'élasticité; ainsi, le modèle peut se déformer de façon appréciable sous le seul effet de son poids propre. Ceci revient donc à supprimer les dispositifs spéciaux de charges qui représentent souvent une grande dépense de temps et d'argent. Le procédé des mesures est extrêmement ingénieux (fixation des appareils de mesure après décoffrage et rotation du modèle de 180°, ce qui entraîne un certain nombre d'avantages évidents). La fixation des extensomètres électriques tient compte de différents facteurs et élimine certaines sources d'erreurs.

Le procédé est amélioré du fait que le modèle est recouvert d'un vernis craquelant, révélant les isostatiques et permettant ainsi de fixer les extensomètres électriques d'emblée à bon escient.

Quelques applications de ces procédés figurent en fin du travail, illustré de quelques vues très suggestives des procédés décrits, appliqués à des constructions fort originales.

Dr. M. HANNA – Egypte.

Thin Spherical Shells under rim loading.

Le *Dr. M. Hanna,* d'Egypte, a effectué, par des mesures sur modèles réduits en aluminium, des contrôles pour les calculs donnés par la théorie de l'élasticité sur le comportement de voiles minces sphériques. Il considère des efforts horizontaux et des moments fléchissants, distribués symmétriquement par rapport à l'axe de rotation.

Ces essais confirment la théorie et mettent en évidence le fait que les actions de bord n'influencent généralement qu'une zone assez limitée de la sphère.

Prof. K. HRUBAN – Prague.

Lange parabolische Zylinderschalen.

Le *Prof. K. Hruban,* de Prague, est bien connu par ses travaux dans le domaine de la théorie de l'élasticité. Il présente ici un mémoire fort original sur le calcul des voiles cylindriques à directrice parabolique, de grande portée, qui a l'avantage de donner des solutions finies sous forme de polynômes. Grâce à certaines hypothèses simplificatrices, l'auteur arrive à éviter les développements en séries infinies et adapte ses solutions aux besoins pratiques.

En plus, le mémoire de l'auteur se distingue par l'élégance des méthodes mathématiques mises en oeuvre. L'introduction de fonctions et d'équations différentielles complexes lui permet de définir une fonction fondadamentale «potentielle», généralisant la notion classique qu'Airy a introduite pour le calcul des parois minces. Dès lors, il est possible d'obtenir les composantes des déplacements par de simples opérations de dérivation de la fonction potentielle.

L'auteur applique cette théorie, à titre de comparaison, aux voiles cylindriques circulaires, puis passe aux voiles paraboliques, en établissant tout d'abord les résultats pour l'état de membrane. Il superpose ensuite les solutions exprimant les conditions aux limites (intégration des systèmes d'équations différentielles homogènes) par la méthode indiquée. La superposition des deux types de solutions conduit au résultat général du voile cylindrique parabolique fléchi.

Les exemples numériques sont concluants, de même que les photographies donnant une idée de ces structures à voiles paraboliques. Elles présentent, comparées aux structures à voiles circulaires, des avantages marqués, par la plus petite inclinaison de leur tangente aux bords latéraux et par la réduction du volume enfermé dans le voile.

La méthode utilisée par l'auteur est fort suggestive et capable de généralisations intéressantes. Elle fournit un exemple remarquable de l'efficacité des procédés classiques et démontre une fois de plus la valeur de l'analyse mathématique appliquée avec un souci particulier d'adaptation aux problèmes de l'ingénieur.

Prof. TELEMACO VAN LANGENDONCK – São Paulo.

Cantilever Triangular Slabs.

Le *Prof. T. van Langendonck* a établi lors du Congrès de Cambridge, des familles de fonctions orthogonales adaptées aux problèmes des dalles. Dans le présent mémoire, il applique cette méthode à des dalles de forme triangulaire, dont un côté est encastré, les deux autres étant complètement libres.

L'auteur part des polynômes biharmoniques, et, après séparation des parties réelles et imaginaires, les transforme par le procédé classique d'orthogonalisation et obtient des fonctions fondamentales orthogonales qu'il réunit en séries infinies. Ces fonctions ont l'avantage de satisfaire d'emblée à certaines conditions sur les bords, et les constantes d'intégration sont déterminées de manière à résoudre le problème avec un grand degré d'exactitude, compte tenu des autres bords.

