Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 11 (1951)

Artikel: Moyen nouveau pour augmenter la capacité portante d'une barre chargée en bout

Autor: Karpinski, Jean

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-11436

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Moyen nouveau pour augmenter la capacité portante d'une barre chargée en bout

Eine neue Möglichkeit der Vergrößerung der Knicklast eines zentrisch belasteten Stabes

New method of increasing the carrying capacity of a strut axially loaded at the ends

JEAN KARPINSKI, Ingénieur civil A.I.G., à l'Institut du Génie Civil, Belgrade

I. Considérations sur le flambage des barres chargées en bout et précomprimées par des fils soumis à une prétraction dans le plan de rigidité minimum, pour permettre de réaliser des supports latéraux

Cette étude a pour but de montrer qu'il est possible d'augmenter la charge de flambage d'une poutre comprimée axialement en la transformant en une poutre armée dans le plan de rigidité minimum.

Quand on veut augmenter la capacité portante d'une barre comprimée axialement, il est tout naturel de chercher à lui procurer un appui latéral intermédiaire dans le plan de flambage, c'est-à-dire dans le plan de sa moindre rigidité.

L'expérience montre[1]) que même un faible support latéral augmente la charge de flambage d'une barre élancée, dans une proportion appréciable. Ainsi par exemple, on a battu jusqu'à la roche, rencontrée à 11 mètres de profondeur, deux pieux à travers un terrain argileux contenant 45% d'eau, dont la résistance au cisaillement était de l'ordre de 0,15 kg/cm². L'un de deux pieux était en bois de 5×5 cm de section, tandis que l'autre était en acier de 19 mm de diamètre. Le pieu en bois a supporté la charge de 1500 kg et le pieu en acier la charge de 3000 kg.

Comme les têtes des pieux étaient solidement fixées aux caisses remplies de sable, il était justifié de traiter les pieux comme des barres encastrées en tête et articulées à la base. Dans ce cas, en faisant abstraction de l'existence du terrain, la charge de flambage est:

$$P_e = 2\pi^2 E I/L^2 = 2 \cdot 9{,}87 \cdot 2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}64/1000^2 = 26{,}5 \text{ kg}$$

[1]) LOOS: Praktische Anwendungen der Baugrunduntersuchungen, 1935.

Cet exemple montre que même une argile molle pouvait procurer au pieu un support suffisant pour faire grandir 113 fois sa charge de flambage.

D'autre part, l'exemple d'un pont sur la Tara au Monténégro a attiré l'attention, du point de vue de la rigidité, sur l'effet qu'on peut atteindre par la transformation d'une poutre en poutre armée. Il s'agissait d'un pont de 3 m de largeur franchissant d'un trait la distance de 42 m entre les deux culées, au moyen de 9 longerons en bois de 25×34 cm de section seulement. Ces longerons, dont la continuité était assurée par des joints semblables à ceux qu'on pratique dans les poutres Howe, étant associés à 6 câbles de 28 mm de diamètre, formaient une poutre armée à 14 panneaux capable de supporter le trafic de lourds camions. Cela a suggéré l'idée de procéder d'une manière analogue pour faire augmenter la rigidité et par conséquent la capacité portante, des barres soumises à la compression axiale.

Les essais effectués sur des modèles en bois, ainsi que sur des éprouvettes en acier, ont confirmé les prévisions, mais, avant de présenter les résultats de ces essais, nous donnerons une solution simplifiée du problème.

A. Rappel des notions théoriques. Étude de flambage par la théorie de l'énergie

1. Considérons d'abord le cas d'une barre droite de section constante, supposée en matériau parfaitement élastique et infiniment résistant. Cette barre de longueur L articulée aux extrémités, est supposée soumise à une compression axiale P et soutenue dans le plan d'inertie minimum par deux traverses de longueur f placées en son milieu de deux côtés et s'appuyant sur des fils tendus de deux côtés de la barre et fixés à ses extrémités. On admettra

