# Berechnung der Tragfähigkeit von Klebverbindungen

Autor(en): **Szépe, F. / Platthy, P.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **7 (1964)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-7861

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

# IIc6

## Berechnung der Tragfähigkeit von Klebverbindungen

*Carrying Capacity of Glued Joints*

*Calcul des assemblages collés*

F. SZÉPE P. PLATTHY
Technische Universität für Bau- und Verkehrswesen, Lehrstuhl für Stahlbau, Budapest

Die für elastische Verbindungen entwickelte und seit etwa einem halben Jahrhundert bekannte Theorie wurde bereits mehrfach auf die Berechnung von geklebten Verbindungen angewandt. Aus der Fachliteratur ist das Volkersen-Verfahren in weitesten Kreisen bekannt. Nach dieser Theorie ist bei Fügeteilen mit konstantem Querschnitt das Verhältnis der maximalen Scherspannung ($\tau_{max}$) und der mittleren Scherspannung ($\tau_m$) unter anderem von dem Quotienten des Klebstoff-Schubmoduls ($G$) und der Klebschichtdicke ($d$) abhängig.

Das Verfahren kann auch zur Dimensionierung dienen, falls vorausgesetzt wird, daß der Bruch in der Verbindung bei $\tau_{max} = \tau_B$ erfolgt, wobei die Scherfestigkeit $\tau_B$ eine vom Klebstoff und von der Klebtechnologie abhängige Konstante darstellt.

Nach den von uns ausgeführten Versuchen sind jedoch die mit der Volkersen-Theorie erzielten Ergebnisse — vor allem bei Elementen mit großen Abmessungen — wesentlich ungünstiger als in der Wirklichkeit.

Das mag darauf zurückzuführen sein, daß $\tau_B$ und $G$ auch von $d$ abhängig sind oder, daß der Versuchswert von $G$ zur Berechnung der Tragfähigkeit von Klebverbindungen nicht verläßlich genug ist.

Unseren Erfahrungen gemäß können bei einer Klebschichtdicke von $0{,}1 \div 1{,}0$ mm die Scherfestigkeit, die zu einer Überlappungslänge von Null gehört ($\tau_{B0}$), und die Scherspannung, die eine Verschiebung der Größe Eins hervorruft ($c$), als Konstanten angesehen werden, und werden diese mittels Versuche festgestellt, so ist die Bruchlast leicht zu berechnen.

Bei Einführung des Faktors $c$ erhält die Differenzialgleichung, mit der das Kräftespiel der zweischnittigen Klebverbindung (Fig. 1) sich allgemein beschreiben läßt, die Form:

$$\frac{d^2 P_1(x)}{dx^2} - \lambda^2(x) P_1(x) = -Q(x), \tag{1}$$

wo

$$\lambda^2(x) = \frac{c}{E}\left[\frac{1}{s_1(x)} + \frac{1}{s_2(x)}\right] \tag{2}$$

und

$$Q(x) = \frac{c}{E}\frac{1}{s_1(x)}. \tag{3}$$

Handelt es sich um Fügeteile mit konstantem Querschnitt — ist also $s_1(x) = s_1$, $s_2(x) = s_2$ — und mit der Breite Eins, so ergeben sich aus der Differentialgleichung (1) die größten Scherspannungen zu:

$$\tau_{0\,max} = \tau_m \lambda a \frac{s_2}{s_1 + s_2} \left[ \frac{\operatorname{ch} \lambda a + \frac{s_1}{s_2}}{\operatorname{sh} \lambda a} \right], \tag{4}$$

$$\tau_{a\,max} = \tau_m \lambda a \frac{s_1}{s_1 + s_2} \left[ \frac{\operatorname{ch} \lambda a + \frac{s_2}{s_1}}{\operatorname{sh} \lambda a} \right]. \tag{5}$$

Obzwar die vorgeführten Formeln zur Bemessung geeignet sind, empfiehlt es sich doch anstatt der Differentialgleichung (1) sich der Differentialgleichung

$$\frac{d^2 P_1(x)}{dx^2} - \frac{c}{E} P \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left[ \frac{1}{s_1(x)} + \frac{1}{s_2(x)} \right] + \frac{c}{E} \frac{P}{s_2(x)} = 0 \tag{6}$$

zu bedienen, die eine sehr gute Annäherung zuläßt und nachstehende Vorteile aufweist:

a) Es können bedeutend einfachere Formeln als (4) und (5) abgeleitet werden, die aber eine gute Annäherung gewährleisten.
b) Mit Hilfe der Annäherungsformeln können die Federkonstante ($c$) und der zu einer Überlappungslänge Null gehörige $\tau_{B0}$-Wert auf dem Versuchsweg ohne Schwierigkeit festgestellt werden.
c) Auch die Bruchlast von Klebverbindungen mit veränderlicher Blechdicke, ja sogar mit veränderlicher Breite, kann berechnet werden.