Il s'agit là d'une méthode fort intéressante et qui prouve une fois de plus combien l'utilisation de fonctions orthogonales est efficace.

M. J. LARRAS – France.

Contribution à la solution du problème des voiles minces cylindriques, à directrices quelconques, sous charges non-uniformes.

M. J. Larras, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, expose dans un mémoire bref et clair, une méthode d'intégration basée sur un procédé

d'itération. Les 12 équations classiques dont part l'auteur se subdivisent en deux groupes, à savoir 5 équations d'équilibre et 7 équations donnant les relations entre les efforts intérieurs et les déplacements. Le premier pas de l'intégration porte sur 3 équations d'équilibre, où tout d'abord les efforts tranchants sont négligés, ce qui lui fournit l'état de membrane du voile mince. De là, il passe au calcul des 3 déplacements, puisque les 3 efforts de membrane sont connus, et des déplacements il arrive aux moments fléchissants ainsi qu'à ceux de torsion. Le dernier stade de la première phase du calcul d'itération consiste à calculer les efforts tranchants.

Dès lors, il peut reprendre l'itération avec des efforts tranchants connus et déterminer les valeurs améliorées de l'état de membrane, et ainsi de suite.

La méthode de l'auteur est fort intéressante. Il faut toutefois se rendre compte que les différentes phases de l'itération exigent, dans le cas pratique, des calculs numériques étendus, et que seul un spécialiste averti est à même de les mener à bonne fin. Un avantage du calcul réside dans le fait qu'à chaque phase, on obtient des possibilités de contrôle fort utiles.

Prof. W. T. MARSHALL – Glasgow.

Experiments on model Shellroofs.

Les ingénieurs anglais ont, ces dernières années, contribué largement à ouvrir le domaine des études expérimentales, en particulier sur les modèles réduits. Ils ont développé des méthodes de mesures pour différents types de modèles et établi des résultats intéressants qu'ils ont comparés à ceux du calcul.

Le *Prof. William T. Marshall* présente un travail sur les expériences effectuées sur des modèles de toitures de forme cylindrique. Son exposé, divisé en 5 parties, est concis et clair, et ses conclusions fort suggestives quant à ce type de construction aujourd'hui si répandu.

L'auteur du mémoire fait varier plusieurs paramètres, à savoir l'épaisseur du voile cylindrique, son rayon de courbure, le nombre des arcs raidisseurs. Ceci permet d'obtenir une vue d'ensemble fort variée. Il utilise pour le modèle des plaques d'acier très minces et introduit la surcharge au moyen de coussinets gonflés d'air. Les mesures sont effectuées dans la section médiane au moyen d'extensomètres électriques. Les deux grandeurs mesurées sont, d'une part l'effort normal parallèle aux génératrices, d'autre part la distribution des moments le long de l'arc médian.

L'auteur a le souci de comparer ses résultats avec différentes théories, allant de la «beam-method» de caractère approché aux calculs plus exacts de la théorie de l'élasticité. Il est remarquable de constater que les méthodes de calcul approché ne donnent des résultats satisfaisants que quand le nombre d'arcs raidisseurs est suffisant. Ce n'est donc que dans ce cas-là que le voile cylindrique peut être assimilé, en direction des génératrices, globalement à une poutre. L'effet des raidisseurs diminue fortement les moments fléchissants transversaux sur l'arc. Les essais démontrent qu'il est possible de les dimensionner économiquement.

L'étude a été poussée jusqu'à la rupture. La charge de rupture est a peu près le double de celle de voilement.

Plusieurs graphiques permettent de suivre de près ces essais instructifs.

Thème IIb

ADAPTATION DES METHODES DE CALCUL AUX CONSTRUCTIONS METALLIQUES

Prof. M. NARUOKA, Assist. Prof. H. YONEZAWA – Japon.

A research on the application of the theory of orthotropic plates to Steel Highway Bridges.

Les *Prof. Naruoka* et *Yonezawa,* se sont préoccupés de l'important problème de connexion qui existe dans la construction des ponts métalliques, à savoir la connexion entre la dalle raidisseuse en béton armé et le treillis des poutres longitudinales et transversales.

