Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 7 (1964)

Artikel: Détermination des sollicitations dans une chaîne de portiques pentagonaux juxtaposés

Autor: Foucriat, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7821

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

I a 6

Détermination des sollicitations dans une chaîne de portiques pentagonaux juxtaposés

Bestimmung der Beanspruchungen in Rahmen für vielschiffige Hallen

Determination of the Stresses in Multi-bay Pitched Roof Portal Frames

J. FOUCRIAT
Paris

1. Méthode employée, conventions, notations

Nous nous proposons de résoudre des chaînes de portiques pentagonaux juxtaposés composés soit:

— de nefs symétriques en nombre impair (fig. 1) ou en nombre pair (fig. 2);
— de nefs asymétriques en nombre impair (fig. 3) ou en nombre pair (fig. 4).

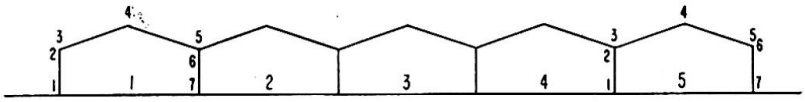

Fig. 1. Nombre impair de nefs symétriques.

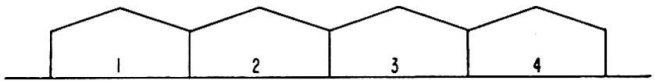

Fig. 2. Nombre pair de nefs symétriques.

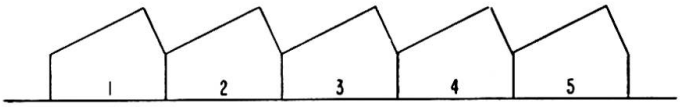

Fig. 3. Nombre impair de nefs asymétriques.

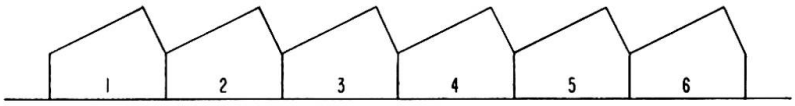

Fig. 4. Nombre pair de nefs asymétriques.

Nous nous limiterons au cas où:

a) Les épures de toutes les nefs de la chaîne sont identiques.
b) Les inerties I et sections A des éléments homologues de toutes les nefs sont identiques à l'exception des nefs terminales.
c) Les appuis au sol sont soit parfaitement encastrés, soit parfaitement articulés.

1.1. Notation

Les travées sont numérotées à partir de la gauche.

Dans chaque travée, les sections sont numérotées comme indiqué fig. 1 à 4.

1.2. Conventions

Pour chaque nef, la circulation se fera dans le sens des aiguilles d'une montre.

Les charges seront positives si elles sont *dirigées vers l'intérieur de la nef.*

Les moments de flexion (forces amont) seront positifs dans le sens des aiguilles d'une montre, *les efforts tranchants* dirigés vers l'extérieur de la nef seront positifs, *les efforts normaux* de compression seront positifs.

Les déformations angulaires produites par des moments de flexion positifs sont positives.

1.3. Méthode employée

Choisissons comme inconnues les moments de flexion:

— aux encastrements éventuels au sol,
— à la clef des nefs impaires,
— aux crosses et à la clef des nefs paires.

En supprimant la continuité de flexion dans les sections ci-dessus, on obtient un «système de référence isostatique»; soient dans ce système:

δ_{ij} la variation angulaire en i due à un couple unité en j,
D_{ik} la variation angulaire en i dans le cas de charge k.

En chaque section, i, on vérifie la condition de continuité:

$$\sum M_j \delta_{ij} + D_{ik} = 0 .$$

Employons la notation matricielle

$$(M_j) \boxed{\delta_{ij}} = -(D_{ik}) .$$

Les inconnues M_j sont données par:

$$\boxed{(M_j) = -\boxed{\delta_{ij}}^{-1} (D_{ik}) .}$$

Pour un état de charge donné, le problème se ramène donc:

— au calcul de $\boxed{\delta_{ij}}$
— à l'inversion de $\boxed{\delta_{ij}}$
— au calcul de $|D_{ik}|$
— à la multiplication $-\boxed{\delta_{ij}}^{-1} \; |D_{ik}|$.

