Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 8 (1968)

Artikel: Untersuchung der Tragwerkssicherheit mittels der Elastizitäts-, Plastizitäts- und Viskositätstheorie

Autor: Freudenthal, A.M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-8691

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ib

Untersuchung der Tragwerkssicherheit mittels der Elastizitäts-, Plastizitäts- und Viskositätstheorie

A. M. FREUDENTHAL
Professor of Civil Engineering, Columbia University, New York

Die Annahme eines «Bruchmechanismus», die der Sicherheitsanalyse eines Tragwerkes zugrunde liegt, muß das Kriterium des Bruchs widerspiegeln, in Verbindung mit der Verformung des Tragwerks, die durch seine Geometrie und durch die mechanische Verformung des Konstruktionsmaterials bestimmt ist.

1. Bruchkriterien

Die Kriterien des *funktionellen* Bruchs oder der «Unbrauchbarkeit» einer Konstruktion werden entweder bestimmt vom Erhaltungszustand eines stabilen, den funktionellen Erfordernissen entsprechenden Tragwerks unter einer kleinen Anzahl anfänglicher «Probebelastungen», oder von der Spezifikation der maximalen, noch jenen Erfordernissen entsprechenden Verformung dieses Tragwerks am Ende seiner Nutzungsdauer, und ausgedrückt in einem annehmbaren Grad der Veränderung der Tragwerksgeometrie. Der Zusammenbruch eines Tragwerks hat den Charakter der Instabilität: eine Verformung nimmt zu oder Trennflächen breiten sich in wachsendem Maße aus, jedoch unter gleichbleibender oder sogar abnehmender Belastungsintensität. Infolge des Unterschieds zwischen funktionellem und totalem Versagen bezieht sich der entsprechende Bruchmechanismus notwendigerweise auf verschiedene Bereiche der Verformung des Tragwerks. Keines der beiden Kriterien schließt eine irreversible Verformung aus.

Die Auswahl der Bemessungsbedingungen setzt die Durchführung zweier unabhängiger Berechnungen voraus, eine für Unbrauchbarkeit, die andere für

den Zusammenbruch des Tragwerks. In beiden Berechnungen muß das unelastische Verformungsverhalten des Tragwerkmaterials in Betracht gezogen werden: in der ersteren durch Begrenzung seiner Größe, entweder explizit, wie im Fall der Berechnung von Kriechverformungen von Betontragwerken unter ununterbrochen hoher Druckspannung (Bögen mit großer Spannweite, vorgespannte Träger), oder bei Stahlkonstruktionen bei erhöhten Temperaturen, oder implizit, wie im Falle der Berechnung von elastisch erzwungener plastischer Verformung unter einer einmaligen Lastanwendung (plastische Verminderung elastischer Spannungsspitzen), oder bei Bildung eines Systems von bleibenden stabilisierenden Restspannungen unter «shake-down»-Belastung. In der zweiten Berechnung muß der unelastischen Verformung des Tragwerkmaterials Rechnung getragen werden, indem man die Wirkung des unelastischen Verformungsverhaltens auf die Entwicklung der Instabilität (elastisch-plastisches und Kriechknicken, plastische Zusammenbruchmechanismen, Zuginstabilität) oder auf den Bruchvorgang (Sprödbruch, Ermüdungs- und Kriechbruch) betrachtet.

Unelastische Verformungs-Instabilität und Bruch sind alternative Bruchmechanismen des Tragwerks. Das kann unter der Annahme einer quasistatischen Verformung gezeigt werden, wobei die angewendete Verformungsarbeit W umgewandelt wird in freie (elastische) Energie W_F, in gebundene (Dissipations-)Energie W_D und in Energie zur Herstellung neuer Querschnitte W_s, oder anders ausgedrückt [1]

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW_F}{dt} + \frac{dW_D}{dt} + \frac{dW_s}{dt} \tag{1.1}$$

Die Zuwachsrate der freien Energie beträgt daher:

$$\frac{dW_F}{dt} = \frac{dW}{dt} - \frac{dW_D}{dt} - \frac{dW_s}{dt} \tag{1.2}$$

$dW_F/dt = 0$ gibt die Bruchbedingung des Tragwerks an, für einen konstanten Betrag an elastischer Energie, die vor dem Bruch aufgespeichert werden kann,

$$\frac{dW}{dt} - \frac{dW_D}{dt} = \frac{dW_s}{dt} \tag{1.3}$$

was bedeutet, daß sich der Bruch nicht ausbreitet, falls ein wirksamer Mechanismus der Energiedissipation vorhanden ist, der die angewandte Verformungsenergie absorbiert.

