Étude à l'aide d'une calculatrice électronique du comportement des dalles en béton armé en phase de fissuration

Autor(en): **Cornelis, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **26 (1966)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-20881

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Etude à l'aide d'une calculatrice électronique du comportement des dalles en béton armé en phase de fissuration

Untersuchung des Verhaltens von Stahlbetonplatten im Rissestadium mit Hilfe eines Elektronenrechners

Investigation by Means of a Computer of the Behaviour of Reinforced Concrete Slabs in the cracking Phase

A. CORNELIS
Ingénieur au C.E.P.O.C.

Nous exposons ci-après les principes d'un programme d'étude du comportement élasto-plastique des plaques établi pour l'ordinateur I.B.M. 7040 de l'Université de Liège. Le programme est basé sur la théorie exposée par le Professeur CH. MASSONNET dans son mémoire intitulé «*Théorie générale des plaques élasto-plastiques*».

L'exploitation du programme est en cours à l'Université de Liège, mais nous sommes déjà en mesure de fournir les premiers résultats de nos calculs qui ont trait au comportement élasto-plastique de plaques rectangulaires simplement appuyées sur les quatre bords et possédant deux axes de symétrie.

I. Rappel des formules

1. Equation de Lagrange: $\nabla^2 \nabla^2 w = p/D$

w déplacement vertical du feuillet moyen
p charge
D rigidité de la plaque $D = \frac{E e^3}{12(1-\nu^2)}$
E module d'élasticité
e épaisseur de la plaque
ν coefficient de Poisson

2. Expression des moments de flexion et de torsion

$$\begin{aligned}
\Delta M_x &= -D[\Delta\chi_x + \nu\Delta\chi_y] - D\lambda[\cos^2\alpha + \nu\sin^2\alpha] \\
\Delta M_y &= -D[\Delta\chi_y + \nu\Delta\chi_x] - D\lambda[\sin^2\alpha + \nu\cos^2\alpha] \\
\Delta M_{xy} &= D(1-\nu)\Delta\chi_{xy} - D\lambda(1-\nu)\sin\alpha\cos\alpha
\end{aligned}$$

$\Delta\chi_x, \Delta\chi_y, \Delta\chi_{xy}$ accroissements des courbures

λ distorsion

3. Expression des moments principaux — Orientation des facettes principales

$$M_2^1 = \frac{M_x + M_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(M_x - M_y)^2}{4} + M_{xy}^2},$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2M_{xy}}{M_x - M_y}.$$

Nous représenterons par $\alpha_1(\alpha_2)$ l'angle que fait la normale à la facette principale $M_1(M_2)$ avec l'axe des x.

$$\alpha_1 = \alpha + k\pi/2.$$

Cette distinction entre les orientations des deux facettes principales est importante parce que la distorsion (λ_1 ou λ_2) est associée à l'orientation de la facette à laquelle elle est affectée.

Notons que les moments principaux peuvent s'exprimer en fonction de M_x, M_y et $\operatorname{tg} 2\alpha$ par les relations

$$M_2^1 = \frac{M_x + M_y}{2} \pm \frac{M_x - M_y}{2}\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha} = \tfrac{1}{2}[(1+A)M_x + (1-A)M_y]$$

en posant $$A = \pm\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}.$$

Nous représenterons M_1 et M_2 par M_k auquel nous associons l'angle α_k et la distorsion λ_k ; k peut prendre les valeurs 1 et 2.

4. Expression de la correction du second membre de l'équation de Lagrange

Le Professeur Ch. Massonnet montre que le second membre de l'équation de Lagrange appliquée en un point est affecté d'une correction lorsqu'on atteint le régime plastique en un point quelconque du réseau.

$$c = -\sum_{k=1}^{2}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}[\lambda_k(\cos^2\alpha_k + \nu\sin^2\alpha_k)] + \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\lambda_k(\sin^2\alpha_k + \nu\cos^2\alpha_k)]\right.$$
$$\left. - 2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}[\lambda_k\sin\alpha_k\cos\alpha_k]\right\}.$$

Il faut noter que la distorsion est nulle en tout point se trouvant dans le domaine élastique.