Les essais de charge effectués sur différents ouvrages leur ont permis de comparer 4 méthodes de calcul essentiellement différentes:

1) La méthode dite ordinaire, qui consiste à calculer chaque élément séparément et qui ne tient pas compte de la connexion.

2) La méthode de la «dalle orthotrope», utilisée comme modèle statique et respectant automatiquement la connexion mentionnée.

3) La méthode consistant à établir directement la connexion entre la dalle isotrope et le treillis de poutres.

4) La méthode des grillages de poutres.

Les auteurs établissent des «rapports caractéristiques» et les utilisent comme paramètres qui établiront les critères pour juger la valeur des différentes méthodes.

Les conclusions sont intéressantes et se rapportent à différents types d'exécution où ce problème de connexion intervient de façon essentielle. Retenons la conclusion principale, à savoir que la méthode No. 2 de la dalle orthotrope correspond fort bien aux efforts réels mesurés. Son application sera d'autant plus efficace que les différentes valeurs pour les rigidités à la flexion et à la torsion pourront être plus exactement fixées dans le calcul. Il en sera de même des conditions aux limites. Le champ d'investigation reste largement ouvert aux chercheurs. Les deux auteurs ont le mérite d'avoir attiré l'attention sur cet intéressant problème de connexion.

MR. F. DEL POZO – Madrid.

Voiles minces cylindriques formés par une maille triangulaire.

Le voile mince cylindrique, dont la réalisation en béton armé est extrêmement répandue, a inspiré les ingénieurs de la construction métallique à une adaptation fort ingénieuse et originale par une structure

métallique triangulée. En vue d'économiser les coffrages et de réduire le poids propre, le voile proprement dit est constitué de mailles triangulaires équilatérales, dont les éléments sont des profils métalliques symétriques par rapport à la surface médiane et dont un côté est parallèle aux génératrices du cylindre. On arrive ainsi à des structures légères, élégantes, et aérées, d'un effet original.

L'auteur de ce mémoire Monsieur *F. del Pozo* de Madrid, s'inspire des grandes traditions de l'Ecole Espagnole et développe la thorie de ces voiles triangulés. D'une part, on retrouvera de grandes analogies avec la théorie classique des voiles pleins; d'autre part, il est clair que des différences essentielles apparaîtront.

Tout d'abord, il s'agit ici de structures homogènes, mais anisotropes, régies par 3 plans de symétrie élastique, faisant intervenir 5 constantes élastiques fondamentales. Les simplifications introduites par l'auteur dans les hypothèses de base sont plausibles et efficaces. La considération d'un «losange élémentaire» permet d'établir les relations entre les contraintes et les déformations spécifiques, puis, passant aux troix composantes du déplacement de l'espace, l'auteur arrive, après avoir établi les conditions d'équilibre, aux 3 équations différentielles fondamentales de la théorie. L'équation-clef pour le déplacement normal est du 8ième ordre (analogie avec la théorie classique des voiles pleins). L'auteur introduit une méthode approchée pour résoudre l'équation caractéristique et établit les formules générales pour le réseau de mailles équilatérales.

Il traite des cas symétriques et antimétriques des charges extérieures (état de membrane) et les superpose aux solutions homogènes (conditions aux limites).

Il est à remarquer que des essais sur modèles sont en cours; d'autre part, de telles structures ont été construites sur la base de la théorie établie et ont donné satisfaction.

L'auteur, qui a fort ingénieusement traité ce problème difficile, se propose d'établir des tables où les calculs seront effectués une fois pour toutes pour les structures courantes.

Thème IIc

ADAPTATION DES METHODES DE CALCUL AUX CONSTRUCTIONS EN BETON ARME

M. M. LITTLE, MORICE et ROWE – Londres.

Load distribution in right highway bridges.

Les auteurs, *M. M. Little, Morice* et *Rowe,* ont entrepris une étude théorique et expérimentale approfondie sur la transmission des efforts dans les tabliers de ponts, dus à des charges concentrées. Il s'agit avant tout de déterminer la répartition latérale des moments fléchissants.