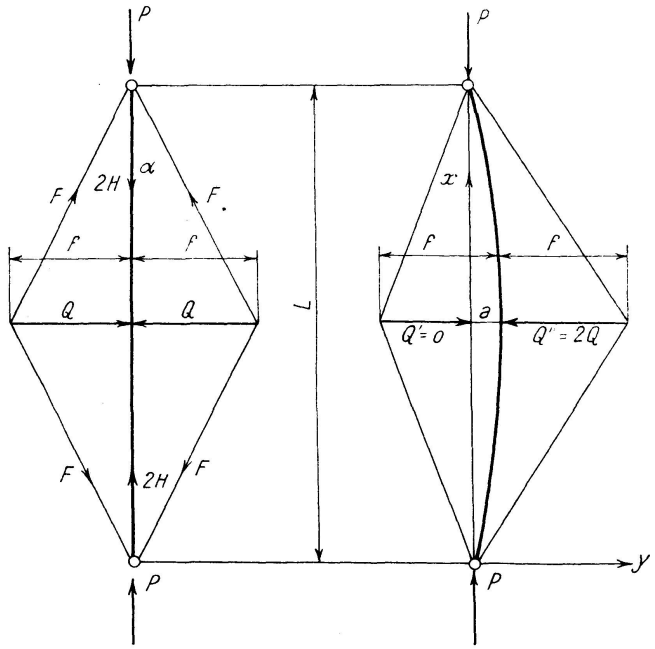

Fig. 1

que la charge P croît progressivement. Il arrive un moment où la forme rectiligne d'équilibre est instable. La valeur limite de P pour laquelle la forme d'équilibre rectiligne est stable est la charge critique.

Tant que la barre reste rectiligne, les efforts Q développés dans les traverses par la précontrainte F, dont la projection sur l'axe de la barre est H, s'équilibrent. Du triangle des forces Q, H et F on déduit: $Q/2 = H \operatorname{tg} \alpha$ mais $\operatorname{tg} \alpha = 2 f/L$, d'où: $Q = 4 f H/L$. Ainsi Q est connu quand H est donné.

Soit „a" la flèche que prendrait la barre sollicitée par la force transversale Q seule. L'expression connue donne:

$$a = \frac{Q L^3}{48 E I} \tag{1}$$

où I est le moment d'inertie minimum de la barre et E est le module d'élasticité du matériau. En remplaçant Q par sa valeur en fonction de H, on trouve:

$$a = f H L^2/12 E I \tag{1a}$$

Le travail qu'il faudrait dépenser pour réaliser cette déformation est donné par l'expression: $T_q = Q a$.

C'est l'énergie emmagasinée dans la barre par la précontrainte, car le renforcement effectué symétriquement de deux côtés de la barre empêche la déformation de se manifester.

Considérons la barre au moment où la force P, qui croît progressivement, a dépassé la valeur P_E qui est la charge d'Euler ou la charge critique de la barre dépourvue de support au milieu. Supposons la barre déviée de „a" de sa position rectiligne d'équilibre par une force accidentelle quelconque. A mesure que la déviation augmente de 0 à „a", l'effort dans la traverse augmente de Q à $2Q$ du côté convexe et diminue de Q à 0 du côté concave.

Quand la flèche croît de 0 à „a", le travail des forces résistant à la déformation de la barre est:

$$T_r = (Q + 0) \cdot \tfrac{1}{2} \cdot a - (Q + 2Q) \cdot \tfrac{1}{2} \cdot a = -Q a .$$

A ce moment, l'appui au milieu de la barre cesse d'exister, parce que l'énergie fournie par la précontrainte, $T_q = Q a$, est épuisée.

Quand la déviation „a_1" est plus grande que la déviation critique „a" donnée par (1) ou (1a), l'équilibre est instable, car, après la disparition de la force perturbatrice, il se produit une perte absolue d'énergie. La barre se comporte alors comme une barre sans appuis intermédiaires et, comme telle, se trouve sollicitée à la compression par une force P plus grande que P_E qui est maintenant sa charge critique, d'où il résulte son affaissement.

