Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 8 (1968)

Artikel: Etude critique des critères de sécurité et de leurs fondements conceptuels

Autor: Freudenthal, A.M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-8687

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

I

Sécurité

Ia

Etude critique des critères de sécurité et de leurs fondements conceptuels

A. M. FREUDENTHAL
Professor of Civil Engineering, Columbia University, New York

Dès la première réunion, tenue à Vienne en 1928, le problème de la sécurité des constructions a toujours été, sous une forme ou sous une autre, à l'ordre du jour de chacun des congrès de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes. En ce qui concerne le présent Congrès, la seule différence tient à l'objet de l'Exposé Introductif à ce thème qui, plutôt qu'à donner un résumé des contributions individuelles vise à présenter un bref aperçu de la situation actuelle.

1. Considérations générales

Le calcul des ouvrages se présente sous trois aspects:

1. la détermination des forces extérieures («étude des charges»);
2. la détermination des efforts internes et des contraintes («étude des contraintes»);
3. le dimensionnement, en partant du mécanisme de ruine propre à l'ouvrage et des caractéristiques des matériaux («étude de la résistance et de la sécurité»).

Dans les recherches appliquées en matière de construction, l'accent a toujours porté principalement sur l'étude des contraintes. En effet, pour la grande majorité des ingénieurs civils, les deux autres aspects n'apparaissent pas comme réellement importants et sont généralement considérés, non pas comme des sujets de recherches, mais plutôt comme relevant de la rédaction des Règles et des essais de matériaux. Cependant, par suite surtout des progrès de la construction aéronautique et spatiale, on prend de plus en plus nettement conscience du fait que l'étude des charges et celle de la sécurité font toutes deux partie

intégrante du calcul des ouvrages et revêtent une importance au moins égale à celle du calcul des contraintes, et ce, d'une part, parce que si approfondie que puisse être l'analyse des contraintes, ses résultats ont juste la valeur que permet celle du calcul des charges qui la conditionne et que, d'autre part, il semble absurde de peiner à améliorer sans cesse les méthodes de calcul des contraintes si ensuite, pour dimensionner les éléments d'ouvrages, on doit comparer ces résultats aux contraintes dites «admissibles», définies d'une manière plutôt grossière en divisant les valeurs douteuses des caractéristiques des matériaux, déterminées au moyen d'essais conventionnels, par des nombres empiriques encore plus douteux qu'on appelle les coefficients de sécurité.

Il y a plusieurs années que des ingénieurs de différents pays s'attaquent au problème fondamental de la sécurité des constructions [1–12]; les progrès ont toutefois été relativement lents, car la grande majorité des ingénieurs civils sont convaincus que «l'intuition technique» et les normes conventionnelles fournissent des éléments suffisants pour le calcul d'ouvrages sains et économiques. Des efforts concertés ont certes été entrepris en vue de définir les concepts modernes de l'étude de la sécurité et de les introduire dans la pratique, et l'on peut citer par exemple ceux d'une Commission de l'Institution of Structural Engineers de Londres présidée par SIR ALFRED PUGSLEY [13], dont le livre récent [4] représente à la fois une excellente introduction à la sécurité des constructions et une revue des recherches y relatives, ceux également d'une Commission du Conseil International (Européen) du Bâtiment (CIB) dirigée par le Prof. EDUARDO TORROJA [14], et ceux d'une Commission de l'American Society of Civil Engineers dirigée par OLIVER G. JULIAN [15] et l'auteur [16]. Ces efforts ont toutefois abouti à un compromis faisant la part de la conviction partagée par une minorité des membres de la Commission, pour qui seule une attitude résolument nouvelle basée sur une conception probabiliste serait de nature à permettre de fonder rationnellement l'étude de la sécurité, et la part du refus de la majorité d'accepter une interprétation probabiliste de la notion de sécurité avec ses implications. C'est pourquoi les propositions tendant à modifier les Règles de sécurité actuelles ne font que timidement état de la nécessité d'établir une méthode probabiliste et évitent toute référence à la notion de «risque de ruine admissible», clé de voûte de l'étude rationnelle de la sécurité des constructions.