Die mangelnde Kenntnis dieses doppelten Aspektes der Tragwerksberechnung war die Ursache eines gegenstandslosen Streites. Die Vertreter einer unbesehenen Anwendung der plastischen «Bruchtheorie», die die Resultate

ihrer Berechnungen mit jenen der konventionellen elastischen Bestimmung verglichen, behaupteten, die Zusammenbruchstheorie sei logischer und stelle die Wirklichkeit besser dar als die elastische Bestimmung [2]. Im Rahmen der gut bekannten Grenzen der plastischen Bruchberechnung (proportionale Belastung bis zum Bruch, kein Auftreten von lokaler Unstabilität und von allzugroßer Rotation in den plastischen Gelenken) ist diese Behauptung nur in Hinsicht auf das totale Versagen des Tragwerks gültig, während hingegen die elastische Bestimmung die «Wirklichkeit» des funktionellen Bruchs besser darstellt.

Welche der beiden Bestimmungsmethoden die besseren Bemessungsbedingungen hervorbringt, hängt deshalb sowohl von den ausgewählten «annehmbaren» Werten von $F_N(n_s)$ und $F_N(n_F)$ ab, wobei n_s beziehungsweise n_F die Zahl der Anwendungen der Betriebs- und der Nutzlastgruppe während der vorgesehenen Nutzungsdauer des Tragwerkes angeben, als auch von den Parametern und der Form der Verteilungen der Festigkeit R_s an der Grenze der Brauchbarkeit, beziehungsweise von R_F bei totalem Versagen des Tragwerks. Die Mediane $\check{R}_s < \check{R}_F$ und die Streuung von R_s, die in den meisten Fällen von elastischen Eigenschaften abhängt, ist viel geringer als die von R_F, während $F_N(n_s) \doteq n_F p_{Fs}$ immer größer sein kann als $F_N(n_F) \doteq n_F p_F$, weil die Folgen des funktionellen Bruchs stets weniger schwerwiegend sind als jene eines totalen Versagens des Tragwerks. Unter der Annahme eines einzigen Lastspektrums, das Nutzlast und Bruchlast in gleicher Weise enthält, so daß $n_s = n_F$ und damit $p_{Fs} > p_F$, zeigt die schematische Darstellung von Fig. 1 den Zusammenhang zwischen den Sicherheitsberechnungen für funktionelles oder totales Versagen.

Fig. 1 illustriert auch den Unterschied zwischen dem zentralen Sicherheitsfaktor ν_{0F} und dem «Überlastfaktor» $m = \check{R}_F/\check{R}_s = \nu_{0F}/\nu_{0s}$, der in der Plastizitätstheorie fälschlicherweise als Sicherheitsfaktor bezeichnet wird [3]; ν_{0s} gibt den zentralen Sicherheitsfaktor für funktionelles Versagen an. Fig. 1 zeigt den Zusammenhang zwischen dem «Überlastfaktor» m des Tragwerks, der notwendig ist, um die spezifischen Wahrscheinlichkeiten p_{Fs} und p_F, beziehungsweise bezogen auf die zentralen Sicherheitsfaktoren ν_{0s} und ν_{0F} sicherzustellen. Es ist dieser Faktor, durch den die Mechanismen des elastischen (funktionellen) und des plastischen Bruches (structural collapse) aufeinander bezogen werden müssen, und der deshalb den Zusammenhang zwischen Bruchwahrscheinlichkeit, Sicherheit und plastischer Bruchberechnung herstellt.

