Über eine Methode zur Berechnung vorgespannter Seilnetze und ihre praktische Anwendung auf die Olympiadächer München

Autor(en): **Linkwitz, K. / Schek, H.-J.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **9 (1972)**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-9580

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Über eine neue Methode zur Berechnung vorgespannter Seilnetze und ihre praktische Anwendung auf die Olympiadächer München

A New Method of Analysis of Prestressed Cable Networks and its Use on the Roofs for the Olympic Games Facilities at Munich

Nouvelle méthode de calcul de couvertures précontraintes suspendues et son application pratique aux voiles construits à Munich pour les Jeux Olympiques

K. LINKWITZ H.-J. SCHEK
Stuttgart, BRD

Die hier knapp umrissene neue Berechnungsmethode wurde konzipiert, in ein Programmsystem übersetzt und in großem Umfang praktisch angewendet bei der Ermittlung des Zuschnitts+) für die vorgespannten Seilnetze der Dächer von Stadion und Zwischenteilen der Olympiabauten München.

Bei der analytischen Berechnung faßt man die durch die Knotenpunkte des Netzes repräsentierte Fläche als Gleichgewichtsfigur auf. In jedem Knotenpunkt, in welchem im Netzinnern vier und auf dem Randseil drei Seilstücke unter Zugspannungen zusammenstoßen, besteht Gleichgewicht. Die Gleichgewichtsfigur ist dann bekannt und die Aufgabe ihrer Bestimmung dann gelöst, wenn man die Koordinaten aller Knotenpunkte und die Kräfte in allen Seilstücken kennt.

1. Voraussetzungen und Grundlagen

Zur Berechnung geht man von der vereinfachenden Vorstellung aus, daß alle Seilstücke biegeschlaff sind, und ersetzt damit das Seilnetz durch ein räumliches Fachwerk aus in den Knotenpunkten gelenkig miteinander verbundenen Zugstäben. Die in den einzelnen Seilstücken wirkenden Zugkräfte ergeben sich nach dem Hookeschen Gesetz (hj ist das Produkt aus Elastizitätsmodul und Querschnitt des j-ten Seilstückes) aus der Differenz vj zwischen tatsächlichem räumlichen Abstand wj benachbarter Knotenpunkte i und k im Vorspannungszustand und der jeweils etwas kürzeren Länge lj des zugehörigen ungespannten Seilstücks nach

$$sj = \frac{hj}{lj}\left(\sqrt{(xi-xk)^2+(yi-yk)^2+(zi-zk)^2}-lj\right) = \frac{hj}{lj}(wj-lj) = \frac{hj}{lj}vj \qquad (1)$$

Für den Lastfall Zuschnitt nimmt man an, daß mit Ausnahme der Abspannkräfte keine äußeren Kräfte in den Knotenpunkten angreifen und vernachlässigt das Eigengewicht. Bei m Seilstücken ist die Energie des Systems

$$u = \frac{1}{2}\cdot\sum_{j=1}^{m} sj\cdot vj = \frac{1}{2}\cdot\sum_{j=1}^{m} vj^2\cdot\frac{hj}{lj} = \frac{1}{2}\cdot V'HL^{-1}V \qquad (2)$$

+) Unter dem Zuschnitt versteht man die Ermittlung aller Seillängen und die Darstellung der Randzonen der räumlich gekrümmten Netze in möglichst verzerrungsfreien Plänen.

Die Matrix H bzw. L^{-1} ist eine Diagonalmatrix mit den Elementen hj bzw. 1/lj und V ist eine einspaltige aus vj aufgebaute Matrix. Entsprechend werden im folgenden die Matrizen X für die Knotenpunkte, S für die Seilkräfte sowie L bzw. W für die ungedehnten bzw. gedehnten Längen gebildet.

Das System ist im Gleichgewicht, wenn die unbekannten Knotenpunktkoordinaten so gewählt werden, daß die Energie zum Minimum wird. Die partiellen Ableitungen von u nach den Koordinaten X ergeben sofort die Gleichgewichtsbedingungen

$$A'S = 0 \quad \text{oder} \quad A'HL^{-1}(W-L) = 0 \quad \text{oder} \quad A'HL^{-1}V = 0 \qquad (3)$$

Die Matrix A' in (3) erhält man durch Ableiten von V nach X. Sie enthält so viele Spalten wie Seilstücke und so viele Zeilen wie unbekannte Koordinaten im Netz vorhanden sind; ihre Elemente entsprechen den Richtungscosinus für die räumlichen Richtungen der Seilstücke. Zur praktischen Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen (3) können wir verschiedene Wege einschlagen:

2. Newton-Verfahren (A)

Faßt man in (3) die ungedehnten Längen L der Seilstücke als fest vorgegeben auf, so erhält man bei n Knotenpunkten 3n nichtlineare Gleichungen zur Bestimmung von 3n unbekannten Knotenpunktkoordinaten X. Nach Einführung von Näherungswerten Xo und einer Linearisierung durch Differenzieren nach X, läßt sich das Newton-Verfahren mit den jeweils linearen Gleichungen

$$(A'W^{-1}A + D)\Delta X = -A'HL^{-1}(W-L)/_{X_o} \qquad (4)$$

anwenden. Die Herleitung von (4) aus (3) ist in /3/ ausführlich beschrieben. Setzt man die Matrix D=0, so erhält man mit der Näherung L=W gerade das Gleichungssystem, welches man nach der Verschiebungsmethode bei der Theorie 1. Ordnung erhalten hätte und welches in dem hier vorliegenden Fall singulär wird, da die Anzahl der Seilstücke in vorgespannten Netzen kleiner ist als die Anzahl der Koordinatenverschiebungen.

In ganz analoger Weise ließe sich aus (3) ein (4) entsprechendes Gleichungssystem gewinnen, in welchem anstelle der lj die Seilkräfte sj jedes Seilstücks zur Lösung vorgegeben werden müßten. Schließlich ist auch eine Kombination der Gleichungen in der Weise möglich, daß für eine Anzahl von Seilstücken - etwa im gleichmaschigen inneren Teil des Netzes - die ungedehnten Längen und für den Rest - etwa im unregelmäßigen Randbereich - die Kräfte in den Seilstücken vorgeschrieben werden. Nach einer dieser Vorgabe entsprechenden Methode berechneten ARGYRIS/SCHARPF /1/ das Sporthallennetz.

Praktische Schwierigkeiten bei der Anwendung dieses Verfahrens können dadurch auftreten, daß für alle Seilstücke - also auch für die Seilstücke unbekannter Länge im Zuschnittsbereich des Randes - entweder die ungedehnte Länge l oder die Seilkraft s vorgeschrieben und damit bekannt sein müssen. Gerade diese Werte sind jedoch unbekannt und können nur aus Modellmessungen, Überschlagsrechnungen oder Erfahrungen geschätzt werden. Insbesondere kann es geschehen, daß die geschätzten, vorgegebenen Kräfte nicht zu einer aus Modellen entnommenen geometrischen Form passen. Dann konvergiert die Berechnung schlecht oder überhaupt nicht, oder es ergeben sich große Änderungen in der Form und Seilführung.

3. Verfahren der kleinsten quadratischen Abweichungen (B)

Dieses neue, im Detail in /3/ beschriebene Verfahren unterscheidet sich von den Methoden (A) dadurch, daß bei der Herleitung der linearisierten Rechengleichungen aus den Gleichgewichtsbedingungen (3) auch die Seilkräfte im Randbereich des Zuschnitts - bzw. die ungedehnten Längen ausgewählter Seilstücke - als Unbekannte in (3) und dem daraus abgeleiteten linearisierten System belassen werden. Die Gleichungen (3) sind dann unterbestimmt und zunächst nicht eindeutig lösbar. Wir erhalten jedoch sofort eine eindeutige Lösung, wenn wir die von Kräften und Koordinaten der Gleichgewichtsfigur zu erfüllenden Gleichgewichtsbedingungen als Nebenbedingungen eines zunächst noch frei wählbaren Minimumproblems auffassen. Die unten beschriebenen Anwendungen legten folgenden Ansatz nahe: Setzt man voraus, daß man für die unbekannten Seilkräfte Schätzwerte So und für die unbekannten Koordinaten Schätzwerte Xo kennt - dies trifft immer zu - so erhält man mit der zusätzlich zu erfüllenden Minimumbedingung

$$(X-Xo)'B1(X-Xo) + (S-So)'B2(S-So) \longrightarrow \min \qquad (5)$$

von allen möglichen Lösungspaaren (X,S), welche (3) streng erfüllen, dasjenige Paar, welches sich im quadratischen Mittel von den Schätzwerten (Xo,So) am wenigsten unterscheidet. Je nach der Wahl der zwei Bewertungsdiagonalmatrizen B1 und B2, erhält man dann eine Gleichgewichtsfigur, welche sich entweder sehr eng an die durch Xo eingegebene geometrische Form hält, oder welche den geschätzten Kräfteverlauf So möglichst gut anhält.