La raison essentielle du manque d'intérêt assez général des ingénieurs civils pour les problèmes concernant l'étude des charges et celle de la sécurité réside en ce que, à de rares exceptions près, les ouvrages qu'ils construisent ne se trouvent pas dans des conditions limites, à l'avant-garde des possibilités techniques, mais confortablement en-deçà. C'est ainsi qu'il est extrêmement rare que surviennent des ruptures dues à une mauvaise étude générale (elles se produisent principalement en présence de conditions d'instabilité dynamique non prévues), et ces ruptures sont généralement imputables à des erreurs dans le calcul des détails, notamment des assemblages. Les exigences d'ordre écono-

mique ne sont en effet pas très rigoureuses, étant donné que le sur-dimensionnement de ces ouvrages n'est pas nuisible en service et n'a donc pas de conséquences importantes. Il en va autrement s'il s'agit d'une construction destinée à se trouver dans des conditions de service à la limite de sa capacité et telle que toute augmentation injustifiée de sa résistance, du fait du poids accru qui en résulte, non seulement affecte son coût mais encore perturbe sérieusement son bon fonctionnement, car dans ce cas les méthodes conventionnelles de l'analyse des charges et de la sécurité se révèlent insuffisantes en raison de l'équilibre précaire qui existe entre la sécurité, le comportement en service et/ou l'économie.

C'est le développement rapide de la technique des vols avec équipage qui est responsable du fait que les modèles avancés de cellules d'avions, à l'époque de leur conception, se trouvent généralement tout près de la limite de leurs possibilités en service, de sorte que, pour obtenir des structures satisfaisant aux conditions d'exploitation, le seul moyen est de fixer avec un soin extrême les charges de service attendues en rapport avec un risque de rupture fini bien déterminé qu'on considère comme «admissible» à la lumière d'essais exécutés à l'échelle grandeur. Ce sont des conditions similaires, bien que plus sévères encore, qui régissent la conception des cellules spatiales, le résultat étant que le calcul des charges et l'analyse de la fiabilité en matière de cellules aéronautiques et spatiales sont devenus, au cours des dernières années, des domaines de recherches d'un intérêt vital pour les industries aéronautiques et spatiales; tant sur le plan théorique qu'expérimental, ces recherches sont régies par des conceptions de probabilité et de méthodologie statistique. La bibliographie intéressant ce domaine devient si abondante [17] que l'on a estimé nécessaire de créer un Service d'Extraction spécial de façon à tenir les membres de la profession au courant des progrès réalisés en matière de recherche fondamentale et appliquée [18].

Cette préoccupation grandissante de la fiabilité de la part des industries aéronautiques et spatiales a eu comme conséquence, entre autres, celle de faire figurer des cours de fiabilité au programme des Facultés des Sciences de nombre d'Universités américaines. Elle a aussi suscité un mouvement d'intérêt légèrement accru pour l'étude des charges et de la sécurité parmi les ingénieurs civils. La tendance principale qui se dessine dans le mouvement actuel est une acceptation progressive, encore qu'un peu hésitante, par une plus grande partie de la profession, de la conception probabiliste du coefficient de sécurité ainsi que de la quantification du risque de mauvais fonctionnement ou de ruine dont la valeur numérique confère à ce coefficient une signification rationnelle. Ceci ressort de l'augmentation récente du nombre des publications dans lesquelles les idées essentielles de l'interprétation probabiliste de la sécurité des constructions sont reformulées et appliquées à des problèmes spécifiques [19–27].

Selon cette conception, pour placer la notion de sécurité des constructions sur une base rationnelle, en accord avec l'évolution des méthodes modernes de l'analyse des contraintes, il faut faire intervenir la dispersion statistique des

charges de service ainsi que de la résistance de la construction. Cette démarche n'implique pas et ne réclame pas non plus spécifiquement une réduction des coefficients de sécurité usuels, elle essaie simplement d'enlever la conception de la sécurité au domaine de la métaphysique pour la placer dans celui de la réalité physique où c'est une distribution de fréquences unimodale qui fournit la meilleure approximation d'un paramètre physique constant.