Bei einer zweischnittigen Klebverbindung prismatischer Elemente ergeben sich aus der Differentialgleichung (6) z. B. die größten Scherspannungen zu:

$$\tau_{0\,max} = \tau_m \left[ 1 + \frac{c\,a^2}{3\,E} \left( \frac{1}{s_1} - \frac{1}{2\,s_2} \right) \right], \tag{7}$$

$$\tau_{a\,max} = \tau_m \left[ 1 + \frac{c\,a^2}{3\,E} \left( \frac{1}{s_2} - \frac{1}{2\,s_1} \right) \right]. \tag{8}$$

Bei Laborversuchen werden zwei wichtige Spezialfälle geprüft:

1. Die Gesamtdicke der beiden Stoßlaschen ist gleich der Dicke des Fügeteils:

$$2\,s_1 = 2\,s_2 = 2\,s, \text{ so ist } \tau_{0\,max} = \tau_{a\,max}.$$

2. Stoßlasche und Fügeteil sind von gleicher Dicke, also

$$s_1 = 2\,s_2.$$

Im Fall 1 gestattet die Annäherungsformel bei $\frac{c}{E} \frac{a^2}{s} < 2$ eine Genauigkeit von etwa 1 bis 2%, im Fall 2 ist der Fehler etwas größer. Die Werte $c$ (bzw. $c/E$) und $\tau_{B0}$ sind für denselben Kleb- und Werkstoff konstant. Zur Bestimmung dieser beiden Unbekannten sind zwei Gleichungen erforderlich. Um die beiden

Gleichungen anzusetzen, muß die Bruchlast von zwei mit verschiedenen Überlappungslängen ($a_1$ und $a_2$) geklebten Probestücken festgestellt werden. In Kenntnis der mittleren Spannungen lassen sich nämlich $c/E$ und $\tau_{B0}$ aus der Formel (7) oder aus der Formel (8) bestimmen, und somit bietet sich die Möglichkeit sowohl zur annähernden als auch zur genauen Berechnung der Bruchlast von Klebverbindungen. Wird die Tragfähigkeit von keinem sonstigen Umstand (z. B. höhere Temperatur) beeinflußt, kann die Verbindung auch bemessen werden.

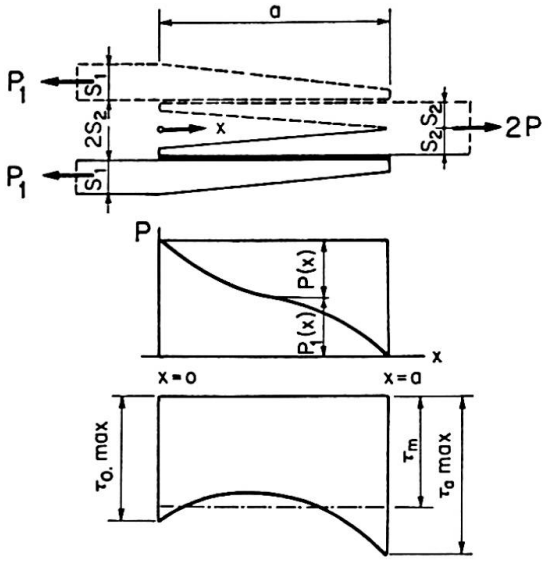


Fig. 1.

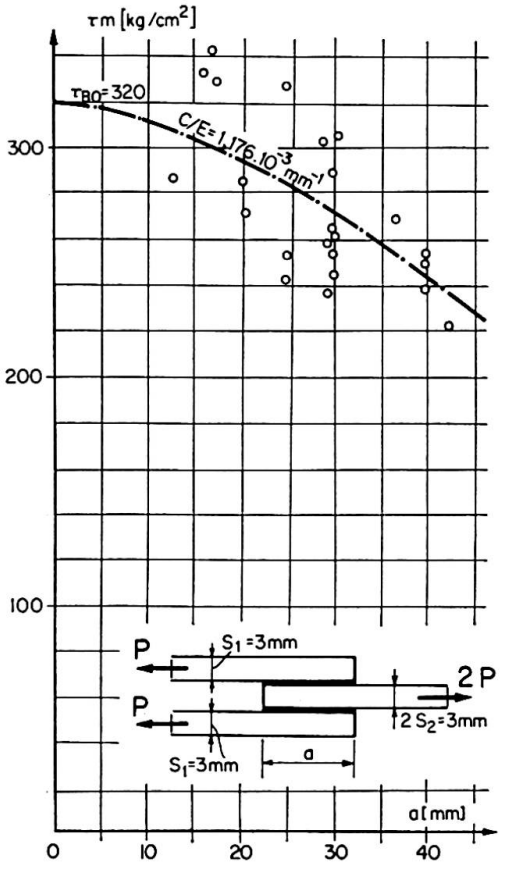


Fig. 2.