Insbesondere werden die geschätzten Kräfte dann exakt eingehalten, wenn die Elemente von B2 sehr groß im Vergleich zu denen von B1 gewählt werden. Dann geht das Verfahren (B) in (A) über. Praktisch geht man jedoch häufig umgekehrt vor, besonders, wenn eine vorgegebene Form möglichst eingehalten werden soll: Nach Einführung kleiner B2-Elemente liefert die Auflösung des linearisierten Systems (3) einen ersten Überblick über den der Form angepaßten Kräfteverlauf. Nach diesem ersten Orientierungsschritt können dann entweder die Kräfte begründet vorgegeben und die Rechnung mit A fortgesetzt werden, oder aber - das ist bei anfänglichen Schritten bequemer - das Verfahren B wird mit verbesserten Kraftschätzungen und erhöhten Bewertungsfaktoren B2 wiederholt.

4. Anwendung des Verfahrens B bei der statischen Berechnung der Seilnetze des Stadions

Das nach dem Konzept B völlig neu für die CDC 6600 erstellte Programmsystem wurde im Mai 1970 fertig und sollte sofort auf die Berechnung des Stadions, bei dem sich während der geometrischen Zuschnittsermittlung große Probleme ergeben hatten, angewendet werden. Bei Beginn der Berechnungen lagen aus dem Zuschnittsmodell geometrischer Zuschnitt, Primärkonstruktion, Gußteile und alle Fundamente bereits fest. Die dadurch gegebenen Zwangsbedingungen mußten von den Berechnungen, die hier vor allem zur Kontrolle und nicht - wie im Normalfall - zur Zuschnittsermittlung dienten, möglichst eingehalten werden. Es war daher wesentlich, daß nicht durch die Vorgabe von festen Randbereichskräften S eine bestimmte Gleichgewichtsfigur X nach dem Verfahren A berechnet, sondern daß umgekehrt zu der schon in Plänen und konstruktiven Details verwendeten Modellgeometrie Xo eine möglichst benachbarte Geometrie $\hat{X}$ und ein passender Kräfteverlauf $\hat{S}$ bestimmt wurden.

Durch Anwendung des Verfahrens B konnte bei befriedigendem Kräfteverlauf die Geometrie sehr gut eingehalten werden. Die Anpassung der Felder auf die vorhandenen Fundamente gelang in allen Abspannpunkten, jedoch an einigen Stellen nur durch größere Änderungen im Randseilverlauf: Zur Abänderung der Resultierendenrichtungen in den Abspannpunkten mußten die Kräfte in den Endstücken der betroffenen Randseile mit hoher Bewertung vorgegeben werden. Die Einzelfelder des Stadions wurden zusätzlich bei der Berechnung so beeinflußt, daß bei ihrer Zusammenfügung zum Gesamtsystem auch in den Übergangspunkten Gleichgewicht herrschte.

5. Anwendung des Verfahrens B bei der statischen Verdichtung der Zwischenteile

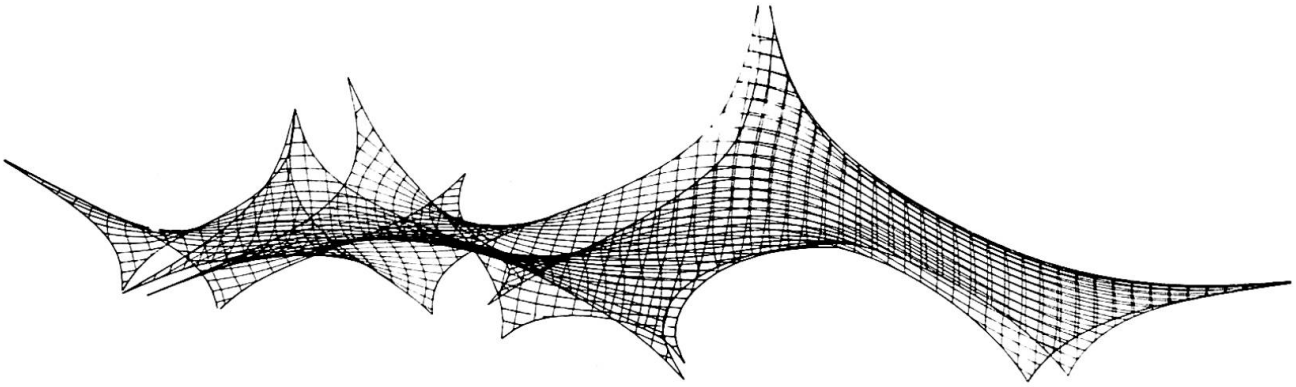
Die Berechnung der Felder der Zwischenteile Z1 und Z2 war Grundlage für die Zuschnittsermittlung. Hier hatte man wesentlich mehr Freiheiten; jedoch mußten die Abspannrichtungen in sämtlichen Fundamenten eingehalten und darüber hinaus das Teil Z2 rechnerisch lage- und kräftemäßig an die bereits berechnete Sporthalle angepaßt werden. Dadurch wurde eine ursprünglich vorgesehene Zusatzabspannung an dem entsprechenden Mast entbehrlich. Eine ähnliche Kräfteanpassung war auch beim Übergang vom Stadion zum Z1 erforderlich.

