Beitrag zur Berechnung von orthotropen Platten

Autor(en): **Klement, Peter**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **7 (1964)**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-7880

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

IIIdl

Beitrag zur Berechnung von orthotropen Platten

Some Remarks to the Computation of Orthotropic Plates

Contribution au calcul des dalles orthotropes

PETER KLEMENT
Dr., Wien

Orthotrope Platten von stählernen Straßenbrücken haben häufig Konsolen, die über die Hauptträger auskragen, wobei der Konsolrand üblicherweise durch einen Saumträger verstärkt wird (siehe Fig. 1). Da dieser Saumträger

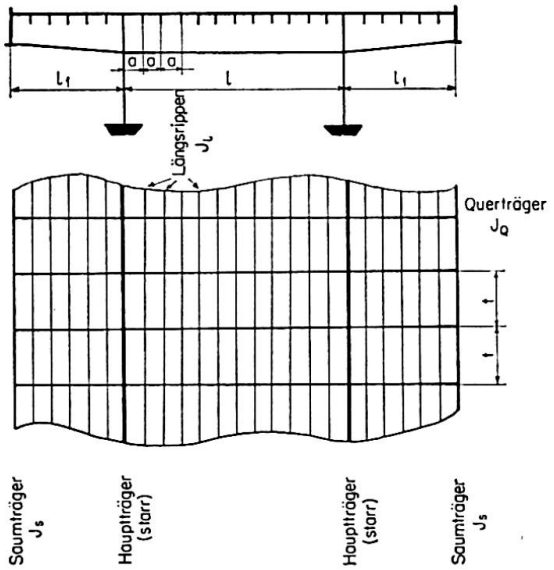

Fig. 1. Orthotrope Platte.

sowohl die Längsrippen (Längsträger) als auch die Querträger entlastet, ist er aus wirtschaftlichen Gründen wohl immer in der Rechnung zu berücksichtigen. Als statisches Hauptsystem wird die orthotrope Platte mit den freigemachten Saumträgern angenommen, und die Verbindung zwischen der orthotropen Platte und den Saumträgern wird durch statisch unbestimmte Lastgruppen hergestellt. Für die Berechnung des Hauptsystems wird die orthotrope Platte als Trägerrost betrachtet, der auf den Hauptträgern frei drehbar gelagert ist. Die Stützung auf den Hauptträger wird dabei als starr angenommen. Für die äquidistanten Querträger wird mit feldweise konstantem Trägheitsmoment gerechnet. Im Verhältnis zum Querträgerabstand ist der Längsrippenabstand in der Regel so klein, daß letztere als kontinuierlich über die Brückenbreite verteilt betrachtet werden können. Die Berechnung dieses Rostsystems wird nach der von W. Pelikan und M. Esslinger veröffentlichten Methode [1] durchgeführt. Dabei werden zuerst die Momente

der Längs- und Querträger sowie die Auflagerdrücke der Längsträger auf den Querträgern, unter der Annahme starrer Querträger, bestimmt. Die zufolge der Weichheit der Querträger entstehenden Zusatzmomente können auf Grund folgender Überlegung bestimmt werden:

Die Längsrippen können als Träger auf elastischen Stützen gerechnet werden, wenn für die Querträger die Annahme getroffen wird, dass die Durchbiegung w proportional der Belastung ist. Mit dieser Annahme lautet die Differentialgleichung für w:

$$w = c\frac{d^4 w}{d x^4}. \tag{1}$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung

$$w = c_1 \sin\kappa\frac{x}{l} + c_2 \cos\kappa\frac{x}{l} + c_3 \sinh\kappa\frac{x}{l} + c_4 \cosh\kappa\frac{x}{l} \tag{2}$$

enthält außer den Integrationskonstanten c_i noch den unbekannten Wert κ. Führt man in die allgemeine Lösung die Rand- und Übergangsbedingungen der einzelnen Felder ein, so ergibt sich für den in Fig. 2 gezeigten Fall des beidseitig auskragenden Querträgers mit dem Ansatz

$$\begin{aligned} w_m &= \cos\kappa\frac{x}{l} + k_1 \cosh\kappa\frac{x}{l}, \\ w_a &= k_2\left(\sin\kappa\frac{x}{l} + \sinh\kappa\frac{x}{l}\right) + k_3\left(\cos\kappa\frac{x}{l} + \cosh\kappa\frac{x}{l}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