Eine wirksame Bestimmung der Sicherheit hängt von der Möglichkeit einer klaren Trennung unabhängiger Kriterien des funktionellen und totalen Zusammenbruchs eines Tragwerks ab. Dies schließt ein, daß die beiden Kriterien von deutlich verschiedenen Bereichen der Materialverformung abgeleitet werden, so im Fall eines funktionellen Bruchmechanismus von einer begrenzten (elastischen) Spannung, und im Fall eines Bruchmechanismus des Tragwerks von plastischer oder visco-elastischer Unstabilität. Wenn ein Bruch durch

Risseausbreitung im Bereich geringer Verformungen erfolgt, ist keine solche Trennung möglich, weil die beiden Bruchmechanismen nicht unabhängig sind, sondern sich überschneiden: ein fortschreitender Schaden, hervorgerufen durch Belastungen im Nutzlastbereich, beeinflußt den Bruchmechanismus, so wie in dem Fall des katastrophalen Ermüdungsbruchs, der auf die Stabilisierung («shake-down») des durch Wechsellasten beanspruchten, elastisch-plastischen Tragwerks folgt.

Die Bestimmung der Sicherheit im Ermüdungsbereich muß auf der Konzeption des Bruchs unter einer einmaligen, selten vorkommenden hohen Belastung des Tragwerks beruhen, das schon durch Ermüdungsbeanspruchung unter Gebrauchslasten geschwächt wurde. Der Tragwerkswiderstand R nimmt somit mit wachsendem Schaden $D(n)$, der durch n-fache Wiederholung solcher Belastungen hervorgerufen wurde, ab. Daher nimmt der Sicherheitsfaktor $\nu_F = [R(n)/S]$ so rasch ab, als sich die Dichtefunktion $p_R[R(n)]$ gegen niedrigere Werte von $R(n)$ bewegt, was wiederum die damit verknüpfte Bruchwahrscheinlichkeit $p_F = p_F(n)$ erhöht. Dieses Anwachsen kann mit Hilfe der Diagramme in Fig. 1 bestimmt werden. Report Ia liefert Werte von ν_0 oder $\bar{\nu}$, die mit n abnehmen, entsprechend einer passend ausgewählten Funktion von $R(n)$ [4]. Da $p_F(n)$ keine Konstante ist, ist die Vertrauensfunktion $L(n)$ nicht mehr exponentiell, sondern kann aus der Gleichung (2.7) in Report Ia entnommen werden, unter der approximativen Annahme $p_F(n) = h_N(n)$, wobei $h_N(n)$ durch eine steigende Funktion von n in der einfachen Form $h_N(n) = c\alpha n^{\alpha-1}$ angenähert wird:

$$L(n) = exp\left[-\left(\frac{n}{v}\right)^{\alpha}\right] \tag{1.4}$$

mit $c = v^{-1}$, wo v als «Periode der Wiederholung» («return period») des Ermüdungsbruchs, die den Wert von n bei der Quantile e^{-1} wiedergibt, betrachtet wird.

Gleichung (1.4) ist die bekannte dritte asymptotische Wahrscheinlichkeitsfunktion für extreme (kleinste) Werte [5], die oft in der funktionellen Sicherheitsbestimmung von für Ermüdung empfindlichen Tragwerken verwendet wird [6]. Wenn $\alpha = 1$ und $v = p_F^{-1} = T_F$ ist, degeneriert Gleichung (1.4) zu einer exponentiellen Vertrauensfunktion von zufälligen Brüchen.

2. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Bruchmechanismen

Die Bestimmung der statistischen Streuung der Festigkeit R, die den kritischen Bruchmechanismus eines Tragwerks charakterisiert, wird immer schwieriger mit wachsender Komplexität des Materialverhaltens des Tragwerks. Im Falle eines linearen Verformungsverhaltens verlangt eine solche Bestimmung, daß

in den in Frage kommenden Gleichungen der Tragwerksmechanik konstante physikalische Parameter (Elastizitätsmodule, Viskositätskoeffizienten) durch Parameter in der Form von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen ersetzt werden, durch welche die Materialverformung den (stochastischen) Charakter eines «Zufallsmediums» («random-medium») erhält. Die Differentialgleichungen der Tragwerksmechanik werden in Gleichungen mit stochastischen Koeffizienten umgeformt. Der statistische Erwartungswert der Lösung einer solchen Gleichung stellt eine näherungsweise genügend genaue Lösung der klassischen Gleichung mit den «erwarteten» Werten der Parameter dar, die daher direkt als eine Annäherung aufgestellt werden könnte. Im Falle eines nicht-linearen Materialverhaltens ist die direkte Einbeziehung der Streuung der klassischen Verformungsgleichungen, z. B. der Momenten-Krümmungsbeziehungen bei Biegung, angebrachter [7], weil eine genaue Berechnung, selbst von linearen festen stochastischen Medien, nur in sehr einfachen Fällen versucht wurde [8]. In dem einfachsten nicht-linearen Fall eines elastisch-plastischen Mediums wurden einige Versuche unternommen, eine stochastische Verteilung der lokalen Fließgrenze in die Formulierung einer grundlegenden Gleichung für ein solches Medium und für seine statistische Streuung einzuführen [9]. Jedoch hat keiner dieser Versuche Erfolge gezeitigt, die für den Ingenieur von Nutzen sein könnten.