Il faut toutefois reconnaître que les hésitations qui se manifestent à l'endroit de cette conception semblent ne pas être totalement injustifiées, car plusieurs problèmes tant théoriques que pratiques se trouvent posés si, dans le calcul réel, on remplace la conception usuelle et éprouvée des «contraintes de service» ou «admissibles», avec leur implication de sécurité absolue, par des «coefficients de sécurité» déterminés à partir d'une interprétation probabiliste et associés à une valeur bien définie du risque de rupture.

Les principaux problèmes théoriques sont les suivants:

a) Existence de phénomènes non aléatoires affectant la sécurité des constructions et ne pouvant entrer dans un contexte probabiliste.
b) Impossibilité d'effectuer l'observation des phénomènes aléatoires intéressés dans un domaine d'une étendue suffisante pour que l'analyse de la sécurité soit significative, d'où la nécessité d'extrapoler largement pour compléter l'étendue des données réellement observées.

Les principaux problèmes pratiques sont les suivants:

a) Fixation et justification d'une valeur numérique pour le «risque admissible» de ruine.
b) Codification des résultats de l'analyse probabiliste, assez complexe, de la sécurité sous une forme suffisamment simple pour permettre leur utilisation dans le calcul pratique.

Bien que ce soient là, réellement, de sérieux problèmes, il faut aussi bien comprendre que les méthodes conventionnelles de calcul n'assurent pas une «sécurité absolue» ni ne permettent de réaliser des constructions présentant partout une sécurité uniforme. On se convainc aisément, en considérant la dispersion statistique des charges [28] de service et de la résistance [29] des matériaux intéressés, que les ouvrages calculés conformément aux Règles actuellement en vigueur ont, en fait, une probabilité de ruine non nulle qui, de plus, est différente dans les diverses parties de l'ouvrage. Dans le cas d'ouvrages métalliques, tels que ponts-routes ou pylônes électriques, elle est de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-5}; pour les constructions en béton, elle est de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-5}, et ce pour une application unique de la charge de calcul [30]. La «sécurité absolue» qu'on invoque n'est donc rien de plus qu'une fiction commode. Mais le fait d'admettre cette fiction rend impossible la réalisation d'une sécurité uniforme puisque c'est le risque de ruine admissible, plutôt que la valeur du coefficient de sécurité, qui fournit une mesure rationnelle de la sécurité et qui doit constituer la base des méthodes de calcul d'une sécurité uniforme. On peut adopter différents critères [31] pour exprimer ce risque, et pour en choisir un,

on examine s'il est légitime de supposer que le risque reste constant pendant toute la durée de service ou s'il est fonction de l'âge de l'ouvrage. Ce n'est que dans le premier cas que l'on peut utiliser l'un ou l'autre des critères que sont la «probabilité d'occurrence de la ruine» et le «temps d'attente moyen» entre ruptures. Dans le second cas, où l'on doit considérer que la capacité portante de l'ouvrage diminue avec le temps ou à mesure qu'augmente le nombre d'applications des charges (fluage, corrosion, fatigue), il faut que le critère de risque prenne en compte l'accumulation des dommages qui interviennent dans le jeu du mécanisme de rupture.

