Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 33 (1973)

Artikel: Allgemeine Theorie der Bildung von Schrägrissen infolge Querkraftbeanspruchung

Autor: Deutsch, Iosif

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-25618

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Allgemeine Theorie der Bildung von Schrägrissen infolge Querkraftbeanspruchung

General Theory on the Outset and Development of Inclined Shear Cracks

Théorie générale sur l'apparition et le développement des fissures inclinées dues à l'effort tranchant

IOSIF DEUTSCH
Dozent Dr. Ing., Technische Hochschule Timişoara

1. Einführung

Für Stahlbetonbauteile die von Biegemomenten und grossen Querkräften beansprucht werden, hat die Theorie der Rissbildung noch kein zufriedenstellendes Stadium erreicht. Die Schwierigkeit des Problems beruht auf der Tatsache, dass der Effekt des Biegemomentes schwer von dem der Querkraft zu trennen ist. Dazu kommt noch oft die Bildung von Rissen infolge des Gleitens der Bewehrungsstäbe im Beton, d. h. infolge der teilweisen oder gänzlichen Zerstörung des Verbundes.

Prinzipiell wäre zu erwarten, dass das Rissbild den Trajektorien der Hauptdruckspannungen entspricht. Dies setzt jedoch ein gutes Zusammenwirken der Bewehrung mit dem Beton voraus. Beginnt die Bewehrung zu gleiten, so ändert sich das Rissbild.

Die Berechnung der Weite von Schrägrissen im Gebrauchszustand stützt sich auf die Voraussetzung, dass der zu erwartende Schubbruch folgendermassen eintritt. Die Öffnung eines schrägen Hauptrisses führt zum Fliessen der Querbewehrung, so dass sich die entstandenen zwei Teile des Balkens gegenseitig um eine in der Nähe der äussersten Druckfaser gelegenen Achse drehen. Durch das Versagen der Druckzone ist der Bruch abgeschlossen.

Nach dem Erscheinen der Risse werden die Bügel mit dem Anwachsen der Balkenbelastung immer mehr auf Zug beansprucht [4]. Die Versuche zeigen, dass die Zugspannungen in den Bügeln viel kleiner sind als die klassische Fachwerktheorie angibt. Die Bügel werden wirksam wenn Schrägrisse auf-

treten. Ein betontes Gleiten der Bewehrungsstäbe verhindert die Bildung schräger Risse und folglich den Einsatz der Bügel. Damit die Bügel auf Zug beansprucht werden, muss der Beton durch Zusammenarbeit mit der Bewehrung gerissen sein.

2. Der Vorgang der Rissbildung infolge Beanspruchung durch die Querkraft

Die Bildung der Schrägrisse hängt nicht allein von den Schubspannungen τ, sondern von den Hauptspannungen σ_1, die vom Biegemoment und der Querkraft verursacht werden, ab. Nur in der Höhe der neutralen Faser ist die Schubspannung gleich der Hauptzugspannung, stellt aber im allgemeinen kein Maximum dar.

Die Schrägrisse beginnen meistens in der Zugzone, also am unteren Trägerrand. Nur in Sonderfällen wie Träger mit Stegen geringer Dicke, Träger mit grossen Querkräften und kleinen Biegemomenten können eventuell die σ_1-Spannungen in der Nähe der neutralen Achse die Bildung der Schrägrisse verursachen.

Zur Erläuterung des Vorgangs der Rissbildung wird ein mit Längsstäben und aufgebogenen Stäben bewehrter Balken betrachtet. In Fig. 1a ist der Verlauf der Hauptzugspannung σ_1 entlang der aufgebogenen Stäbe dargestellt. Er wurde vom Verfasser auch mit spannungsoptisch untersuchten bewehrten Modellen erhalten [4].

Vor der Rissbildung im Stadium Ia wird die Hauptzugspannung von dem gezogenen Beton des schrägen Schnittes α_m^{I} und von der aufgebogenen Bewehrung aufgenommen (Fig. 1b). In Fig. 1a sind auch die durch den Beton und die Bewehrung aufnehmbaren Risskräfte dargestellt. Ihre Summe ist konstant und hat den Wert

$$N_{fi} = N_{bfi} + N_{afi} = b\, a_t \sin\beta_t\, R_t + A_{ai}\, \sigma_{ai}^{\mathrm{I}}. \tag{1}$$

Im Stadium Ia kann infolge eines unendlich kleinen Lastanstiegs ein Schrägriss auftreten der die Querbewehrung schneidet. Die Lage des Schrägrisses hängt von der Grösse der Beanspruchung der unteren gezogenen Betonfaser und der Unhomogenität des Betons der Zugzone ab. Ein aufgebogener Stab kann einen, zwei oder sogar drei Schrägrisse schneiden.

Fig. 1c zeigt den Verlauf der von der Betonzugzone und der Querbewehrung aufgenommenen Kräfte nach der Bildung eines Schrägrisses. Im Rissquerschnitt wird die gesamte Zugkraft von der Querbewehrung übernommen, es gilt also das Stadium II. Entfernt man sich vom Riss, so vermindert sich die Stahlspannung, während die Betonspannung infolge des Verbundes zunimmt.