Die Verteilung der Bruchfestigkeit eines elastisch spröden Materials, die auf der vereinfachenden Annahme einer bekannten statistischen Variation der lokalen Festigkeit beruht, wurde weitgehend untersucht [10]. Die sich daraus ergebende Verteilung der Festigkeit gegen Sprödbruch unter gleichförmiger Spannung in der Form der dritten asymptotischen Verteilung der extremen (kleinsten) Werte (Weibullverteilung) [11] stellt sich in folgender Weise dar:

$$P(R) = 1 - e^{-V\left(\frac{R-R_0}{R^*}\right)^{\alpha}} \tag{2.1}$$

Dabei gibt V das Volumen an, R_0 ist die minimale Festigkeit, R^* ist ein Mittelwert, bekannt als die «charakteristische» Festigkeit und $\alpha > 0$ ein Parameter, der mit steigender Streuung abnimmt. Man hat herausgefunden, daß diese Gleichung die experimental beobachteten Wirkungen der Größe, Geometrie und Spannungsverteilung beim Bruch von spröden Materialien [12], wie Glas, keramischen Stoffen und hitzebeständigen Metallen, mit Werten von $3 < \alpha < 8$, entsprechend den Variationskoeffizienten von $0{,}35 > v > 0{,}15$, bezogen auf das arithmetische Mittel, darstellt. Auf der Grundlage dieser Theorie und bei gleicher Größe der Bruchwahrscheinlichkeit ist die Festigkeit bei reiner Biegung R_B bezogen auf die Spannungsfestigkeit R_T [13]:

$$R_B = \eta R_T \left[2(\alpha + 1)\frac{V_T}{V_B}\right]^{1/\alpha} \tag{2.2}$$

Hierbei sind V_T und V_B die Volumina des Zerreißstabes, beziehungsweise des Biegungsstabes, $\eta = S_B/A_T$ ist das Verhältnis zwischen dem Widerstandsmoment S_B des Querschnittes und Fläche A_T des durch Spannung beanspruchten Querschnittes.

Instabilität im elastischen Bereich wird von elastischen und geometrischen Parametern und durch die Exzentrizität der Druckkräfte beherrscht. Im einfachen instruktiven Beispiel eines gleichförmigen Druckstabes mit frei rotierenden Enden wird eine anfängliche Exzentrizität in Form einer seitlichen Ausweichung durch die Druckkraft P etwa im Verhältnis $(1 - c)^{-1}$ verstärkt. Dabei ist $c = P/P_c$ das Verhältnis von P und der kritischen (Knick-)Kraft $P_c = \pi^2 EI/L^2$, deren Verteilung allein von der Streuung von E und I abhängt, falls die Länge als ein nicht-statistischer Parameter betrachtet werden kann. Somit verwandelt eine verhältnismäßig geringe Streuung von P_c die Größe c und den Erweiterungsfaktor $(1 - c)^{-1}$ in eine statistische Variable von größerer Streuung, die durch Vergrößerung der anfänglichen Streuung der Exzentrizität die Streuung der Bruchlast des Stabes unter exzentrischem Druck noch weiter vergrößert. Die zugeordnete Wahrscheinlichkeitsdichte $p_R(P) = p_R(R_F)$ muß sehr schief gegen kleine Werte von P sein, da die Verteilung der Exzentrizität durch Null begrenzt ist und da an dieser Grenze auf die Streuung (der Bruchlast) nur die Streuung von E und I einwirkt.

Die Streuung der Bruchlast eines linearen, visco-elastischen Druckstabes ist größer wegen ihrer ziemlich bedeutenden Abhängigkeit vom Viskositätskoeffizienten [14], der eine beträchtliche Streuung aufweist. Da die Wirkung der Streuung der Viskosität auf die Bruchlast mit der Zeit zunimmt, ist die Streuung der relativ niedrigen, langzeitigen «Kriech-Knick»-Last notwendigerweise größer als die der kurzzeitigen hohen Lasten. Die gegenwärtige Kenntnis über die Form der Verteilung der Festigkeit gegen Druckbruch rechtfertigt jedoch noch nicht die Annahme irgendeiner spezifischen Wahrscheinlichkeitsfunktion in der Sicherheitsbestimmung.