für symmetrische Belastung folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \cos\kappa + k_1\cosh\kappa &= 0, \\ -\sin\kappa + k_1\sinh\kappa + k_2\left(\cos\kappa\frac{l_1}{l} + \cosh\kappa\frac{l_1}{l}\right) + k_3\left(-\sin\kappa\frac{l_1}{l} + \sinh\kappa\frac{l_1}{l}\right) &= 0, \\ -\cos\kappa + k_1\cosh\kappa + k_2\left(\sin\kappa\frac{l_1}{l} - \sinh\kappa\frac{l_1}{l}\right) + k_3\left(\cos\kappa\frac{l_1}{l} - \cosh\kappa\frac{l_1}{l}\right) &= 0, \\ k_2\left(\sin\kappa\frac{l_1}{l} + \sinh\kappa\frac{l_1}{l}\right) + k_3\left(\cos\kappa\frac{l_1}{l} + \cosh\kappa\frac{l_1}{l}\right) &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Nichttriviale Lösungen dieses homogenen Systems sind nur möglich, wenn die Koeffizientendeterminante verschwindet. Als charakteristische Gleichung erhält man nach Ausrechnung der Determinante

$$\begin{aligned} &(\sinh\kappa\cos\kappa + \cosh\kappa\sin\kappa)\left(\cosh\kappa\frac{l_1}{l}\sin\kappa\frac{l_1}{l} - \sinh\kappa\frac{l_1}{l}\cos\kappa\frac{l_1}{l}\right) \\ &\quad - 2\cosh\kappa\cos\kappa\left(1 + \cosh\kappa\frac{l_1}{l}\cos\frac{l_1}{l}\right) = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Diese Gleichung hat unendlich viele Lösungen für die Eigenwerte κ, wobei jedoch für die praktische Rechnung nur die dem Absolutbetrag nach kleinsten

Werte maßgebend sind. Setzt man die Eigenwerte κ_i in die Gleichungen (4) ein, können die Integrationskonstanten bestimmt werden und man erhält für jeden Eigenwert κ_i eine Lösungsfunktion w_i, die die geforderten Randbedingungen erfüllt. Die Funktionen sind orthogonal. Durch Entwicklung der gegebenen Belastung nach diesen Funktionen ist es möglich, die eingangs gemachte Voraussetzung der Ähnlichkeit von Belastung und Durchbiegung für jede Funktion zu erfüllen. Bei der praktischen Bestimmung von κ wird mit Vorteil von der Analogie der Differentialgleichung (1) zur Biegeschwingungsgleichung des Balkens Gebrauch gemacht. Für sehr kurze Kragarme erhält man die Eigenfrequenz der reinen Sinusschwingung. Je länger die Kragarme sind, um so niedriger liegt die Eigenfrequenz der Schwingung und damit der Eigenwert des Systems. In Fig. 3 sind die beiden niedrigsten Eigenwerte in Abhängigkeit

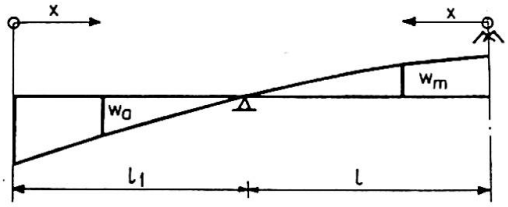

Fig. 2.

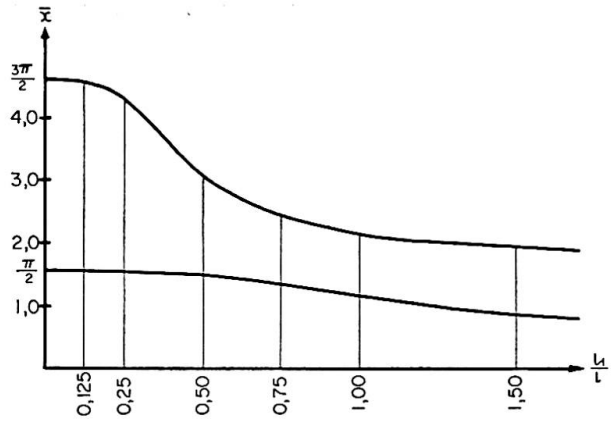

Fig. 3.

von $\frac{l_1}{l}$ eingetragen. Für die praktische Berechnung nimmt man am besten drei äquidistante Werte für κ in der Umgebung des den Diagrammen der Fig. 3 entnommenen Näherungswertes an und bestimmt die Abweichung der rechten Seite der Gleichung (4) von Null. Eine sehr genaue Näherung kann dann durch quadratische Interpolation erhalten werden.

Um die Genauigkeit der Rechnung zu überprüfen, ist es zweckmäßig, für eine beliebige Belastung des Querträgers die Durchbiegungen elementar zu berechnen und eine Vergleichsrechnung durch Reihenentwicklung nach den orthogonalen Funktionen durchzuführen. Auf Grund der erreichten Übereinstimmung kann auch beurteilt werden, ob es notwendig ist, weitere Glieder des Funktionensystems dazuzunehmen. Zur Beurteilung der Genauigkeit soll jedoch im Auge behalten werden, daß bei praktischen Ausführungen der Anteil der Momente, der auf die Querträgerverformung zurückgeht, meist nur 10—30% der Gesamtmomente ausmacht, so daß meist die ersten beiden Glieder der Reihe eine ausreichende Genauigkeit ergeben. Entwickelt man insbesondere Lastfälle, die mit den ursprünglichen Randbedingungen im Widerspruch stehen, nach den errechneten Funktionen, so zeigen selbst diese Fälle noch eine sehr gute Übereinstimmung in den Durchbiegungen. Wir dürfen daher auch die unbekannten Kräftegruppen, die zwischen Saumträger und