En appliquant la théorie de l'énergie de Timoshenko, on peut écrire qu'au moment du flambage, on a:

$$T_p + T_r = V \tag{2}$$

où T_p est le travail de la charge P dû à l'abaissement ΔL du point d'application de la charge pendant la déformation, T_r le travail des forces résistant à la déformation et V l'énergie de déformation, en négligeant les déformations dues à l'effort tranchant et à la compression.

Nous prendrons pour l'équation de la déformée une sinusoïde:

$$y = a \operatorname{Sin} \frac{\pi x}{L}$$

Cette équation satisfait aux conditions imposées aux extrémités et son allure générale répond aux prévisions.

L'abaissement ΔL du point d'application de la charge est:

$$\Delta L = \int_0^L (ds - dx) = \int_0^L [dx \sqrt{1 + (dy/dx)^2} - dx] = \tfrac{1}{2} \int_0^L (dy/dx)^2 dx = \frac{a^2 \pi^2}{4 L}$$

d'où:

$$T_p = P \Delta L = P \frac{a^2 \pi^2}{4 L} \tag{3}$$

Le travail des forces résistant à la déformation pendant que la flèche croît de 0 à „a" est:

$$T_r = -Q a \tag{4}$$

comme il a été indiqué plus haut.

L'énergie de déformation de flexion V est donnée par l'expression connue:

$$V = \int_0^L \frac{M^2 dx}{2 E I} \quad \text{mais } M = -E I \frac{d^2 y}{dx^2} \quad \text{d'où: } V = \int_0^L \frac{E I}{2} \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 dx$$

En effectuant les calculs, on trouve:

$$V = \frac{\pi^4 a^2 E I}{4 L^3} \tag{5}$$

En remplaçant dans l'équation (2) T_p, T_r et V par leurs valeurs tirées de (3), (4) et (5), on a:

$$\frac{\pi^2 a^2 P}{4 L} - Q a = \frac{\pi^4 a^2 E I}{4 L^3}$$

En remplaçant dans cette équation „a" par sa valeur tirée de (1), on trouve:

$$P_{cr.} = \frac{\pi^2 E I}{L^2} + \frac{192 E I}{\pi^2 L^2} \tag{6}$$

d'où:

$$P_{cr.} = 2{,}97 \pi^2 E I / L^2 = 2{,}97 P_E \tag{6a}$$

où $P_E = \pi^2 E I / L^2$ est la charge d'Euler.

L'équation (6) montre que les valeurs de f ou de H n'ont pas d'influence sur la valeur de la charge critique. Cette conclusion a été confirmée expérimentalement, comme on le verra dans la seconde partie de cette étude.

D'autre part, l'expression (1a) montre que la déviation critique „a" croît avec f et H, de sorte qu'on augmente la marge de sécurité par rapport à une déviation accidentelle, en augmentant f ou H.

Tant que la déviation accidentelle est plus petite que „a" donnée par (1) ou (1a), la stabilité de la barre doit être regardée comme assurée, comme on l'a montré plus haut.

2. Cas d'une barre articulée à ses extrémités, qui est comprimée axialement et soutenue latéralement en plusieurs points au moyen des traverses prenant appui sur des fils soumis à la prétraction

Considérons la même barre que précédemment, avec cette seule différence qu'elle est soutenue latéralement par un grand nombre de traverses placées entre la barre et les fils tendus de deux côtés de la barre et fixés à ses extrémités. Par hypothèse, les longueurs des traverses sont choisies de manière à donner au fil la forme d'une parabole: $y = \frac{4f^2}{L^2} x(L-x)$. Prenons un nœud m. Les conditions d'équilibre permettent d'écrire (fig. 2b):