1.4. Remarques concernant la matrice

1re remarque: L'ordre de la matrice est déterminé par la nature physique du problème:

— si les nefs sont encastrées au sol $m = 3n$.
— si les nefs sont articulées au sol $m = 2n - 1$.

2e remarque: Le théorème de réciprocité montre que $\boxed{\delta_{ij}}$ est symétrique.

3e remarque: L'examen des coupures nous montre que $\boxed{\delta_{ij}}$ aura la structure représentée fig. 5 et 6, les termes nuls étant laissés en blanc.

Les sous matrices situées sur la diagonale sont symétriques.

Les sous matrices de part et d'autre de la diagonale sont l'une à l'autre transposées.

Les sous matrices diagonales, de la seconde à l'avant-dernière, sont identiques.

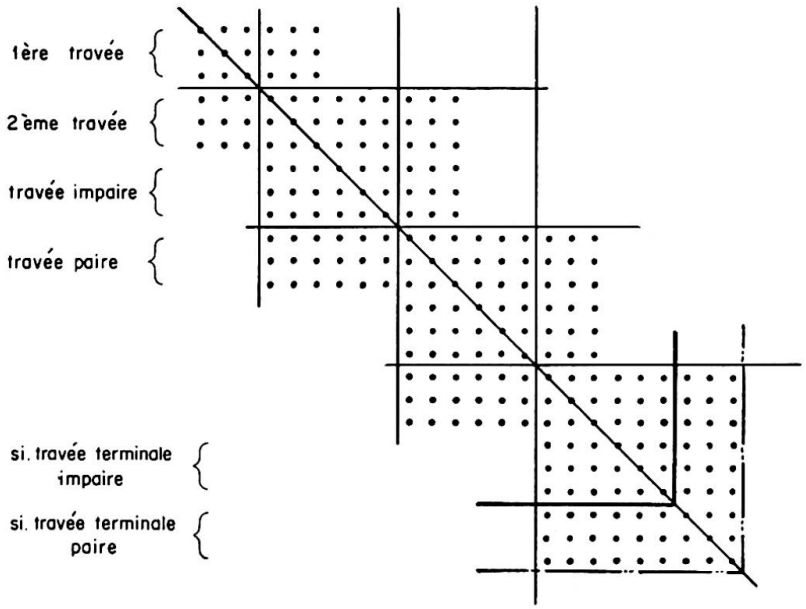

Fig. 5. Structure de la matrice pour un système encastré au sol.

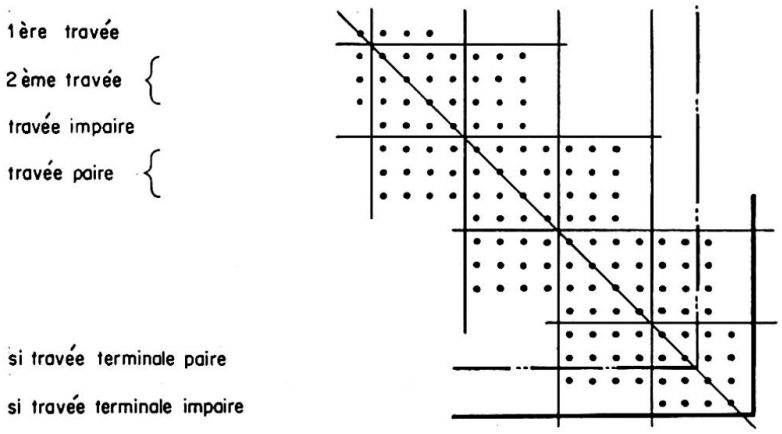

Fig. 6. Structure de la matrice pour un système articulé au sol.