Die Form der Streuung der Tragwerksfestigkeit, in Verbindung mit einem spezifischen Mechanismus des plastischen Bruchs bei Biegung, ist abhängig von einer linearen Kombination der Momente der plastischen Gelenke, die diesen Mechanismus hervorrufen und kann durch sie ausgedrückt werden. Als Folge des zentralen Grenzwertsatzes tendiert die Verteilungsfunktion der Festigkeit bei plastischem Zusammenbruch gegen eine Normalverteilung mit einem wachsenden Grad der statistischen Unbestimmtheit des Tragwerks, unabhängig von den Verteilungen der individuellen plastischen Momente in den Gelenken, die einander ähnlich sind und hauptsächlich auf der Fließspannung beruhen. Da zahlreiche Beobachtungen gezeigt haben, daß diese Verteilung einer logarithmischen Normalverteilung [15] mit einem Variationskoeffizienten von 0,05 bis 0,15, je nach Ausmaß der Kontrolle im Produktionsprozeß, gleicht, kann angenommen werden, daß die Form der Verteilungsfunktion der Tragwerksfestigkeit beim Zusammenbruch zwischen einer Log-Normalverteilung für ge-

ringe Überzähligkeit (statische Unbestimmtheit) und einer Normalverteilung für große Überzähligkeit variiert, mit Variationskoeffizienten, die wegen des zentralen Grenzwertsatzes mit zunehmender Überzähligkeit abnehmen.

Die Wirkung der Materialeigenschaften auf die Streuung von Zuginstabilitätslasten kann im Fall der Beanspruchung eines gleichförmigen Zugstabes aus einem inkompressiblen Material, mit dem Querschnitt A und der Länge L und mit der Spannungsdehnungsrelation

$$\sigma = M\varepsilon_L{}^n \tag{2.3}$$

einfach dargestellt werden. Dabei ist $\varepsilon_L = \ln(L/L_0)$ und $0 < n < 1$. Da $P = \sigma A$, ergibt die Instabilitätsbedingung $dP = \sigma dA + A d\sigma = 0$, zusammen mit der Inkompressibilitätsbedingung $dV = d(AL) = AdL + LdA = 0$ den Ausdruck $(d\sigma/\sigma) = d\varepsilon_L$ oder $(d\sigma/d\varepsilon_L) = \sigma$, und daher ist nach der Gleichung (2.3) die «Instabilitätsdehnung» $\varepsilon_L = n$. Die zugeordnete Traglast beträgt daher

$$P = A_0 M(n/e)^n \tag{2.4}$$

weil $A = A_0 e^{-\varepsilon_L}$. Wenn man den «Verfestigungskoeffizienten» n als eine statistische Variable, die die Streuung der beobachteten Spannungsdehnungsrelation ausdrückt, einführt, kann man die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P_R(R_F)$, in der $R_F = P$ ist, aus der Gleichung (2.4) erhalten. So ist zum Beispiel für den ziemlich weiten Variationsbereich der Instabilitätsdehnung $0{,}25 > \varepsilon_L = n > 0{,}125$ der Bereich von P auf $1{,}83 A_0 M > P > 1{,}48 A_0 M$ beschränkt. Da die Verfestigungsfunktionen für ein und dasselbe Material gewöhnlich in einem viel engeren Bereich der Streuung von n reproduzierbar sind, ist die Streuung der Traglast für Zuginstabilität so klein, daß sie praktisch nicht mehr als statistisch bezeichnet werden muß.

3. Grenzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung bei der Bestimmung der Sicherheit

Die offensichtlichsten Grenzen für die wahrscheinlichkeitstheoretische Sicherheitsbestimmung sind die Existenz von nicht-zufälligen Einflüssen auf die Zuverlässigkeit des Tragwerks, wie zum Beispiel die Wirkungen von nicht-zufälligen Belastungen, und die Auswirkung von Ungenauigkeiten bei der Belastungs- und Spannungsbestimmung, die Qualität der Arbeit und die Güte der örtlichen Kontrolle während des Baues. Einige dieser Wirkungen spiegeln sich jedoch in der Auswahl der Verteilungsfunktionen und Parameter der Wahrscheinlichkeitsbestimmung wider.