Querträgerkragarm wirken, durch diese Funktionen darstellen. Statisch unbestimmte Größen sind in diesem Fall so viele vorhanden wie Querträger. Zur Lösung des Systems wird folgender Weg beschritten:

Da in genügendem Abstand von einer Belastung in der orthotropen Platte die Beanspruchung vollständig abklingt, werden als statisch unbestimmte Größen Lastgruppen gewählt, die auch im Saumträger nur die benachbarten 4 Felder beeinflussen. Eine Möglichkeit einer solchen statisch unbestimmten Lastgruppe ist in Fig. 4 gezeigt. Für diese Lastgruppen werden die Verformun-

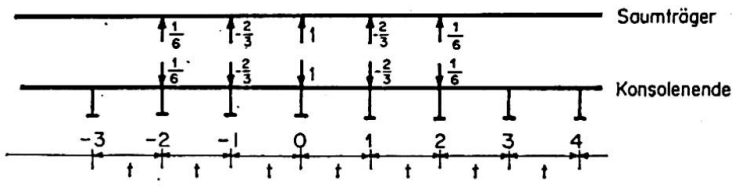

Fig. 4. Statisch unbestimmte Lastgruppe x_0.

gen δ_{ik} sowie δ_{ip} ermittelt und man erhält ein Gleichungssystem mit so vielen Unbekannten als Querträger vorhanden sind. Da nur die Momente der Längsträger in Feldmitte zwischen den Querträgern sowie die Mittenmomente über den Querträgern für den Spannungsnachweis maßgebend sind, brauchen nur die symmetrisch zum betrachteten Querträger wirkenden Lasten berücksichtigt werden. Daher wird die Zahl der Unbekannten halbiert. Bei den üblichen Steifigkeitsverhältnissen von Längs-, Quer- und Saumträgern ist in einiger Entfernung vom Aufpunkt ein deutliches Abnehmen der Lastglieder δ_{ip} zu bemerken. Man löst daher zweckmäßigerweise das Gleichungssystem für 3, 4, 5 und eventuell 6 Unbekannte und kann dann aus dem Vergleich der für die Momente erhaltenen Näherungswerte feststellen, ob die Genauigkeit ausreicht oder ob noch weitere Unbekannte hinzuzunehmen sind. Je steifer der Saumträger ausgeführt wird, um so mehr Unbekannte sind zu berücksichtigen.

Literaturangabe

[1] Pelikan-Esslinger: «Die Stahlfahrbahn, Berechnung und Konstruktion.» MAN-Forschungsheft 7/1957.

Zusammenfassung

Für die Berechnung einer orthotropen Platte mit über die Hauptträger auskragenden Konsolen und einem Saumträger am Konsolenende wird als Hauptsystem die orthotrope Platte mit davon losgelöstem Saumträger gewählt. Die Verbindung zwischen Platte und Saumträger wird durch statisch unbestimmte Lastgruppen hergestellt, die im Saumträger nur in vier benachbarten

Feldern Momente erzeugen. Die Berechnung der orthotropen Platte erfolgt nach der Methode Pelikan-Eßlinger mit Hilfe einer Reihenentwicklung nach einem orthogonalen Funktionensystem, das durch Lösen der Differentialgleichung $w = c \frac{d^4 w}{d x^4}$ erhalten wird.

Summary

For the calculation of an orthotropic deck prolonged cantileverwise on either side of the main girders and stiffened on the outside by means of an edge-girder, the author starts from the orthotropic plate without edge-girders. The joint action of deck and edge-girders is provided by groups of hyperstatic loads; the resulting moments in the edge-girders only affect 4 adjacent spans. The calculation of an orthotropic deck is carried out by the Pelikan-Eßlinger method, by a series-development starting from a system of orthogonal functions provided by the solution to the differential equation $w = c \frac{d^4 w}{d x^4}$.

Résumé

Pour le calcul d'une dalle orthotrope prolongée en encorbellement de chaque côté des poutres maîtresses et raidie à l'extérieur par une poutre de bordure, l'auteur part de la dalle orthotrope sans poutres de bordure. La liaison entre dalle et poutres de bordure est assurée par des groupes de charges hyperstatiques, les moments qui en résultent dans les poutres de bordure n'intéressant que 4 travées adjacentes. Le calcul de la dalle orthotrope est exécuté selon la méthode Pelikan-Esslinger à l'aide d'un développement en série à partir d'un système de fonctions orthogonales fourni par la résolution de l'équation différentielle: $w = c \frac{d^4 w}{d x^4}$.

Leere Seite
Blank page
Page vide