Les sous matrices de part et d'autre de la diagonale sont identiques à partir de la 3e ligne, jusqu'à la dernière ligne si la travée terminale est impaire et jusqu'à l'avant-dernière ligne si la travée terminale est paire.

2. Organisation des calculs

La capacité restreinte de notre ordinateur nous impose de scinder le calcul en 4 phases: calcul des termes de $\boxed{\delta_{ij}}$, inversion de $\boxed{\delta_{ij}}$, calcul de $|D_{ik}|$, produit $-\boxed{\delta_{ij}}^{-1}\,|D_{ik}|$. Un programme sera établi pour chaque phase. Les résultats (perforés) seront introduits comme données dans la phase suivante.

2.1. Calcul des termes de $\boxed{\delta_{ij}}$ (matrice d'élasticité)

Compte tenu des remarques faites en 1.4, nous savons que nous devrons calculer au plus:

— *pour une structure encastrée au sol*

75 termes pour un nombre impair de travées (62 dans le cas de nefs symétriques.

78 termes pour un nombre pair de travées (65 dans le cas de nefs symétriques.

— *pour une structure articulée au sol*

36 termes pour un nombre impair de travées (70 dans le cas de nefs symétriques).

73 termes pour un nombre pair de travées (31 dans le cas de nefs symétriques).

Remarquons que, sans le choix adéquat des coupures, le nombre de termes δ_{ij} à calculer aurait été $m/2\,(m+1)$ soit par exemple pour 5 nefs encastrées au sol $m=15$, $m/2\,(m+1)=120$ au lieu de 75.

L'établissement, grâce au théorème de Castigliano, des formules permettant de calculer les termes δ_{ij} ne présente pas de difficultés.

Donnons, à titre d'exemple, le calcul du terme diagonal correspondant à la clef d'une travée paire courante d'une nef symétrique δ_{i4}.

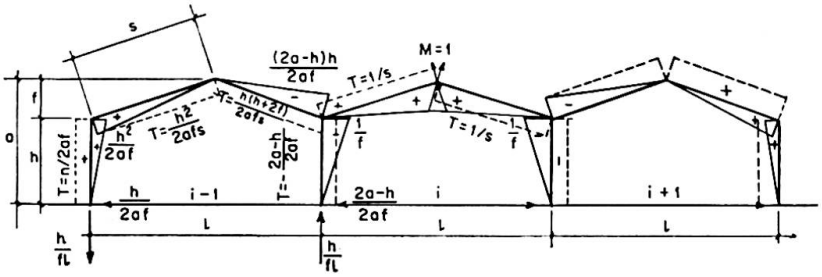

Fig. 7. Calcul du terme diagonal correspondant à la clef d'une travée paire courante.

La fig. 7 donne les diagrammes des moments de flexion et des efforts tranchants (Inertie ferme I — poteau kI,
Section réduite ferme A — poteau αA).

Déformation due au moment de flexion (pour $E-1$) — Inertie courante -1.

$$\delta_{i-4} = \frac{1}{3}\left[\frac{2h}{kI}\left(\frac{h^4}{4a^2f^2} + \frac{(2a-h)^2h^2}{4a^2f^2}\right) + \frac{2s}{I}\left(1 + \frac{h^4}{4a^2f^2} + \frac{(2a-h)^2h^2}{4a^2f^2}\right)\right] =$$

$$\frac{1}{6I}\frac{1}{a^2f^2}\left[\frac{2h^5}{k} + h^4\left(2s - \frac{4a}{k}\right) + h^3\left(\frac{4a^2}{k} - 4as\right) + 4h^2a^2s + 4sa^2f^2\right].$$

Déformation due à l'effort tranchant

$$\frac{G}{E}\delta_{i-4} = \frac{2h}{aA}\left[\frac{h^2}{4a^2f^2} + \frac{(2a-h)^2}{4a^2f^2}\right] + \frac{2s}{A}\left[\frac{h^4}{4a^2f^2s^2} + \frac{h^2(h+2f)^2}{4a^2f^2s^2} + \frac{1}{s^2}\right].$$

Déformation totale — somme des déformations de flexion et d'effort tranchant.