Daher beeinflußt das Niveau der Materialkontrolle sowohl die Größe der Streuung der kritischen Materialeigenschaften als auch die Form ihrer Verteilung. In Übereinstimmung mit den bestehenden Beobachtungen zeugt ein auf

den Median bezogener Variationskoeffizient von $v = 0{,}05$ von einem außerordentlich hohen Niveau der Kontrolle sowohl der Festigkeit und Fließspannung des Konstruktionsmetalles als auch des Betons. Ein Variationskoeffizient von $v = 0{,}10$ bis $0{,}12$ stellt einen mittleren Wert dar, während $v > 0{,}15$ eine unzureichende Qualität der Kontrolle anzeigt. Diese letzteren Sachverhalte werden überdies durch «Extremwert»-Verteilungen gekennzeichnet [16], während bei gutem Kontrollniveau die Log-Normalverteilung anwendbar ist.

Nicht-zufällige Lasten, z. B. Eigengewicht, können zum Mittelwert oder Median der Nutzlasten addiert werden und verkleinern dadurch den Variationskoeffizienten der Last, welche den zentralen Sicherheitsfaktor ν_0 des Tragwerks bestimmt. So wird ein Variationskoeffizient der Betriebslast von $v = 0{,}20$ auf $v = 0{,}10$ reduziert, bei einem Verhältnis ruhende Last zu Betriebslast von 1:1 und auf $v = 0{,}05$ bei einem Verhältnis von 3:1, wobei der zentrale Sicherheitsfaktor mit zunehmender ruhender Last abnimmt.

Die Auswirkungen der Ungenauigkeit der Berechnung und der Qualität der Arbeit erfordern eine Betrachtung außerhalb des Rahmens der Wahrscheinlichkeitsberechnung, welche daher nur einen minimalen Wert des Sicherheitsfaktors liefert, welcher daher wegen der nicht-statistischen Einflüsse durch einen angemessenen Prozentsatz korrigiert werden muß [17]. Numerische Werte, die als solche Wägungsfaktoren in Betracht kommen und mit denen man einen objektiven Sicherheitsfaktor multiplizieren muß, haben jedoch keine rationale Grundlage und können deshalb nicht mit einer objektiven Bruchwahrscheinlichkeit in Beziehung gesetzt werden.

Die Tatsache, daß die Form der Verteilungsfunktionen der bestimmenden Parameter durch tatsächliche Beobachtungen nicht in einem wesentlichen Vertrauensbereich bestimmt werden kann, hat die ernstzunehmenden Einwände gegen den Gebrauch einer solchen Analyse hervorgerufen. Sie hat auch den Bestrebungen, nicht-parametrische Methoden [18] den spezifischen Verteilungsfunktionen gegenüber zu bevorzugen, Auftrieb gegeben. Da aber diese Vorschläge unpraktisch sind, wegen der Unmöglichkeit, annehmbar niedrige Werte von p_F durch ein nicht-parametrisches Verfahren zu erlangen, scheint das Problem der Auswahl und Form der Verteilungsfunktionen von S und R aus bestehenden oder erhältlichen Daten die Hauptschwierigkeit für die allgemeine Annahme der Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Sicherheit von Tragwerken zu sein.

Für dieses Problem ist allerdings keine rationale Lösung möglich, ohne daß man sich vergegenwärtigt, daß das Problem darin besteht, Wahrscheinlichkeitsmodelle auszuwählen, die relevante Verteilungsfunktionen produzieren, und nicht Verteilungsfunktionen auszuwählen, die mit Beobachtungen übereinstimmen. Dies einfach, weil die Zahl der Beobachtungen, besonders bei den wesentlichen Materialparametern, nie groß genug sein kann, um den Wahrscheinlichkeitsgrad zu erreichen, der für die Bestimmung der Zuverlässigkeit des Tragwerks in Betracht kommt. Andererseits kann statistisches Anpassen von