En un point se trouvant dans le domaine plastique, λ_1 ou λ_2 ou éventuellement les deux sont différents de zéro.

$$\left.\begin{array}{l} M_1 \geqq M_p^+ \\ M_1 \leqq M_p^- \end{array}\right\} \lambda_1 \neq 0, \qquad \left.\begin{array}{l} M_2 \geqq M_p^+ \\ M_2 \leqq M_p^- \end{array}\right\} \lambda_2 \neq 0.$$

II. Application de la méthode des différences finies

1. Expression de l'équation de Lagrange

L'équation de LAGRANGE en un point (m, n) peut s'écrire, en affectant à celui-ci «l'étoile des points» représentée ci-dessous, de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \nabla^4 w \equiv\ & 20\, w_{m,n+1} + (w_{m,n-2} + w_{m,n+2} + w_{m-2,n} + w_{m+2,n}) \\ & + 2\,(w_{m-1,n-1} + w_{m-1,n+1} + w_{m+1,n-1} + w_{m+1,n+1}) \\ & - 8\,(w_{m,n-1} + w_{m,n+1} + w_{m-1,n} + w_{m+1,n}) = \frac{p\,h^4}{D}, \end{aligned}$$

h est le pas du réseau orthogonal à mailles carrées.

On peut donc associer à l'étoile des points «l'étoile des coefficients» représentée ci-dessous.

Etoile des points

		$(m, n-2)$			
	$(m-1, n-1)$	$(m, n-1)$	$(m+1, n-1)$		
$(m-2, n)$	$(m-1, n)$	(m, n)	$(m+1, n)$	$(m+2, n)$	
	$(m-1, n+1)$	$(m, n+1)$	$(m+1, n+1)$		
		$(m, n+2)$			

Etoile des coefficients

		1		
	2	−8	2	
1	−8	20	−8	1
	2	−8	2	
		1		

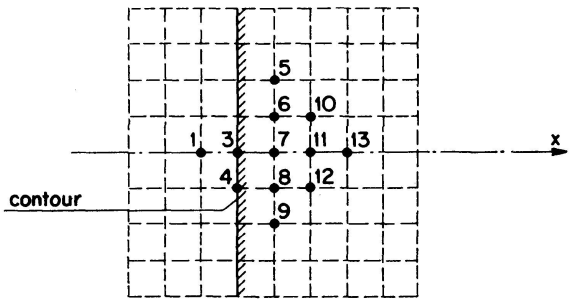

Fig. 1.

On traduit aisément les conditions de symétrie en ajustant les étoiles des points et des coefficients. Les conditions d'appui simple se réalisent en prenant $w = 0$ pour les points du contour tels que 3 (Fig. 1) et en introduisant une rangée de points supplémentaires extérieurs au contour, tels que 1 (Fig. 1) pour lesquels on adopte $w_1 = -w_7$, de manière à réaliser en 3 la condition d'appui simple

$$\chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0.$$

2. Expression des courbures

$$\chi_x = \frac{1}{h^2}(w_{m-1,n} + w_{m+1,n} - 2\,w_{m,n}),$$

$$\chi_y = \frac{1}{h^2}(w_{m,n-1} + w_{m,n+1} - 2\,w_{m,n}),$$

$$\chi_{xy} = \frac{1}{4\,h^2}(w_{m-1,n-1} + w_{m+1,n+1} - w_{m+1,n-1} - w_{m-1,n+1}).$$

Ces expressions s'écrivent facilement en associant à l'étoile des points, l'étoile des coefficients

$$\begin{array}{ccccc} & & 0 & & \\ & 1 & 1 & -1 & \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & -1 & 1 & 1 & \\ & & 0 & & \end{array}$$

Les conditions d'appui et de symétrie s'expriment en ajustant les étoiles des points et des coefficients.