Bei der Berechnung des 3m-Netzes konnte man schon in den ersten Schritten durch Einführung größerer B2-Elemente einen homogenen Kräfteverlauf erzielen. Ausgehend von den gemessenen Modellkoordinaten stellte sich meistens nach drei bis vier Iterationen ein erstes Gleichgewicht ein. Dieses mußte jedoch im Kräfteverlauf - vor allem zum Einführen der Resultierenden in die Fundamentlöcher - durch weitere Iterationen verbessert werden. Nach diesen der Stadionberechnung entsprechenden Schritten wurden die zunächst festgehaltenen Abspannpunkte der Wirklichkeit entsprechend in der Rechnung zur Verschiebung freigegeben. Als Ergebnis bekam man daher Angaben über die Verschiebung des Netzes im Bereich der Abspannpunkte bei der Einwirkung von Restkräften und die Knickwinkel der Abspannseilrichtungen gegenüber den Fundamentrichtungen. Nachdem bei allen 23 Abspannrichtungen des Z1 dieser Knickwinkel kleiner als 3° war, konnte die Einpassung abgebrochen werden.

Bei allen Bauwerken - mit Ausnahme der Felder des Z1 - erfolgte der Übergang von der 3m-Grobmasche des Modells zu der 75cm-Feinmasche der Ausführung geometrisch mittels Interpolation. Bei dem geometrisch komplizierten größeren Feld des Z1 wurde dagegen das geometrisch entstandene "halbierte" 1,5m-Netz und bei den zwei kleinen Feldern von Z1 sogar das "geviertelte" 75cm-Netz als Näherungswert Xo für eine exakte statische Berechnung nach Verfahren (B) eingegeben. Die Kräfte So wurden aus der vorausgegangenen Berechnung des 3m-Netzes geschätzt. Es zeigte sich, daß bei sorgfältig durchgeführter geometrischer Vorbereitung (z.B. manuelle Eingriffe in kritischen Randbereichen und automatische Erzwingung der Gleichmaschigkeit) die Korrekturen aufgrund der exakten Berechnung klein waren: Zur Berechnung des 1,5m-Netzes des unten im Aufriß dargestellten Netzes waren nur zwei Iterationen notwendig. Dabei wurde der Kräfteverlauf des Gleichgewichts nach der 1. Iteration sowie einige Seilausläufe für die Eingabe zur zweiten Iteration korrigiert. Ebenfalls bemerkenswert war, daß sich an den Abspannungsrichtungen und am Gleichgewicht der Übergangspunkte nichts Wesentliches änderte, so daß eine diesbezügliche Kräftebeeinflussung nicht erforderlich wurde.

6. Einige Daten zu den Berechnungen

	ber.Netz	Knotenkoord.	Seilstücke	unbek.Kräfte
Z1 großes Feld	1,5 m	6453	4061	1044
Z1 kleines "	75 cm	6069	3883	335
Z2	3 m	408	252	109
mittl.Stadionf.	3 m	1632	1039	137



Ausschnitt aus dem automatisch gezeichneten Aufriß des nach (B) berechneten Zwischenteilnetzes

Literatur:

/1/ J.H. Argyris, D.W. Scharpf, Berechnung vorgespannter Netzwerke, Bayr. Akad. d. Wiss., München 1970

/2/ E. Haug, Berechnung von Seilfachwerken, Bericht 1/70 des Inst. für Leichte Flächentragwerke, Stuttgart

/3/ K. Linkwitz, H.-J. Schek, Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen, Ing. Arch. 40 (1971), S. 145 - 158

Zusammenfassung:

Die Gleichgewichtsbedingungen für eine vorgespannte Seilnetzkonstruktion zur Ermittlung der Lage der Knoten und der Seilkräfte werden als unterbestimmtes nichtlineares Gleichungssystem aufgefaßt. Zur eindeutigen Lösung kann man entweder eine Anzahl Unbekannte fest vorgeben (A) oder aber die Gleichgewichtsbedingungen als Nebenbedingungen eines geeignet zu wählenden Minimumproblems auffassen (B). Stadion- und Zwischenteilnetze wurden nach (B) so berechnet, daß die Gleichgewichtsfiguren möglichst wenig vom gemessenen Modell abwichen.

Leere Seite
Blank page
Page vide