Il est commode de disposer des 4 programmes suivants de calcul des δ_{ij}:

— nefs symétriques encastrées au sol,
— nefs symétriques articulées au sol,
— nefs asymétriques encastrées au sol,
— nefs asymétriques articulées au sol.

2.2. Inversion de la matrice $\boxed{\delta_{ij}}$

C'est un problème classique. Nous disposons d'un programme qui nous permet, compte tenu du nombre réduit de mémoires disponibles, l'inversion d'une matrice d'ordre inférieur ou égal à 22, soit de traiter:

7 nefs encastrées: matrice d'ordre 21,
11 nefs articulées: matrice d'ordre 21.

2.3. Calcul des termes (D_{ik})

Il est établi un programme pour chacun des cas de surcharges envisagés ci-dessous:

— charge verticale uniforme sur tous les versants de gauche,
— charge verticale uniforme sur tous les versants de droite,
— charge uniforme perpendiculaire à tous les versants de gauche,
— charge uniforme perpendiculaire à tous les versants de droite,
— effort horizontal au faîtage de toutes les nefs,
— effort horizontal à toutes les noues,
— effort horizontal à la crosse gauche de la 1re nef,
— effort horizontal à la crosse droite de la dernière nef,
— charge horizontale uniforme sur le 1er poteau,
— charge horizontale uniforme sur le dernier poteau.

Ceci permet de couvrir en général tous les états de charges fixés par les règlements français. Pour un cas non traité, il est possible d'établir un nouveau programme ou de calculer manuellement.

Le calcul des D_{ik} est conduit à l'aide du théorème de Castigliano.

Les remarques de 2.1 sont valables, la périodicité de la structure permet, pour chaque cas de charge, de calculer un nombre de termes $D_{ik} < m$.

2.4. Calcul de $\boxed{\delta_{ij}}^{-1} (-D_{ik})$

Ce calcul ne pose pas de problème nouveau. En fait, comme le règlement français de la construction métallique en cours de préparation oblige de calculer des sollicitations pondérées (le coefficient de pondération est $r > 1$), nous calculons le produit:

$$\boxed{\delta_{ij}}^{-1} \sum r_k (-D_{ik}).$$

3. Conclusions

Dans le processus de calcul ci-dessus, l'essentiel est:

1. L'emploi de la méthode des coupures qui permet de résoudre le problème en 4 étapes, par conséquent, sans épuiser la capacité de l'ordinateur, de traiter le cas d'un nombre élevé de nefs. Le choix d'une méthode d'approximations successives ne nous aurait pas donné cette facilité.

2. Le choix judicieux des inconnues qui permet d'annuler un grand nombre de termes δ_{ij}, de tirer profit de la périodicité pour réduire le nombre de δ_{ij} et D_{ik} à calculer.

Résumé

Le processus de calcul exposé dans ce mémoire permet de résoudre, à l'aide d'un ordinateur de capacité limitée, un système hautement hyperstatique, en choisissant judicieusement les inconnues et en fractionnant le calcul en étapes successives. L'emploi du calcul matriciel facilite grandement ce fractionnement.

Zusammenfassung

Der beschriebene Berechnungsvorgang gestattet, mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine begrenzter Speicherkapazität ein hochgradig statisch unbestimmtes System zu lösen durch eine günstige Wahl der Unbekannten und durch eine Aufteilung der Berechnung in mehreren Rechnungsgängen. Die Benutzung von Matrizen erleichtert diese Aufteilung erheblich.

Summary

The process of design shown in this paper permits to solve, with the help of a computer of limited storage capacity, a highly indeterminate system by carefully choosing the unknowns and by fractionning the design in successive stages. The use of matrix design highly helps this fractionning.