Le mémoire présenté contient l'élaboration d'un grand nombre d'essais effectués sur modèles réduits ainsi que sur des ouvrages terminés. L'intérêt principal réside dans la confrontation des valeurs expérimentales et de celles données par différentes théories, allant de la théorie des

poutres croisées à celle de la dalle orthotrope. Les essais ont également porté sur des ponts en béton précontraint dans les 2 directions principales. En plus, les auteurs ont étudié des sections variées, à savoir: le pont-dalle, la dalle nervurée, a section creuse.

Certains résultats théoriques expriment l'influence latérale des charges isolées par une série de coefficients. Ainsi les auteurs, dans leurs tableaux comparatifs, ont pu se borner à indiquer les valeurs de ces coefficients, découlant d'une part de la théorie, d'autre part de leurs essais. Ces tableaux sont très instructifs. En effet, les moments fléchissants en long ne sont guère affectés par la valeur du coefficient de Poisson, tandis qu'il en va tout autrement pour leur répartition latérale.

Les recherches entreprises par les auteurs sont fort systématiques et fournissent, par là-même, une contribution intéressante au si difficile problème de connexion que représente une dalle nervurée dans la construction des ponts.

Dr. I. MENYHÁRD – Budapest.

Die statische Berechnung von zylindrischen Stahlbetonbehältern auf Grund der Bruchtheorie.

La théorie dite «calcul à la rupture» a été introduite tout d'abord pour déterminer les contraintes d'une section de béton armé dans l'état plastique des matériaux. Elle a été développée avant tout pour les poutres. Le *Prof. Johannson* fut le premier à étendre cette conception de calcul à des dalles de forme quelconque, afin de déterminer leur capacité portante, et, par là-même, leur sécurité.

Le *Dr. I. Menyárd,* dans son mémoire, traite les récipients cylindriques par ce même calcul, qui s'adapte fort bien à ce genre de constructions, puisque la stabilité n'intervient pas.

L'auteur formule les hypothèses de base, à savoir celles se rapportant à la forme des lignes de rupture qui sont fixées, d'emblée, aux moments de rupture le long de ces lignes, ainsi que celles se rapportant à l'état plastique des matériaux. Le calcul est relativement simple, puisqu'il n'utilise que le principe du travail virtuel le long des lignes de rupture et l'hypothèse que les moments doivent satisfaire à une condition de minimum.

Il est intéressant de remarquer que l'auteur insiste sur le fait que la théorie de l'élasticité rend, ici également, de grands services, puisque la condition primordiale pour un récipient est son étanchéité. Dès lors, l'épaisseur des parois cylindriques sera déterminée sur cette base, afin de réduire les contraintes de traction à un taux raisonnable. L'armature, par contre, pourra être dimensionnée selon le calcul à la rupture.

Il s'agit ici d'un exemple particulièrement intéressant, où les deux théories, élastique et plastiques, se complètent parfaitement, sans qu'il soit nécessaire de les opposer.

RÉSUMÉ

La première partie du rapport général contient un aperçu sur les méthodes de calcul et les méthodes expérimentales. Le rapporteur général essaye d'établir une classification systématique des procédés d'investigation

les plus modernes, en les caractérisant en tant que méthode et par les résultats obtenus.

La seconde partie résume les traits significatifs de chaque contribution au thème II.

SUMMARY

The first part of the general report deals with the different types of analysis and experimental methods. The general reporting member tries to establish a systematic classification of modern research processes, according to the methodes followed and the results attained.

The second part reviews the most significant aspects of the different contributions to theme II.

ZUSAMMENFASSUNG

Der erste Abschnitt des Generalreferates enthält einen Ueberblick über die Berechnungsmethoden und die Modellmessungen. Der Referent versucht, eine systematische Klassifikation der neuesten Untersuchungsmethoden zu geben, indem diese nach ihrer Methodik wie nach ihren Ergebnissen charakterisiert werden.

Der zweite Abschnitt fasst die Hauptmerkmale der Beiträge zum Thema II zusammen.

RESUMO

A primeira parte do relatório geral trata dos diversos métodos de cálculo e métodos experimentais. O relator geral tenta estabelecer uma classificação sistemática dos processos de investigação modernos caracterizando-os pelos métodos utilizados e pelos resultados obtidos.

A segunda parte resume os aspectos mais significativos das várias contribuições ao tema II.

Leere Seite
Blank page
Page vide