3. Expression de la correction du second membre de l'équation de Lagrange

La correction est une fonction des dérivées partielles secondes par rapport à x et y de $J_1(\lambda_1, \alpha_1)$ et $J_2(\lambda_2, \alpha_2)$; son expression s'établit d'une façon analogue à celle servant au calcul des courbures, en remplaçant toutefois la déformée par J_k $(k = 1, 2)$.

III. Principe du programme

La plaque dont on désire étudier le comportement élasto-plastique est divisée en un réseau orthogonal de pas h.

Si la plaque possède deux axes de symétrie et est symétriquement chargée, nous pouvons limiter l'étude au quart de la plaque.

Soit m et n le nombre de points définis par le réseau dans un quart de plaque, respectivement suivant l'axe des x et des y (Fig. 2).

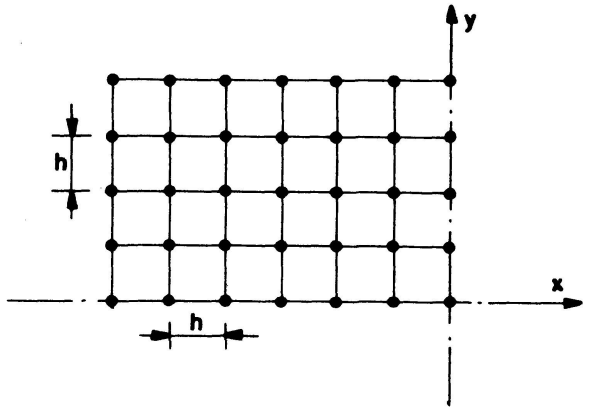

Fig. 2.

NP est le nombre de points, soit $m \times n$.
NI est le nombre de points intérieurs, soit $(m-1)(n-1)$.
NI définit l'ordre du système d'équations de LAGRANGE.

Les différentes étapes du programme sont décrites ci-dessous:

1. Etablissement automatique et inversion de la matrice des coefficients du système d'équations de LAGRANGE.

2. Calcul et enregistrement sur bande magnétique des effets M_x et M_y en chaque point du réseau, obtenus en égalant à l'unité successivement chacun des seconds membres du système.

Représentons ces effets par $M^p_{x,c_j=1}$ et $M^p_{y,c_j=1}$, p est le point où l'on calcule l'effet du j^e second membre égalé à l'unité.

3. Calcul en régime élastique des déplacements, courbures, moments de flexion et de torsion, et de l'angle α en chaque point du réseau sous l'effet d'une charge donnée.

4. Produit des valeurs calculées en (3) (à l'exception de l'angle α) par μ_0, μ_0 étant le plus grand des rapports

$$\frac{M_p^+}{M^+_{1\,max}}, \quad \frac{M_p^-}{M^-_{2\,min}}.$$

On obtient ainsi la distribution des moments à l'état élastique limite. Il s'agit de la «distribution correcte» à l'étape 1.

5. Produit des valeurs obtenues à l'étape précédente $(i-1)$ par le facteur de charge. On obtient ainsi la «distribution de départ» pour l'étape i suivante.

6. Détermination des points en régime plastique.

7. Détermination des distorsions aux points définis en (6).

Les distorsions affectées aux points en régime plastique doivent être telles que $M_k\,(k=1,2)$ en ces points soit ramené à la valeur limite (M_p^+ ou M_p^-). Représentons par «p» les points en régime plastique et par P un point particulier choisi parmi ceux-ci.