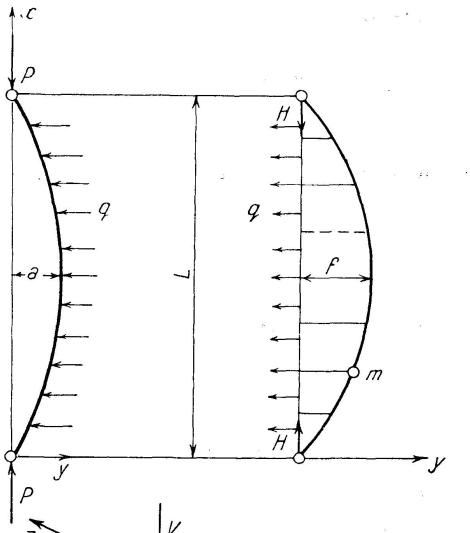

Fig. 2a

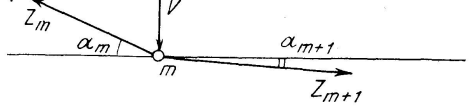

Fig. 2b

$$Z_m \operatorname{Cos} \alpha_m = Z_{m+1} \operatorname{Cos} \alpha_{m+1} = Z_1 \operatorname{Cos} \alpha_1 = H$$

$$Z_m \operatorname{Sin} \alpha_m = Z_{m+1} \operatorname{Sin} \alpha_{m+1} \qquad \text{d'où:}$$

$$V_m = H(\operatorname{tg} \alpha_m - \operatorname{tg} \alpha_{m+1}) = H\left[\left(\frac{dy}{dx}\right)_m - \left(\frac{dy}{dx}\right)_{m+1}\right]$$

En posant $x_m = m\,L/n$ et $x_{m+1} = (m+1)\,L/n$ et en effectuant les calculs, on a $V_m = \frac{8fH}{nL}$ d'où $q = \frac{V_m}{L/n} = \frac{8fH}{L^2}$. C'est la pression produite par les traverses

sur la barre, q, qui détermine dans ce cas la déviation critique. Sa valeur est donnée par l'expression connue:

$$a = \frac{5\,q\,L^4}{384\,E\,I} \tag{7}$$

Le travail des forces q, qui résistent à la déformation pendant que la flèche croît de 0 à „a", est:

$$T_r = \int_0^a (q+0)\,\tfrac{1}{2}\,y\,dx - \int_0^l (q+2\,q)\,\tfrac{1}{2}\,y\,dx$$

En effet, l'intensité des forces latérales, négatives du côté convexe, croît de q à $2\,q$, à mesure que la déviation croît de 0 à „a", tandis que l'intensité des forces latérales positives du côté concave diminue de q à 0.

En effectuant les calculs, on a:

$$T_r = 2\,q\,L\,a/\pi \tag{8}$$

En définitive, tout se passe comme si les forces résistant à la déformation étaient d'intensité constante q.

De l'équation fondamentale (2), en combinaison avec (3), (5) et (8), on tire la valeur de la charge critique pour ce cas:

$$P_{cr.} = \frac{\pi^2\,E\,I}{L^2} + \frac{8\,L^2\,q}{\pi^3\,a} \tag{9}$$

En y remplaçant „a" par sa valeur critique (7), on a:

$$P_{cr.} = 3\,\frac{\pi^2\,E\,I}{L^2} = 3\,P_E \tag{9a}$$

où P_E désigne la charge d'Euler $= \dfrac{\pi^2\,E\,I}{L^2}$.

3. Cas d'une barre encastrée à un bout et libre à l'autre, qui est comprimée axialement et soutenue latéralement en plusieurs points au moyen des traverses prenant appui sur des fils soumis à la prétraction

En raisonnant comme dans le cas précédent, on trouve dans ce cas:

$$P_{cr.} = \frac{\pi^2\,E\,I}{4\,L^2} + \frac{1{,}14\cdot 16\,L^2}{\pi^3\,a} \tag{10}$$

Dans ce cas, on a pris pour l'équation de la déformée l'expression: $y = a\left(1 - \operatorname{Cos}\frac{\pi\,x}{2L}\right)$ qui satisfait aux conditions aux extrémités.