2. La conception probabiliste de la sécurité des ouvrages

L'interprétation probabiliste de la sécurité des constructions procède de la représentation des charges et des autres forces s'exerçant sur l'ouvrage par une population statistique de forces dont on connaît la distribution, la capacité portante étant, quant à elle, représentée par la distribution d'une population statistique d'ouvrages (nominalement identiques). La probabilité de ruine p_F correspondant à une application unique ou à un système de charges est rapportée à cette population d'ouvrages dont la capacité portante R est une variable statistique et dont chacun est soumis à une charge unique ou à un système de charges pris parmi la population de variables statistiques S représentant les charges. Il en découle que p_F exprime la proportion d'ouvrages dont la ruine est attendue lors de cet «appariement» aléatoire entre état de chargement et résistance de l'ouvrage, et exprime par conséquent la probabilité associée à la ruine de l'un quelconque de ces ouvrages soumis à une application de charge unique. Cette probabilité ne constitue pas une mesure directe de la sécurité d'une construction soumise à une suite aléatoire de chargements pris parmi la population des charges. C'est la «fonction de fiabilité» $L_N(n)$ qui fournit cette mesure; cette fonction se définit comme représentant la probabilité de voir la durée de service de l'ouvrage, mesurée par le nombre N des applications de charges jusqu'à la ruine, excéder la valeur de n, qui est le nombre des chargements effectifs, soit:

$$L_N(n) = Pr\{N > n\} \tag{2.1}$$

de sorte que la probabilité correspondant à l'occurrence d'une ruine avant ou à la $n^{\text{ième}}$ application est

$$F_N(n) = 1 - L_N(n) = Pr\{N \leq n\} \tag{2.2}$$

Il s'ensuit que la probabilité associée à la ruine d'une construction à la $n^{\text{ième}}$ application est

$$f_N(n) = Pr\{N = n\} = F_N(n) - F_N(n - 1) \tag{2.3}$$

de sorte qu'à la ruine, lors de la $n^{\text{ième}}$ application, d'un ouvrage qui a survécu à $(n - 1)$ applications, s'attache la probabilité

$$h_N(n) = f_N(n)/L_N(n - 1) \,. \tag{2.4}$$

Cette fonction $h_N(n)$ représente le «risque de ruine» ou taux de ruine.

Si, dans une première approximation, n est considérée comme étant une variable continue, l'équation (2.3) peut prendre la forme suivante:

$$f_N(n) \cong \frac{d}{dn} F_N(n) \tag{2.5}$$

et, par conséquent

$$h_N(n) = - \frac{d}{dn} \ln L_N(n) \tag{2.6}$$

ou

$$L_N(n) = exp\,[- \textstyle\int_0^n h_N(\xi) d\xi] \tag{2.7}$$

qui exprime la relation existant entre la fonction de fiabilité et la fonction de risque.

En faisant l'hypothèse simplificatrice de l'indépendance de la probabilité de ruine p_F à l'égard de n, la probabilité de survie à n applications de charge peut s'exprimer sous la forme:

$$L_N(n) = (1 - p_F)^n \tag{2.8}$$

et par conséquent, à partir de la relation (2.6):

$$h_N(n) \cong p_F = T_F^{-1} \tag{2.9}$$

où T_F représente le «délai de retour» des ruptures ou le nombre attendu d'applications de charge («temps d'attente») entre deux ruptures consécutives.

A partir de la relation (2.7), la fonction de fiabilité devient:

$$L_N(n) = exp\,(- np_F) \sim (1 - np_F) \quad \text{et} \quad F_N(n) \sim np_F \tag{2.10}$$

lorsque $np_F << 1$; la relation (2.10) définit la fonction de fiabilité associée aux ruptures fortuites et lie $F_N(n)$ à p_F.

La relation existant entre le coefficient de sécurité et la probabilité p_F découle simplement de la définition du coefficient de sécurité ν en tant que variable statistique de densité de probabilité $p_\nu(\nu)$ suivant la loi $P_\nu(\nu) = \int_0^\nu p_\nu(t)dt$ formée par le rapport

$$\nu = R/S \tag{2.11}$$

où $R > 0$ représente la résistance ou la capacité portante de l'ouvrage et $S > 0$ la charge appliquée, ces deux quantités étant considérées comme des variables statistiques de densités de probabilité $p_R(R)$ et $p_S(S)$ suivant les lois $P_R(R) = \int_0^R p_R(t)dt$ et $P_S(S) = \int_0^S p_S(t)dt$. La probabilité de ruine p_F est donc:

$$p_F = Pr\{\nu < 1\} = P_\nu(1) \tag{2.12}$$

où la loi de probabilité du quotient ν s'exprime en fonction de $P_R(R)$ et $p_S(S)$ sous la forme [32]