Die Versuche zur Bestimmung der Werte $c/E$ und $\tau_{B0}$ erfordern hinsichtlich Meßgenauigkeit und Technologie eine sorgfältige Vorbereitung. Die Überlappungslängen sollen auf die Blechdicke abgestimmt gewählt werden, um den Fehler infolge Anwendung der Annäherungsformel vernachlässigen zu können. (Bei gleichen Blechdicken ist z. B. $a_{max} < 45\sqrt{s}$.) Es ist gleichzeitig ein womöglich großer Unterschied zwischen $a_1$ und $a_2$ erwünscht. Bei der voraussichtlichen Bruchlast darf die im Blech auftretende Spannung die Proportionalitätsgrenze nicht erreichen. Deshalb kann die Anwendung von hochfestem Stahl zweckmäßig sein. Es empfiehlt sich mit der gleichen Überlappungslänge 10 Probestäbe anzufertigen und die mit fehlerhafter Klebung im vornherein auszuschalten, um für die mittlere Scherfestigkeit den verläßlichsten Wert zu erhalten.

Die Annäherungslösung gestattet auch die Berechnung von Klebverbindungen zwischen Blechen veränderlicher Dicke. Wenn z. B. die Dicke der Stoßlasche sich der Funktion

$$s_1(x) = s_1\left(1 - \frac{x}{a}\right) \tag{9}$$

gemäß allmählich zu Null verringert, so ist

$$\tau_{0\,max} = \tau_m\left[1 + \frac{c\,a^2}{2\,E}\left(\frac{1}{s_1} - \frac{1}{3\,s_2}\right)\right], \tag{10}$$

bzw.

$$\tau_{a\,max} = \tau_m\left[1 + \frac{c\,a^2}{E}\left(\frac{1}{3\,s_2} - \frac{1}{2\,s_1}\right)\right]. \tag{11}$$

Vergleicht man (10) und (11) mit den Formeln für prismatische Bleche, so ergibt sich, daß, falls $s_1 = s_2$, die Schwächung der Stoßlasche eine Verminderung der Traglast der Verbindung herbeiführt, da $\tau_{a\,max}$ sich zwar verringert, dafür aber der Wert $\tau_{0\,max}$ größer ist als im Falle von prismatischen Fügeteilen. Die Schwächung der Stoßlasche ist im Falle von $s_1 > s_2$ günstig, da so der maßgebende Wert von $\tau_{0\,max}$ sich vermindert. Durch die richtige Wahl der Schwächung der Stoßlaschendicke können größte Scherspannungen von gleichem Wert erzielt werden.

Wie es für genietete Verbindungen bereits seit langem bekannt ist, ist es am zweckmäßigsten, wenn sowohl die Dicke der Stoßlasche als auch die des Fügeteils sich dem Ende zu verringert. So kann annähernd erzielt werden, daß $\tau_{max} = \tau_m$ sei.

Ist $s_1(a) \neq 0$, so gestalten sich die Formeln etwas komplizierter; annäherungsweise können sie aber auch bei veränderlichen Blechbreiten (z. B. Stabverbindung mit Knotenblech) angewandt werden.

Das dargelegte Berechnungsverfahren wurde durch die am Lehrstuhl für Stahlbau in den Jahren 1961 und 1962 durchgeführten Versuche nachgewiesen. Nach den Vorversuchen besitzt das Epoxydhart Epamin II eine Scherfestigkeit von $\tau_{B0} = 320$ kg/cm², wobei der Faktor $c/E$ bei geklebtem Stahl $1{,}176 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mm}^{-1}$ beträgt. Die Probestäbe wurden größtenteils aus hochfestem Stahlblech ($\sigma_B > 6000$ kg/cm²) mit konstantem Querschnitt $40 \times 3$, $40 \times 5$ und $40 \times 6$ mm dem Berechnungsverfahren entsprechend mit praktisch biegungsfreier zweischichtiger Überlappung angefertigt.