La flèche „a" due aux forces latérales constantes q sollicitant la barre de longueur L, encastrée à un bout et libre à l'autre, est donnée par l'expression connue:

$$a = \frac{q\,L^4}{8\,E\,I} \tag{11}$$

C'est la déviation critique dans le cas considéré. En remplaçant cette valeur de „a" dans l'équation (10), on a:

$$P_{c_{cr.}} = 2{,}91 \frac{\pi^2 E I}{4 L^2} = 2{,}91 P_E \tag{10a}$$

où

$$P_E = \frac{\pi^2 E I}{4 L^2}$$

c'est-à-dire la charge d'Euler pour ce cas.

De la comparaison des formules (6a), (9a) et (10a), il résulte que la charge de flambage augmente d'environ 3 fois après le renforcement préconisé dans les trois cas considérés. Ce fait a été vérifié expérimentalement, comme on le verra dans la suite.

B. Compte-rendu d'essais

1. Les premiers essais étaient effectués sur un modèle en bois de hêtre de 50 mm de largeur, de 2,5 mm d'épaisseur et de 590 mm de longueur libre. Un bout de cette latte, placée verticalement, était fixé dans un étau, réalisant une barre encastrée à un bout et libre à l'autre. Dans le plan de rigidité minimum, des deux côtés de la barre, deux cordes étaient attachées au bout libre et tendues au moyen d'une cheville menagée au droit de l'encastrement. Chaque corde s'appuyait sur huit traverses en bois fixées à la barre à des distances égales. Les longueurs des traverses étaient choisies de sorte que leurs extrémités qui s'appuyaient sur la corde se trouvent sur une parabole, dont la flèche se trouvait à l'encastrement. Cette flèche mesurait 16 mm (Fig. 3).

La charge était appliquée progressivement à l'extrémité libre de la barre par l'intermédiaire d'un cadre en bois qui y était suspendu. On versait de la grenaille dans un récipient en carton attaché à la traverse inférieure du cadre, au-dessous de l'étau.

Les résultats des essais de compression axiale sont donnés dans le tableau I. Le coefficient d'élasticité E du bois a été déterminé en mesurant la déformation en flexion de la barre non renforcée. Elle a accusé une flèche de 7,24 mm sous la charge de 300 g placée au milieu de la portée de 50 cm. Le moment d'inertie de la barre est:

$$I = 5 \cdot 0{,}25^3/12 = 0{,}0065 \text{ cm}^4 \text{ et } E = \frac{0{,}300 \cdot 50^3 \cdot 10}{48 \cdot 0{,}0065 \cdot 7{,}24} = 166\,000 \text{ kg/cm}^2,$$

d'où on trouve que la charge d'Euler pour cette barre est:

$$P_E = \frac{\pi^2 E I}{4 L^2} = \frac{9{,}87 \cdot 166000 \cdot 0{,}0065}{4 \cdot 59^2} = 0{,}765 \text{ kg};$$

l'élancement $L/i = 59/0{,}0075 = 785$.

La charge critique pour la barre renforcée, d'après (10a), est: $P_{cr.} = 2{,}91\ P_E = 2{,}91 \cdot 0{,}765 = 2{,}230$ kg. Cette valeur théorique de la charge critique ne diffère pas beaucoup de celle qu'on a trouvée expérimentalement, à savoir 2278 g. L'élancement de la barre étant très grand, cela a contribué à accentuer la concordance entre les résultats des essais et ceux du calcul.

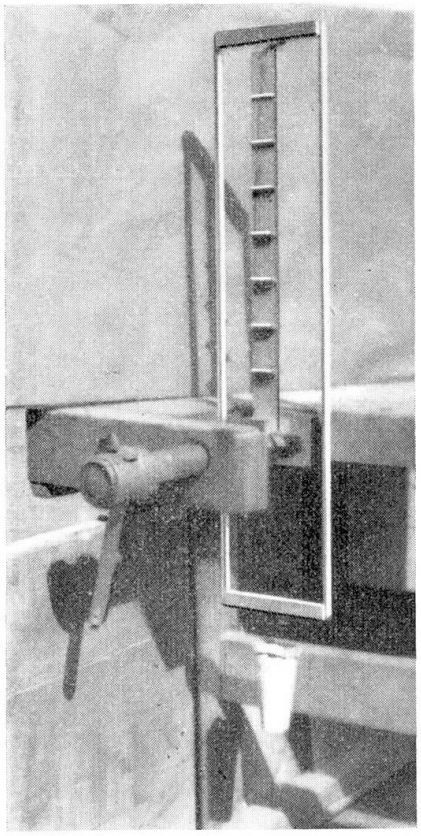

Fig. 3. Un nouveau moyen d'augmenter la charge portante d'une barre chargée de bout