Au point P, on établit la condition

$$M_k^P(\lambda_p) = M_p^{\pm} = \tfrac{1}{2}\left[(1+A)\,M_x^P + (1-A)\,M_y^P\right] \tag{1}$$

avec
$$A = \pm\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2\alpha}.$$

Le choix du signe de A dépend des valeurs relatives de M_x^P et M_y^P. M_x^P se compose de trois éléments:

a) $M_{x_i}^P$ moment de départ pour l'étape i, calculé en (5).

b) La composante plastique du moment dûe à $\lambda_k^P\,(k=1,2)$,

soit
$$\sum_{k=1}^{2}\left[-D\,\lambda_k^P\,(\cos^2\alpha_k^P + \nu\sin^2\alpha_k^P)\right].$$

c) L'effet au point P des distorsions λ_p affectées à chacun des points en régime plastique.

Représentons par Q un point intérieur du réseau et par e_j^Q ($j=1$ à 9) les

neuf points de l'étoile de Q intervenant dans le calcul des dérivées secondes. L'effet M_x en P de la distorsion $\lambda_{e_j}^Q$ vaut

$$M_{x,c_Q=1}^P C_Q \lambda_{e_{j=1}}^Q \lambda_{e_j}^Q.$$

$C_Q \lambda_{e_{j=1}}^Q$ représente la correction en Q dûe à une distorsion unitaire affectée au point e_j^Q.

Le premier terme du produit est connu et est enregistré sur bande magnétique. Le deuxième terme est aisément calculable par différences finies.

On peut donc écrire que l'effet M_x, au point P, des distorsions λ_p affectées à chacun des points en régime plastique, vaut:

$$\begin{aligned} M_x^P = M_{x_i}^P - \sum_{k=1}^{2} D \lambda_k^P (\cos^2 \alpha_k^P + \nu \sin^2 \alpha_k^P) \\ + \sum_{Q=1}^{NI} \sum_{j=1}^{9} \sum_{k=1}^{2} [M_{x_P, C_Q=1}] [C_Q \lambda_{e_{j=1}}^Q]_k (\lambda_{e_j}^Q)_k. \end{aligned} \tag{2}$$

Une relation analogue s'obtient pour M_y^P:

$$\begin{aligned} M_y^P = M_{y_i}^P - \sum_{k=1}^{2} D \lambda_k^P (\sin^2 \alpha_k^P + \nu \cos^2 \alpha_k^P) \\ + \sum_{Q=1}^{NI} \sum_{j=1}^{9} \sum_{k=1}^{2} [M_{y\ ,C_Q-1}] [C_Q \lambda_{e_{j=1}}^Q]_k (\lambda_{e_j}^Q)_k. \end{aligned} \tag{3}$$

En remplaçant M_x^P et M_y^P par leurs expressions (2) et (3) dans la relation (1), on peut exprimer la condition en P en fonction des distorsions inconnues.

Si N est le nombre de points en régime plastique, on obtient un système d'équations d'ordre N' contenant les N' distorsions comme inconnues.

Remarquons que par point, on a 1 ou 2 distorsions inconnues. On a donc

$$N = N' = 2N.$$

8. Résolution du système d'équations en λ.

9. A partir des distorsions trouvées, on calcule les corrections réelles et les seconds membres du système d'équations de LAGRANGE. A partir des accroissements des déplacements on peut calculer les accroissements des courbures, puis ceux des moments en chaque point par les équations de la page 1.

10. Calcul des moments principaux totaux à partir des moments:

$$\begin{aligned} M_x &= M_{x_i} + \Delta M_x, \\ M_y &= M_{y_i} + \Delta M_y, \\ M_{xy} &= M_{xy_i} + \Delta M_{xy}. \end{aligned}$$

Deux cas sont possibles:

a) De nouveaux points apparaissent dans le domaine plastique. On retourne à l'étape (6) sans augmentation de la charge.

b) Sinon, on calcule en chacun des points du réseau $\operatorname{tg} 2\alpha$, α_1 et α_2; on vérifie de plus si les moments agissant aux points dans le domaine plastique

sont effectivement ramenés au moment limite, à un indice de précision près. — Si oui, on retourne à l'étape (5), c'est-à-dire à l'augmentation de charge. — Sinon, on retourne à l'étape (7), sans augmenter la charge mais en adoptant les nouvelles valeurs de α_1 et α_2.