Die erste Gruppe der Probestäbe wurde aus Blechen von 3 mm Dicke zusammengeklebt. Die erzielten Ergebnisse sind in Fig. 2 wahllos dargestellt. Die strichpunktierte Linie zeigt die nach der vorgeführten Theorie ermittelten, die Kreise bedeuten die bei den Versuchen erhaltenen mittleren Bruchspannungen. Die Streuung kann nicht für beträchtlich angesehen werden.

Werden bei der Auswertung die offenbar fehlerhaften Probestäbe (z. B. Klebefehler) nicht berücksichtigt, so erhält man noch überzeugendere Ergebnisse. Bei der in Fig. 3 gezeigten Versuchsreihe wurden an ein 5-mm-Blech zwei Stoßlaschen von 3 mm Dicke geklebt. Die Anzahl der wegen fehlerhafter

Klebung bei der Auswertung nicht berücksichtigten Proben betrug 7; doch auch die bei diesen erhaltenen Ergebnisse wiesen keine starken Abweichungen gegenüber dem berechneten Wert auf (max. 14%).

Neben den Stahlblechen wurden auch Versuche mit Probestäben aus AlCuMg 4, Querschnitt $30 \times 3$ mm, durchgeführt. Diese Versuche waren deshalb von besonderer Wichtigkeit, weil bei den oben geschilderten Versuchen nur die Wirkung der Veränderungen in der Überlappungslänge und der Blechdicke beobachtet werden konnte, jedoch die Wirkung der Veränderung des für die Spannungsverteilung und somit für die Bruchlast sehr wichtigen Wertes $c/E$ nicht. Ist das Elastizitätsmodul von Aluminium ($E_{Al}$) ein Drittel des Elastizitätsmoduls von Stahl, so ist

$$\frac{c}{E_{Al}} = 1{,}176 \cdot 10^{-3} \cdot 3 = 3{,}528 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mm}^{-1}.$$

Die Versuchsergebnisse und die theoretische Kurve sind in Fig. 4 dargestellt. Wegen der niedrigeren Festigkeit von Aluminium kann die Überlappungslänge nur zwischen engeren Grenzen geändert werden. Die Streuung erweist sich im Verhältnis zu den geschilderten Versuchen als größer, doch sind die Ergebnisse noch immer befriedigend.

Es wurden noch weitere Versuche mit Stahlblechen anderer Abmessungen bzw. veränderlicher Dicke und Breite durchgeführt. Bei Veränderung der

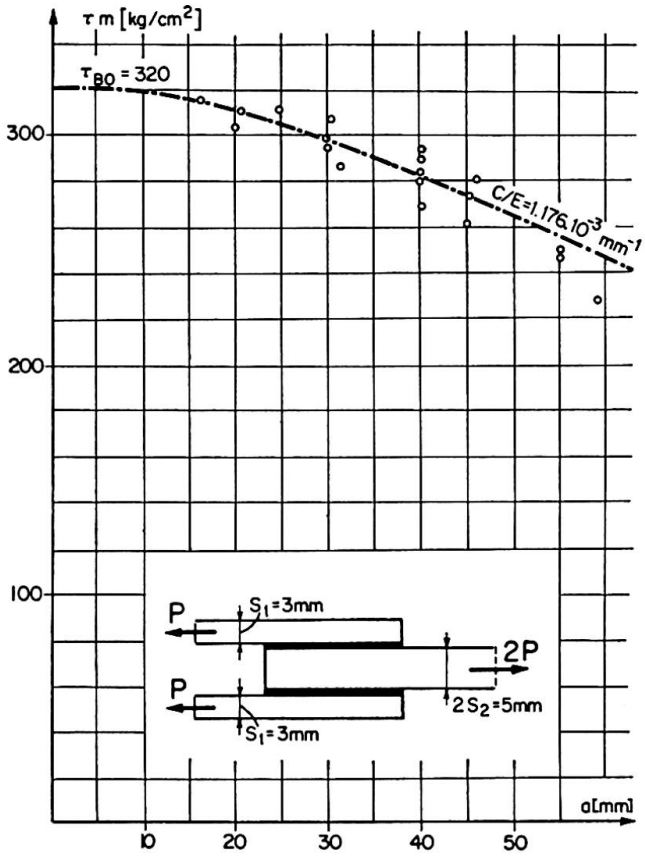


Fig. 3.