$$P_\nu(\nu) = \int_0^\infty P_R(\nu t)p_S(t)dt\ . \tag{2.13}$$

D'où:

$$p_F = P_\nu(1) = \int_0^\infty P_R(t)p_S(t)dt = \int_0^\infty Pr\{R < t\} \cdot Pr\{S = t\}dt \tag{2.14}$$

ou encore

$$p_F = \int_0^\infty Pr\{S > t\} \cdot Pr\{R = t\}dt = \int_0^\infty [1 - P_S(t)] \cdot p_R(t)dt\ . \tag{2.15}$$

De l'équation (2.11) à l'équation (2.15), il est implicitement admis que les variables S et R sont statistiquement indépendantes; cette hypothèse est vérifiée de façon approximative mais suffisante pour la plupart des constructions ressortissant au génie civil qui peuvent être calculées sans recourir à l'analyse dynamique (aéro-élastique, sismique).

Quant à savoir si les équations (2.14) ou (2.15) fournissent bien une relation entre p_F et un «coefficient de sécurité», cela peut facilement être mis en évidence en prenant le cas, simple, où R et S suivent une distribution exponentielle, pour $R > 0$ et $S > 0$. Si l'on pose $P_R(R) = 1 - exp\,(-\alpha R)$ et $1 - P_S(S) = exp\,(-\beta S)$, avec par conséquent $p_R(R) = \alpha\, exp\,(-\alpha R)$ et $p_S(S) = \beta\, exp\,(-\beta S)$, il résulte de l'équation (2.14) que:

$$p_F = \int_0^\infty (1 - e^{-\alpha t})\beta e^{-\beta t}dt = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{1}{1 + \bar{R}/\bar{S}} = \frac{1}{1 + \nu_0} \tag{2.16}$$

puisque les espérances mathématiques (les moyennes) de R et de S sont respectivement $E[R] = \bar{R} = \alpha^{-1}$ et $E[S] = \bar{S} = \beta^{-1}$ et que $\nu_0 = \beta/\alpha = \bar{R}/\bar{S}$ est le rapport des moyennes de R et de S qui représente une mesure de la tendance centrale de la distribution de la variable statistique qu'est le coefficient de sécurité ν définie par l'équation (2.13): $P(\nu) = (1 + \nu_0/\nu)^{-1}$; on désignera cette mesure sous le nom de coefficient de sécurité «central».

La simplification excessive que représente l'hypothèse d'une distribution exponentielle suivie par R et par S s'oppose à l'application effective de l'équation (2.16). Mais cette équation fait bien ressortir l'aspect le plus important de toutes les relations existant entre p_F et ν_0, à savoir que lorsqu'on fait intervenir un coefficient de sécurité «central» dans un calcul, sa valeur doit être

très élevée afin d'avoir une probabilité de ruine suffisamment faible. Mais les méthodes classiques de calcul ne procèdent pas d'un coefficient de sécurité «central» puisque, dans la spécification des charges et de la capacité portante, on admet implicitement que la charge appliquée (charge de calcul) représente un «maximum» tandis que la capacité portante (spécifiée pour le calcul) est fixée par rapport à une valeur «minima» de la caractéristique du matériau intéressé. Sauf si les forces s'exerçant sur l'ouvrage ont une limite supérieure fonctionnellement définie (capacité maxima de stockage, densité d'occupation maxima, locomotive de poids maximum), il n'en reste pas moins qu'on ne pourra définir de façon rationnelle une charge «maxima» S_{max} et une capacité portante «minima» R_{min} qu'en termes de probabilité en considérant, d'une part, la charge d'intensité $S_{max} = S_q$ au dépassement de laquelle correspond la probabilité, aussi faible que l'on veut, $q = Pr\{S > S_q\}$, et, d'autre part, la résistance $R_{min} = R_p$ avec, pour l'ensemble des valeurs inférieures à ce seuil, une probabilité d'occurrence aussi faible que l'on veut $p = Pr\{R < R_p\}$. En introduisant les paramètres ξ_p et η_q tels que $R = \xi_p \bar{R}$ et $S_q = \eta_q \bar{S}$ et en définissant un coefficient de sécurité «classique»