A ce sujet, remarquons en effet que lors du calcul de l'étape i on utilise les valeurs des angles obtenues à l'étape $i-1$. C'est la raison pour laquelle les moments aux points en domaine plastique ne sont pas rigoureusement ramenés à la valeur limite. Notons cependant que ce fait n'a aucune influence sur les points situés sur les axes de symétrie, pour lesquelles l'orientation des facettes principales ne se modifie pas.

IV. Exemple traité

1. Généralités

Dans sa version actuelle, le programme a été utilisé pour le calcul de plaques rectangulaires appuyées sur leurs quatre bords et chargées d'une surcharge uniformément répartie. Le diagramme moments-courbures plastiques adopté pour le matériau constituant la plaque est du type parfaitement plastique.

En tenant compte de la symétrie, on peut se limiter à l'étude du quart de ces dalles.

On a ainsi étudié essentiellement trois dalles de rapports a/b égaux à 7/3, 7/4 et 7/5.

La charge de ruine est pratiquement atteinte au moment où, par suite d'un accroissement trop rapide des déplacements verticaux, le procédé d'itération cesse d'être convergent.

Dans chacun des cas, le rapport de la charge de ruine à la charge limite élastique a été identique à celui calculé par la théorie de JOHANSEN[1]) et la théorie élastique[2]) à deux pour cent près. Ces deux pour cent correspondent au pas de chargement.

Nous donnons ci-après un exemple plus détaillé du calcul de la plaque de rapport 7/4.

2. Plaque de rapport 7/4

Les caractéristiques de cette plaque sont les suivantes:

— Longueur 3,5 m.
— Largeur 2,5 m.
— Pas du réseau 0,25 m.

---

[1]) Bulletin du C.E.B. n° 35.

[2]) S. TIMOSHENKO et S. WOINOWSKY-KRIEGER: Theory of Plates and Shells, 2e édition. McGraw Hill Book Co., 1959.

— Coefficient de Poisson 0,2.
— Rigidité de la plaque $D = 0{,}3472 \cdot 10^8$ kgm.
— Moment limite 7500 kgm à 75 kgm près.
— Facteur d'amplification des charges: 1,02 à chaque pas de chargement.
— La charge uniformément répartie conduisant au moment limite au centre de la plaque, calculée par le programme, vaut: 20 853 kg/m².
— Le tableau 1 donne les valeurs aux différents points de la plaque du déplacement vertical sous cette charge de 20 852 kg/m², soit pour un facteur de charge égal à l'unité.

Le tableau 2 donne les valeurs des moments principaux M_1 et M_2 et l'inclinaison α de la croix des tensions (par tg 2α) aux mêmes points pour une charge élastique de 1,666 kg/m² soit pour un facteur de charge de 0,0000799.

Tableau 1

Augmentation de charge: Charge 20853. Facteur de charge 1.000. Déformée $K = 1.000$[1])

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	908.	1701.	2344.	2830.	3168.	3366.	3431.
0.	1641.	3087.	4266.	5161.	5783.	6149.	6269.
0.	2111.	3980.	5510.	6675.	7487.	7963.	8120.
0.	2272.	4287.	5939.	7199.	8076.	8591.	8761.

[1]) Valeurs exprimées en 10^{-7}

Tableau 2

Moment M 1[1]) $K = 0.0000799$
Moment M 2[2]) $K = 0.0000799$
Tangente 2 Alfa[3]) $K = 0.0000799$