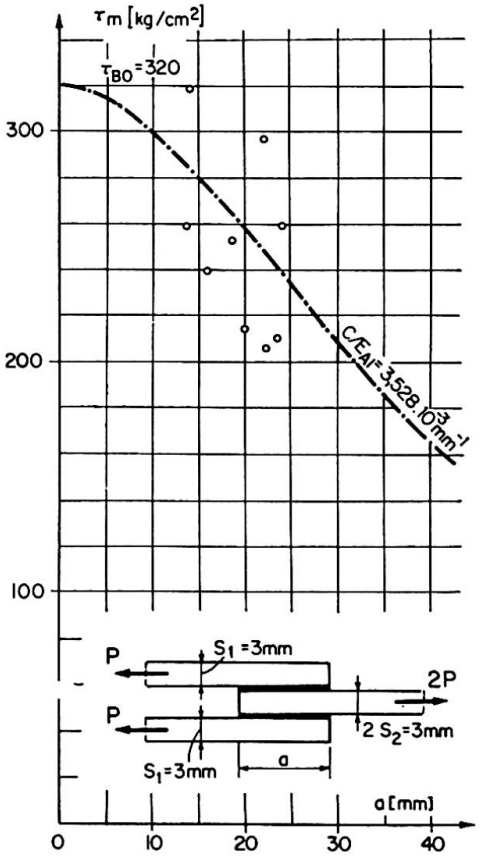


Fig. 4.

Stoßlaschendicke wurden die Annäherungsformeln durch die Versuchsergebnisse ebenfalls bestätigt. Beim Zusammenkleben von drei 3-mm-Blechen ($s_1 = 3{,}0\,\text{mm}$, $s_2 = 1{,}5\,\text{mm}$) erhöhte sich die mittlere Scherspannung durch die Schwächung der Stoßlaschen von 258 kg/cm² auf 285 kg/cm², die Tragfähigkeit der Verbindung stieg also auf das 1,102fache. Derselbe Wert ergibt sich theoretisch zu 1,103.

Nach dem Obigen bieten die Werte $c/E$ und $\tau_{B0}$ eine ausreichende Grundlage zur Berechnung der Tragfähigkeit von Klebverbindungen. Es ist zu erhoffen, daß mit dem dargelegten Verfahren, neben den bei Raumtemperatur auftretenden kurzfristigen Belastungen, auch andere Wirkungen (Temperatureinflüsse, Alterung usw.) berücksichtigt werden können.

Wir erachten es aber für wahrscheinlich, daß zur Aufnahme der ständigen Last auch weiterhin die herkömmlichen Fügeverfahren zur Anwendung gelangen werden. Den Schrauben oder Nieten bzw. der Punktschweißung kommt auch hinsichtlich Vereinfachung der Montage eine wichtige Rolle zu.

Die herkömmliche Verbindung begünstigt bei der Montage, bei der Aufnahme der ständigen Last sowie bei der Schlagwirkung und, falls die herkömmliche Verbindung im Warmverfahren ausgeführt wird, beschleunigt sie sogar die Polymerisation. Gleichzeitig wird durch den Klebstoff die für die herkömmlichen Verbindungen kennzeichnende Spannungskonzentration und Kerbempfindlichkeit vermindert, was eine bessere Ausnutzung des geklebten Elementes gewährleisten wird.

## Zusammenfassung

Es wird die Scherspannungsverteilung in geklebten Überlappungsverbindungen theoretisch untersucht. Dabei wird der Schubverformungswiderstand der Klebeschicht durch eine von deren Dicke unabhängige Konstante festgelegt. Diese Konstante sowie die zu einer Überlappungslänge von Null gehörende Scherfestigkeit können mit Hilfe von zwei Versuchsergebnissen ermittelt werden.

Die theoretische Untersuchung zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von verschiedenen Versuchen.

## Summary

The distribution of shear-stresses in glued lap joints is investigated theoretically. The resistance of the adhesive layer to shearing-deformation is established by a constant independent of its thickness. This constant, as well as the shear strength corresponding to a lap length of zero, can be determined by means of two test-results.

There is a satisfactory measure of agreement between the results of the theoretical investigation and those of various tests.

**Résumé**

Les auteurs étudient la répartition des contraintes de cisaillement dans les assemblages par recouvrement collés. Ils proposent à cet effet de définir la rigidité au cisaillement de la couche collante par une constante indépendante de l'épaisseur. Cette constante ainsi que la résistance au cisaillement pour un recouvrement nul peuvent être déterminées à partir des résultats de deux essais.

L'étude théorique est confirmée par de résultats expérimentaux.

Leere Seite
Blank page
Page vide