Tableau I. Résultats des essais
Éprouvette en bois, renforcée

Charge en g	Flèche en mm
503	0
678	0
878	0
1078	1
1278	1,5
1478	2
1678	2,5
1878	3
2078	4
2278	7
2636	Rupture de l'équilibre déversement du cadre

2. *Essais sur des éprouvettes en acier*

Une seconde série d'essais a été executée sur des éprouvettes en acier doux de 30×4 mm de section et de 300 mm de longueur. Le renforcement était réalisé par de fils d'acier doux de 4 mm de diamètre, dont les extrémités étaient soudées à la barre. A mi-hauteur on a placé, entre la barre et le fil, un coin en acier. Cela a été fait des deux côtés de la barre. En forçant les coins, on a réalisé la précontrainte nécessaire, tout en ayant soin d'observer que la barre reste rectiligne. L'une des extrémités de l'éprouvette a été posée directement sur le plateau de la presse, tandis qu'à l'autre extrémité, on a menagé une articulation. On a ensuite répété les essais, mais cette fois sur des éprouvettes munies d'articulations aux deux extrémités. Les résultats sont donnés dans les tableaux II et III.

Dans le premier cas, où une extrémité seulement de la barre était munie d'une articulation, tandis qu'à l'autre extrémité, l'influence du frottement

Tableau II. Résultats des essais; éprouvettes en acier, 30 × 4—300; une articulation				*Tableau III. Résultats des essais; éprouvettes en acier, 30 × 4—300; deux articulations*			
Non renforcée		Renforcée		Non renforcée		Renforcée	
charge kg	flèche mm	charge kg	flèche mm	charge kg	flèche mm	charge kg	flèche mm
—	—	50	0,10	—	—	—	—
110	0,23	180	0,21	100	0,18	—	—
200	0,47	230	0,23	200	1,04	—	—
300	0,68	300	0,27	250	1,19	—	—
500	1,12	600	0,52	300	1,96	—	—
$\frac{P^{cr.}_{renfor.}}{P^{cr.}_{non\ renf.}} = \frac{1300}{500} = 2{,}6$		990	0,90	$\frac{P^{cr.}_{renfor.}}{P^{cr.}_{non\ renf.}} = \frac{900}{300} = 3$		700	0,25
		1100	1,14			800	0,51
		1300	1,66			900	1,30

n'était pas éliminée, le rapport entre les charges critiques des barres, renforcée et non renforcée, était 1300/500 = 2,6.

Dans le second cas, quand les articulations étaient réalisées aux deux bouts, ce rapport était: 900/300 = 3, en parfait accord avec la formule (9a). L'épaisseur de 4 mm n'était pas strictement realisée après un usinage imparfait.

On a essayé aussi des éprouvettes renforcées, non pas par un fil de chaque côté de la barre, mais par deux fils. On n'a pas constaté à cette occasion de variations notables dans la valeur de la charge critique observée.

3. *Essais sur des poutrelles au chantier*

On a executé aussi des essais de compression axiale sur une poutrelle I NP 28 de 4,10 m de longueur libre, encastrée à un bout, articulée, avec un certain degré de liberté à l'autre extrémité. Les essais ont été faits sur un chantier où l'on a pu réaliser une installation de fortune. Elle était constituée par un cadre posé horizontalement, qui était formé de deux longerons (poutres à large ailes) réunis par des traverses en forme de I. La poutrelle d'essai était placée au milieu du cadre, parallèlement aux longerons, entre les traverses renforcées par des contre-fiches en bois. Un bout de la poutrelle prenait appui sur l'une des traverses, tandis que deux vérins à vis étaient placés près de cet appui, normalement à l'axe de la poutrelle, des deux côtés. Quand les vérins, qui s'appuyaient sur les longerons, étaient serrés contre la poutrelle, ils empêchaient toute rotation et réalisaient l'encastrement de cette extrémité de la poutrelle. A l'autre bout de la poutrelle, on a placé entre la traverse et la poutrelle un vérin hydraulique qui assurait la compression axiale. Entre l'âme de la poutrelle et le plateau du vérin, on a interposé une rondelle d'acier qui était censée réaliser l'articulation.