$$\bar{\nu} = R_{min}/S_{max} = R_p/S_q = (\xi_p/\eta_q)\nu_0 \tag{2.17}$$

on établit facilement la relation entre $\bar{\nu}$ et ν_0. Du fait que $\xi_p < 1$ alors que $\eta_q > 1$, le coefficient ν_0 est très largement supérieur à $\bar{\nu}$, ce qui explique le caractère général de divergence qui existe entre les valeurs des coefficients de sécurité qu'on introduit dans les calculs classiques et celles des coefficients de sécurité «centraux» qui sont déterminés dans les calculs probabilistes de la sécurité basés sur la moyenne, la médiane ou le mode des charges et des caractéristiques des matériaux.

Des observations faites sur la dispersion des caractéristiques [33] des matériaux qui entrent en ligne de compte, il ressort que, dans les conditions où un contrôle de qualité raisonnablement sévère est effectué, on peut de façon satisfaisante ajuster cette dispersion à l'aide d'une distribution logarithmico-normale. D'un autre côté, dans les spectres de charges retenus pour le calcul, on ne considère la plupart du temps que la queue (partie supérieure) de la distribution des intensités de chargement, d'où approximativement une distribution de valeurs extrêmes (les plus grandes). L'exclusion des autres intensités (plus faibles) réduit évidemment le nombre d'applications de charge à prendre en considération dans le calcul de la fiabilité, de sorte que, si l'on fixe la valeur de $F_N(n)$, on peut accepter pour p_F (cf. équation 2.10) une valeur supérieure à celle qu'on aurait en faisant intervenir la totalité du spectre des intensités. On a calculé les relations $p_F(\nu_0)$ et $p_F(\bar{\nu})$ dans le cadre des hypothèses ci-dessus et les résultats obtenus sont présentés de façon résumée à la Fig. 1. A la Fig. 2 on a tracé les courbes $p_F(\bar{\nu})$ correspondant à $p = 0{,}1$ et $q = 0{,}01$ pour des couples type de valeurs des coefficients de variation de S et de R,

aux fins de les comparer avec celles relatives aux distributions logarithmico-normales et extrêmales tant de S que de R [34]. Cette comparaison met en évidence l'influence qu'exerce sur $p_F(\bar{\nu})$ la forme de la dispersion de S et de R sur laquelle on se base.

Le calcul de la sécurité qu'on vient d'esquisser implique l'existence d'un «mécanisme de rupture» unique qui, une fois à son terme, entraîne la ruine de l'ouvrage. Ce «mécanisme de rupture» peut être rapporté à une valeur maxima (admissible) des déformations réversibles (ou irréversibles) dont on pourrait considérer le dépassement comme une «ruine fonctionnelle» et, partant, comme un critère d'«inaptitude au service». Ou l'on peut encore rapporter le mécanisme de ruine à la rupture d'une pièce critique ou bien, plus couramment, à un état instable de l'ouvrage (ruine cinématique, flambement).

Dans le calcul de la fiabilité tel qu'on le pratique maintenant, on distingue souvent deux sortes d'ouvrages: ceux dont la ruine se produit selon l'un des mécanismes exposés ci-dessus et qu'on considère comme étant du type «à pièces uniques» ou «à maillon le moins solide», et ceux à pièces multiples ou «surabondants» pour lesquels on admet que la ruine intervient par suite des ruptures successives des éléments surabondants avec redistribution des efforts pendant chacune des périodes intermédiaires [35]. Mais aucune importance pratique ne s'attache généralement à ce mode de ruine du type «réaction en chaîne» étant donné que la ruine d'un élément surabondant, qu'elle se produise par rupture ou par fléchissement, a pour effet immédiat d'augmenter la probabilité de ruine des autres éléments, et que par conséquent la probabilité de survie de l'ouvrage ne se trouve pas modifiée de façon significative, à moins que les éléments surabondants soient exceptionnellement nombreux.