Daten im praktischen Bereich der Beobachtungen nicht zur Auswahl von Wahrscheinlichkeitsfunktionen führen, die eine Extrapolation in den wesentlichen Wahrscheinlichkeitsbereich rechtfertigen würde. Die einfachsten und wirksamsten Wahrscheinlichkeitsmodelle beruhen auf den Begriffen von «seltenen» und «extremen» Erscheinungen, woraus sich Poisson- und verwandte diskrete Funktionen sowie Extremwertverteilungen ergeben [19]. Diese Verteilungen passen besonders für die Bestimmung der Sicherheit von Tragwerken, bei denen seltene oder extrem hohe Belastungsintensitäten zusammen mit seltenen oder extrem niedrigen Werten der Tragfähigkeit vorkommen. Wenn erst einmal eine maßgebliche Verteilungsform ausgewählt ist, ist nur eine begrenzte Anzahl von Beobachtungen zur Bestimmung ihrer Parameter erforderlich, und die Extrapolation ist gerechtfertigt, und zwar nicht auf Grund des «Kurvenanpassens» im zentralen Bereich, sondern auf Grund der physikalischen Maßgeblichkeit. Daher sind kleine Zahlen von Beobachtungen von Daten, die als «selten» oder «extrem» klassifiziert werden können, viel nützlicher als lange Reihen von Daten unbestimmbaren Charakters. So können zum Beispiel Beobachtungen über den höchsten jährlichen Flutpegel verläßlich auf der Grundlage der Extremwertverteilungen extrapoliert werden [20], während die Gesamtheit der Aufzeichnungen über den täglichen Wasserstand für diesen Zweck nutzlos wäre.

Des weiteren muß man festhalten, daß die Kenntnis der Verteilungen sowohl von S als auch von R nur erforderlich ist, wenn die Streuung beider Variablen ungefähr die gleiche Größe besitzt. Man kann aus Fig. 2 in Report Ia leicht ersehen, daß eine mäßig große Streuung der Lastintensität die Wichtigkeit der Form der Festigkeitsverteilung des Tragwerks reduziert: für Variationskoeffizienten von $v_S = 0{,}20$ sind die Beziehungen zwischen p_F und v für die Log-Normalverteilung und für die Extremwertverteilung von $v_R = 0{,}10$ praktisch identisch, trotz der Tatsache, daß eine Streuung der Tragfähigkeit, charakterisiert durch $v = 0{,}10$, nicht sehr klein ist. Da ein Variationskoeffizient von $v_S = 0{,}20$ einer Belastungsintensität nicht außergewöhnlich ist (es sind schon Variationskoeffizienten von $v_S = 0{,}18$ für Windbelastungen [21] und von $v_S = 0{,}177$ für Deckenbelastungen [22] bestimmt worden), und da $v_R = 0{,}10$ an der oberen Streugrenze von Materialparametern für eine angemessene Kontrollstufe liegt, scheint die Schlußfolgerung gerechtfertigt, daß die Form der Verteilung der Materialparameter nur wesentlich ist, wenn die Lastintensität eine sehr kleine Streuung aufweist oder nicht-statistisch ist.

Die Bewertung und Rechtfertigung eines quantitativen, «tragbaren» Risikos wurde durch zwei Methoden versucht: a) durch Vergleich des Risikos des Tragwerkzusammenbruchs mit anderen Risiken, die als tragbar erachtet werden, da sie gewöhnlich durch eine Versicherung gedeckt sind oder b) durch Einführung eines «Entscheidungsmaßstabes» oder «Handlungsverlaufes» (course of action), durch den ein gewisser Grad an «Wirksamkeit» des Tragwerks optimiert wird. Das allgemeine Studium der «Entscheidungstheorie»

und der «Optimierung» als wichtige Aspekte der «Systemberechnung» hat zu Versuchen geführt, ähnliche Begriffe für Tragwerke anzuwenden. Dies geschieht, indem man ein passendes Maß von «Wirksamkeit» auswählt, das optimiert werden muß, wie zum Beispiel das Gewicht eines Tragwerks oder seine Kosten, und dieses als Funktion der Bruchwahrscheinlichkeit, die die Konstruktion charakterisiert, einführt, oder indem man gleichzeitig zu erreichende Ziele angibt, wie zum Beispiel ein Minimum der Kosten bei gleichzeitigem Maximum der Sicherheit des Tragwerks.