On a d'abord procédé aux essais sur une poutrelle renforcée par un fil de 8 mm de diamètre en acier doux placé des deux côtés de l'âme et s'appuyant sur huit traverses formées de fers plats de 6 mm d'épaisseur, soudés à l'âme. Un bout du fil était fixé par soudure à l'âme de la poutrelle, près de l'articulation et l'autre bout, placé à l'encastrement, était muni d'un écrou qui permettait d'appliquer la précontrainte.

Les conditions aux extrémités n'étant pas réalisées en toute rigueur, on ne pouvait pas procéder à la comparaison des résultats des essais avec ceux du calcul. On pouvait cependant comparer le comportement de la poutrelle avec et sans renforcement. Les résultats des essais sont donnés dans les tableaux IV et V.

Tableau IV. Résultats des essais de compression axiale d'une poutrelle I NP 28, encastrée à une extrémité et pourvue d'une certaine liberté de rotation à l'autre extrémité

Poutrelle non renforcée		Poutrelle renforcée	
charge en t	flèche en mm	charge en t	flèche en mm
19	0,40	19	0,30
25	1,00	25	0,80
31	2,60	31	1,15
		37	1,40
		44	2,00
		50	2,20

Tableau V. Contraintes des fibres extrêmes en kg/cm²

Charge axiale en t	12,5	19	25	31	37	44	50
1. Poutrelle non renforcée							
Compression du côté concave			–500	–800			
Traction du côté convexe				200			
2. Poutrelle renforcée							
Compression du côté concave	–200	–400	–550	–800	–1100	–1300	–2000
Traction du côté convexe				100	200	350	800

La flèche a été mesurée à une distance de 1,50 m de l'extrémité chargée de la poutrelle. On y a fixé deux tensomètres HUGGENBERGER. A mesure que la surcharge augmentait, on relevait les valeurs des tensions des fibres extrêmes

des côtés concave et convexe de la poutrelle et on les a inscrits dans le tableau V.

Quand la charge a atteint la valeur de 50 t, l'extrémité „articulée" de la poutrelle s'est déplacée latéralement de 0,4 mm. Pour la poutrelle sans renforcement, le déplacement latéral de la tête s'est produit pour la charge de 31 t et n'a atteint que 0,2 mm.

On a fait aussi des essais sur une poutrelle renforcée avec 3 fils de chaque côté, tendus par des écrous jusqu'à refus, comme dans le cas d'un fil. On n'a pas constaté de variations appréciables dans la valeur de la charge critique.

L'examen du tableau IV montre que la poutrelle sans renforcement a subi une augmentation brusque de flèche dès que la charge a dépassé 25 tonnes, tandis que la poutrelle renforcée a supporté la charge de 50 t avec seulement un faible accroissement de la flèche. Cela montre que même dans des conditions de chantier, le renforcement proposé donne des résultats intéressants. Il est évident que dans le cas des barres „courtes", c'est-à-dire ayant un petit élancement, le système de renforcement proposé ne pourrait être utilisé qu'après une étude expérimentale préalable de grande envergure. Tout porte à croire que c'est par cette voie, plutôt qu'en cherchant une solution mathématique rigoureuse du problème, qu'on arriverait à fixer les conditions d'emploi du système de renforcement proposé, dans le cas des pièces „courtes".