La «surabondance» à laquelle il est fait allusion ci-dessus sous-entend que la charge appliquée est supportée simultanément par la totalité des éléments de la structure, comme dans le cas d'un paquet de fils parallèles, contrairement à ce qui se passe dans un ouvrage non surabondant que l'on peut représenter sous la forme d'une chaîne où chacun des éléments supporte la charge totale. Aucun de ces deux modèles ne correspond aux caractéristiques des ponts ou d'autres ouvrages dont les pièces ne sont pas toutes sollicitées avec la même intensité par la même charge ou le même système de charges. La charge d'intensité maxima propre à chacune des diverses pièces est engendrée par différents systèmes de charge qui sont indépendants les uns des autres. Dans un ouvrage isostatique, c'est séparément qu'il faut déterminer la probabilité de rupture de chacune des pièces, afin de situer la pièce ou l'élément «critique», c'est-à-dire celui assorti de la valeur $F_N(n) \sim np_F$ la plus élevée. Le «mécanisme de ruine» des ouvrages isostatiques est celui dans lequel intervient la rupture de la pièce critique ou bien, s'il existe plusieurs pièces assorties de la même valeur $F_N(n)$, la rupture de l'une quelconque des pièces critiques.

L'évaluation de la probabilité de ruine d'un ouvrage hyperstatique de degré d'hyperstaticité m exige que l'on considère les m états consécutifs, d'indéter-

mination décroissante, par lesquels l'ouvrage passe pour arriver à son mécanisme de ruine final dans lequel les m éléments hyperstatiques se trouvent avoir été éliminés et où intervient la ruine de l'élément critique de l'ouvrage alors isostatique. La difficulté tient à ce que le processus transitoire conduisant l'ouvrage initialement hyperstatique à son mécanisme de ruine final n'est pas unique, et ce mécanisme de ruine n'est pas unique lui-même non plus, étant donné qu'il existe généralement plus d'une seule combinaison de $(m + 1)$ éléments dont la rupture peut être identifiée à la ruine de l'ouvrage.

Si, sous l'action d'un système de charges donné, le mécanisme final de ruine se réalise par la rupture simultanée de $(m + 1)$ pièces ou éléments, chacune étant assortie d'une probabilité qu'on peut calculer et qui est égale à p_F, la probabilité de ruine de l'ouvrage selon ce mode est alors $kp_F^{(m+1)}$ si l'on constate l'existence de k groupes indépendants, s'excluant mutuellement, de $(m + 1)$ éléments menant au même mécanisme de rupture. Ainsi, conformément à l'équation (2.8), la probabilité de survie à n applications indépendantes du système de charges est:

$$L_N(n) = [1 - kp_F^{(m+1)}]^n \tag{2.18}$$

ou bien, pour $kp_F^{(m+1)} << 1$:

$$L_N(n) \sim 1 - nkp_F^{(m+1)} \tag{2.19}$$

et

$$F_N(n) \sim nkp_F^{(m+1)} < np_F \tag{2.20}$$

à moins que k soit inhabituellement grand et m très petit.

La probabilité de ruine p_F de l'un quelconque des k groupes de $(m + 1)$ pièces ou éléments d'un ouvrage hyperstatique peut par conséquent, pour une valeur donnée de $F_N(n)$, être supérieure à celle d'un élément critique de l'ouvrage isostatique.

Les équations données ci-dessus ne représentent toutefois qu'une première approximation grossière en matière de sécurité des ouvrages hyperstatiques; pour porter un jugement réel, il est au préalable nécessaire de procéder à une étude détaillée des différents mécanismes de ruine de l'ouvrage en considérant non seulement les ruptures survenant du fait d'une population de charges indépendantes mais aussi celles dues à des charges successives dont chacune engendre une ruine «partielle» affectant moins de $(m + 1)$ pièces ou éléments. Très peu de travaux de recherche ont été consacrés à ce problème [36].