Die Anwendung dieser Methoden ersetzt jedoch nicht die Notwendigkeit, an irgendeinem Punkt der Bestimmung ein subjektives Werturteil einzuführen, zum Beispiel bei der Bewertung der relativen Wichtigkeit alternativer Ziele – wie die minimalen Kosten – die Bewertung des Verhältnisses zwischen den Kosten eines Tragwerks und den Kosten seines Einsturzes. Für den letzteren Fall kann man dies zeigen, indem man das einfachste mögliche Kriterium, nämlich die Minimierung der Gesamtkosten des Tragwerks, einführt. Diese Kosten setzen sich zusammen aus den Herstellkosten $A(p_F)$ und aus den kapitalisierten Kosten des Zusammenbruchs $C(p_F)$, nämlich $p_F \cdot C(p_F) \cdot Q$. Dabei ist Q der Kapitalisierungsfaktor und p_F die Wahrscheinlichkeit des Zusammenbruchs, bezogen auf ein Betriebsjahr. Daher werden die Bedingungen

$$A(p_F) + p_F C(p_F) \cdot Q \rightarrow min \tag{3.1}$$

oder

$$\frac{dA(p_F)}{dp_F} + Qp_F \frac{dC(p_F)}{dp_F} + QC(p_F) = 0 \tag{3.2}$$

den Wert p_F liefern, durch den die Gesamtkosten des Tragwerks optimiert werden, vorausgesetzt, die Beziehung von A und C zu p_F könne hergestellt werden. Wenn $A(p_F)$ als eine abnehmbare Funktion von p_F in der einfachen Form [23]

$$\frac{dA}{dp_F} = -\frac{c}{p_F} \quad \text{oder} \quad A = -c \ln p_F + B \tag{3.3}$$

eingeführt wird, und wenn man die Kosten des Zusammenbruchs, geschrieben in der Form $C = C' + C''$, aus zwei Teilen bestehend annimmt, nämlich den Kosten des Wiederaufbaus $C' \sim A$ und einen Teil C'', der zwar unabhängig von den Kosten des Wiederaufbaues ist, aber irgendwie die allgemeinen Kosten des Zusammenbruchs ausdrückt, dann nimmt die Gleichung (3.2) mit $p_F Q << 1$ die Form

$$p_F{}^* \doteq \frac{c}{QA}\left(1 + \frac{C''}{A}\right)^{-1} \sim \frac{c}{QC''} \tag{3.4}$$

an, vorausgesetzt, daß $C''/A >> 1$. Daher enthält die Bestimmung das Verhältnis zwischen den Erstellungskosten eines Tragwerks und den Kosten seines

Zusammenbruchs oder den Kosten des Zusammenbruchs selbst als einen sehr wichtigen Parameter, durch dessen Auswahl der numerische Wert des «tragbaren» Risikos über einige Größenordnungen hinaus geändert werden kann. Anstatt das «tragbare» Risiko durch subjektive Betrachtungen auszuwählen, so zum Beispiel durch den Vergleich mit anderen Risiken, sind die Kosten des Zusammenbruchs auf diese Weise als Funktion der Erstellungskosten eines Tragwerks ausgewählt. Obwohl dieses letztere Vorgehen weniger willkürlich erscheinen mag, zeigt sich, daß eine subjektive Entscheidung an irgendeinem Punkt des Verfahrens unumgänglich ist, nur kann der Punkt, an dem sie gefällt werden muß, variiert werden.

Einer der Einwände gegen die Wahrscheinlichkeitsmethode bei der Bestimmung der Sicherheit besagt, daß Wahrscheinlichkeiten von sehr kleiner Größenordnung (10^{-4} bis 10^{-8}), die in diesem Verfahren besonders gebraucht werden, keine wirkliche Bedeutung anhaftet, da Verteilungen in diesem Bereich nicht von statistischen Schlußfolgerungen abzuleiten sind. Man muß sich jedoch darüber klar sein, daß die Verteilungen nicht nach statistischen Schlußfolgerungen, sondern nach Kriterien physikalischer Maßgeblichkeit ausgewählt werden und daß die tatsächlichen Werte der Wahrscheinlichkeiten weniger wichtig sind als die Tatsache, daß ihr Gebrauch das Erzielen eines *gleichmäßigen* Zuverlässigkeitsmaßes für alle Teile des Tragwerks erlaubt, was durch keine andere Methode zu erreichen ist.

Leere Seite
Blank page
Page vide