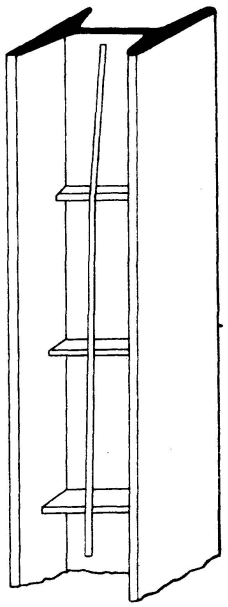

Fig. 4

La valeur de H est déterminée par la condition que le système de renforcement doit encore fonctionner quand la barre comprimée a subi le raccourcissement correspondant à sa charge critique, qui est environ 3 fois plus grande que la charge d'Euler. D'où la nécessité d'employer des fils à haute limite élastique, comme c'est le cas pour le béton précontraint.

L'application du système proposé de renforcement des éléments constructifs soumis à la compression axiale doit donner une économie appréciable d'acier et permettre alléger les constructions. On peut s'en rendre compte sur un exemple.

Considérons une poutrelle I NP 28 de 4,10 m de longueur, articulée à ses extrémités et soumise à une compression axiale. Sa charge critique est donnée par la formule d'Euler, puisque la barre a un élancement $\lambda = L/i = 4{,}10/2{,}45 = 163$ qui est supérieur à 100. On a donc: $P_E = 9{,}87 \cdot 2\,100\,000 \cdot 364/4{,}10^2 = 45\,000$ kg = 45 t. Le poids de la poutrelle $= 48 \cdot 4{,}10 = 197$ kg. Le renforcement de la poutrelle augmentera son poids de 20 kg au maximum, le portant ainsi à $197 + 20 = 217$ kg. Sa charge critique, donnée par (9a), sera: $P_{cr.} = 3 \cdot 45 = 135$ t.

Si l'on considère maintenant une poutrelle I NP 38 de 4,10 m de longueur, non renforcée, sa charge critique, c'est-à-dire sa charge d'Euler sera:

$P_E = 9{,}87 \cdot 2\,100\,000 \cdot 975/410^2 = 120\,000$ kg $= 120$ t et son poids $= 84 \cdot 4{,}10 =$ 344 kg. On voit que la poutrelle I NP 28 renforcée peut, du point de vue statique, remplacer avantageusement ($135 > 120$) la poutrelle I NP 38 non renforcée, tout en réalisant une économie de métal de:

$$\frac{344 - 217}{344} \cdot 100 = 37\%.$$

Résumé

L'étude du flambage par la théorie de l'énergie de TIMOSHENKO permet de constater qu'on peut augmenter d'environ 3 fois la charge critique d'une barre chargée en bout, en lui procurant, en son milieu, un support latéral au moyen des traverses introduites entre la barre et le fil placé de deux côtés de celle-ci et soumis à la prétraction.

Les résultats des essais sur modèles en bois et sur éprouvettes en acier, ainsi que sur une poutrelle, sont donnés. Ils montrent que les résultats obtenus expérimentalement s'accordent bien avec des prévisions théoriques.

Zusammenfassung

An Hand einer Knick-Untersuchung nach der Energiemethode von TIMOSHENKO kann festgestellt werden, daß die kritische Last eines zentrisch belasteten Stabes ungefähr dreimal vergrößert wird, wenn man ihn in seiner Mitte mit einer seitlichen Festhaltung versieht. Diese seitliche Lagerung geschieht mit Hilfe von Querschotten, die zwischen dem Stab und an seinen beiden Seiten befestigten, vorgespannten Drähten angebracht werden.

Die Resultate von Versuchen, die an Modellen aus Holz, an Probestäben aus Stahl und auch an einem Walzträger durchgeführt wurden, werden angegeben. Sie zeigen, daß die experimentell ermittelten Resultate gut mit den theoretischen Voraussagen übereinstimmen.

Summary

A study of lateral buckling made by TIMOSHENKO's energy method shows that it is possible to increase the critical load of a compressed strut about 3 times by furnishing it, in the middle, with a lateral support by means of cross-bars introduced between the strut and the prestressed wires fixed to both sides of it.

The results of tests made on wooden models, on steel specimens and on rolled beams, are given. They show that the experimental results are in good accordance with theoretical forecasts.