3224.	3020.	2548.	2004.	1463.	951.	467.	−0.
−3224.	−3020.	−2548.	−2004.	−1463.	−951.	−467.	−0.
−0.	−0.	−0.	−0.	−0.	−0.	−0.	0.
2913.	3514.	3588.	3438.	3211.	2985.	2814.	2748.
−2913.	−1971.	−1107.	−363.	243.	701.	998.	1104.
−0.	−25720.	−7989.	−3900.	−2166.	−1197.	−539.	0.
2135.	3248.	3816.	4115.	4308.	4455.	4556.	4592.
−2135.	−805.	239.	1001.	1495.	1774.	1905.	1942.
−0.	−16565.	−4356.	−1982.	−1061.	−574.	−256.	0.
1119.	2534.	3488.	4232.	4839.	5287.	5558.	5648.
−1119.	391.	1442.	2047.	2326.	2430.	2460.	2466.
−0.	−8897.	−2123.	−928.	−486.	−260.	−115.	0.
−0.	1656.	3050.	4157.	4985.	5553.	5884.	5992.
−0.	1421.	2161.	2501.	2626.	2654.	2649.	2644.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

[1]) Valeurs exprimées en 10^{-3}
[2]) Valeurs exprimées en 10^{-3}
[3]) Valeurs exprimées en 10^{-2}

Le rapport de la charge de ruine à la charge limite élastique calculé comme indiqué ci-dessus est de 1,354.

Le programme indique la ruine de la plaque pour un rapport de charge compris entre 1,346 et 1,346 × 1,02.

Les tableaux 3 et 4 donnent les mêmes quantités que ci-dessus pour l'étape précédant la ruine par plastification de tous les points proches des lignes de rupture du mécanisme de ruine en «enveloppe postale» proposé par JOHANSEN.

La figure n⁰ 3 montre une coupe transversale dans la plaque déformée a) à la fin du régime élastique; b) à l'étape précédant la ruine.

On voit que les flèches additionnelles ont une loi approximativement bi-triangulaire.

Tableau 3

Augmentation de charge: Charge 28074.10. Facteur de charge 1.34627.
Déformée $K = 1.346$[1])

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	137.	257.	357.	433.	486.	517.	527.
0.	249.	472.	660.	803.	903.	964.	984.
0.	323.	615.	865.	1065.	1210.	1298.	1327.
0.	349.	668.	945.	1173.	1340.	1443.	1477.

[1]) Valeurs exprimées en 10^{-6}

Tableau 4

Moment M 1[1]) $K = 1.346$
Moment M 2[2]) $K = 1.346$
Tangente 2 Alfa[3]) $K = 1.346$

61477.	57958.	49662.	39610.	29201.	19165.	9492.	−0.
−61477.	−57958.	−49662.	−39610.	−29201.	−19165.	−9492.	−0.
−0.	−0.	−0.	−0.	−0.	−0.	−0.	0.
56109.	66595.	67944.	63893.	57392.	50643.	44359.	41292.
−56109.	−39934.	−25257.	−12192.	−669.	8842.	16247.	19580.
−0.	−28783.	−9921.	−5601.	−3210.	−1828.	−861.	0.
42194.	62155.	73274.	72381.	73238.	72337.	68028.	66063.
−42194.	−19257.	−1949.	11456.	20216.	27219.	32985.	35157.
−0.	−14532.	−4709.	−2775.	−1792.	−1137.	−561.	0.
22816.	48980.	69291.	75722.	75613.	75234.	75039.	75000.
−22816.	3573.	20794.	31550.	38505.	43340.	46137.	46993.
−0.	−5386.	−1849.	−1132.	−743.	−440.	−201.	0.
−0.	33331.	64149.	75000.	75000.	75000.	75000.	75000.
−0.	22841.	34379.	42252.	47721.	50761.	52179.	52561.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

[1]) Valeurs exactes
[2]) Valeurs exactes
[3]) Valeurs exprimées en 10^{-2}

Enfin, la figure 4 montre la progression des déformations plastiques avec l'augmentation de charge; elle donne en effet les valeurs du paramètre de charge μ pour lesquelles la plastification atteint les divers nœuds de ce réseau.

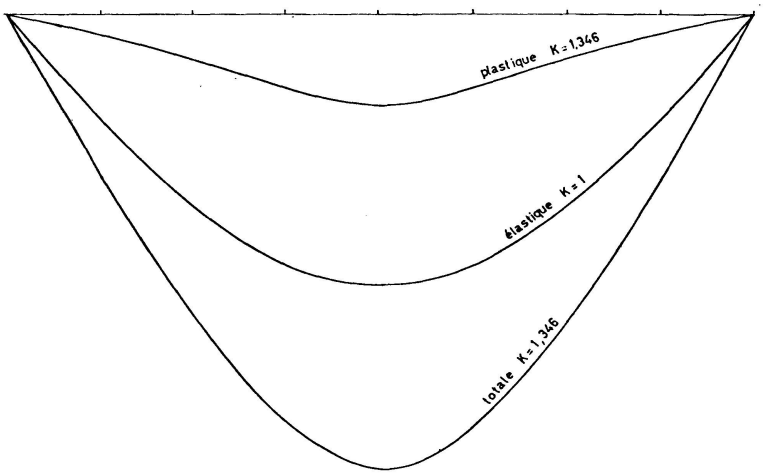

Fig. 3. Deformée transversale.

			1,346	1,346						1,346	1,346			
			1,268	1,195	1,172	1,126	1,104	1,126	1,172	1,195	1,268			
			1,243	1,126	1,061	1,02	1,02	1,02	1,061	1,126	1,243			
			1,268	1,195	1,172	1,126	1,104	1,126	1,172	1,195	1,268			
			1,346	1,346						1,346	1,346			

Fig. 4. Extension progressive des fissures dans la plaque en fonction du paramètre de mise en charge.

Résumé

Ce travail fait suite à celui du Professeur Ch. Massonnet et décrit en détail le programme qui a été établi pour appliquer sa méthode aux plaques en béton armé à l'aide d'une calculatrice I.B.M. 7040. Les champs des déplacements et des moments dûs aux distorsions angulaires provoquées par les déformations plastiques sont obtenus aisément à partir de la matrice inversée des équations aux différences finies équivalentes à l'équation de Lagrange. Ces champs sont ensuite combinés linéairement de manière à respecter en tout point la condition de plasticité.

Un exemple numérique relatif à une plaque rectangulaire de rapport 7/4 uniformément chargée et faite d'un matériau élastique-parfaitement plastique termine le mémoire.

Zusammenfassung

Dieser Beitrag bildet eine Fortsetzung der Arbeit von Prof. CH. MASSONNET und beschreibt das Programm, das für eine IBM 7040 aufgestellt wurde, um seine Methode auf Stahlbetonplatten anzuwenden. Die Verschiebungsfelder und die Momentenfelder infolge Winkelverdrehungen, die durch plastische Verformungen hervorgerufen werden, können ohne weiteres aus der Umkehrmatrix der Gleichungen endlicher Differenzen, die der Gleichung von LAGRANGE entsprechen, aufgestellt werden. Diese Felder werden anschließend linear kombiniert, so daß in jedem Punkt die Plastizitätsbedingung erfüllt ist.

Ein numerisches Beispiel für eine rechteckige Platte mit Seitenverhältnis 7/4 mit gleichmäßig verteilter Belastung und aus einem elastisch-vollkommen plastischen Material bildet den Schluß dieses Beitrages.

Summary

This paper is a continuation of that by Professor CH. MASSONNET and describes in detail the programme that was established in order to apply his method to reinforced concrete slabs by means of an I.B.M. 7040 computer. The fields of the displacements and the moments due to angular distorsions brought about by the plastic deformations are readily obtained from the inverse matrix of the equations with finite differences equivalent to LAGRANGE's equation. These fields are subsequently combined linearly in such a manner as to comply with the condition of plasticity at all points.

A numerical example relating to a rectangular plate of ratio 7/4, which is uniformly loaded and is made of an elastic-perfectly plastic material, concludes the paper.

Leere Seite
Blank page
Page vide