Wird der Abfall der Stahlbeanspruchung ΔN_a gleich N_{bfi}, so tritt in dem entsprechenden Schnitt der zweite Riss auf (Fig. 2a). Er befindet sich im Abstand λ_{fi} vom ersten Riss (Fig. 2b).

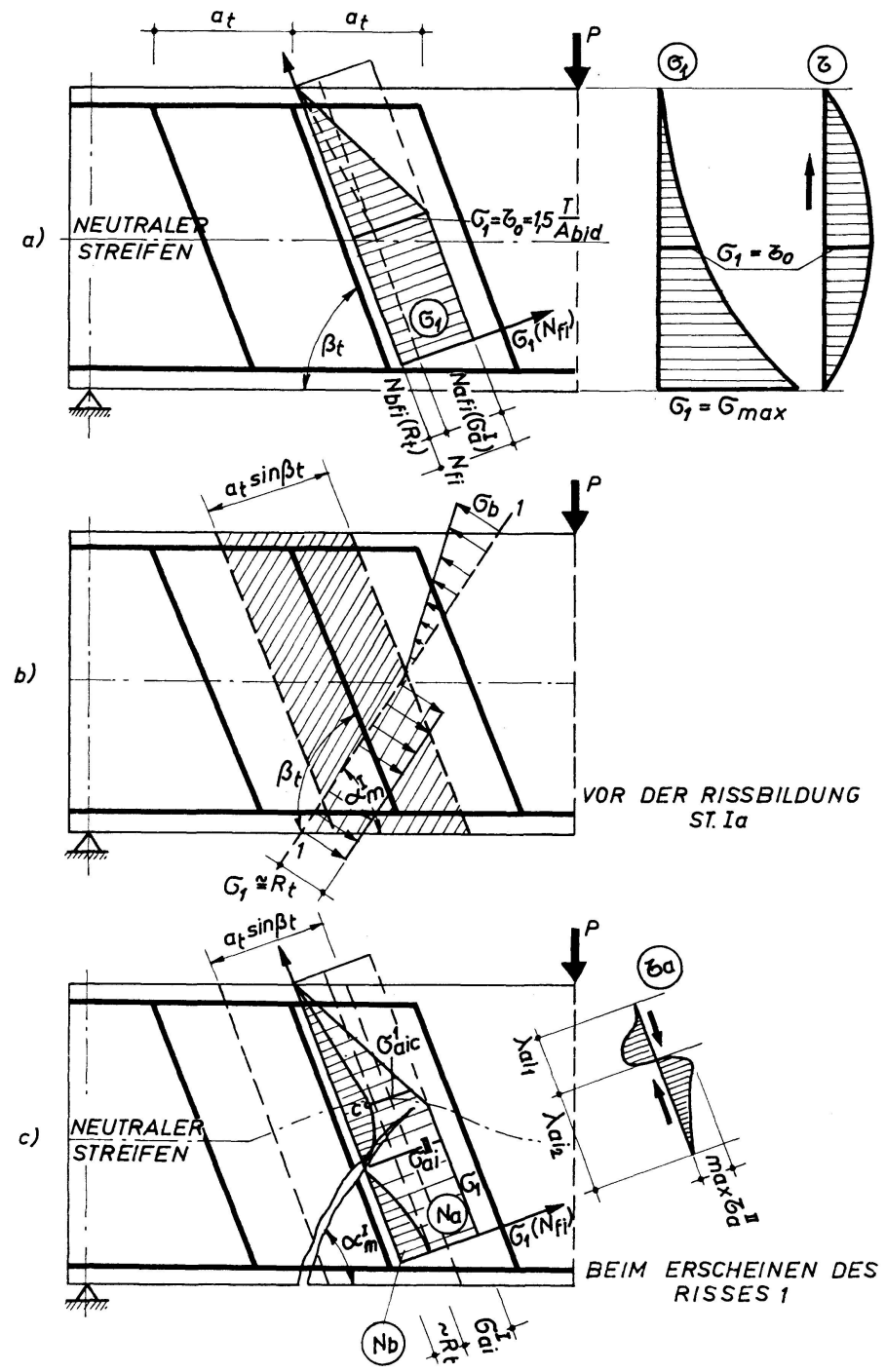

Fig. 1.

Wächst die Balkenbelastung bis zu der des Gebrauchszustandes, so wächst auch die Stahlbeanspruchung, so dass der Schrägriss sich öffnet. Die vom Verfasser durchgeführten Versuche [4] zeigten, dass bei niedrigen Laststufen die Rissöffnung proportional mit der Laststufe wächst.

Ist die Beanspruchung durch Querkräfte gross, so tritt neben der durch die Rissöffnung verursachten Drehung auch eine Gleitverformung auf. Dies zeigt sich aus der Tatsache, dass die Öffnung des Schrägrisses in Höhe der

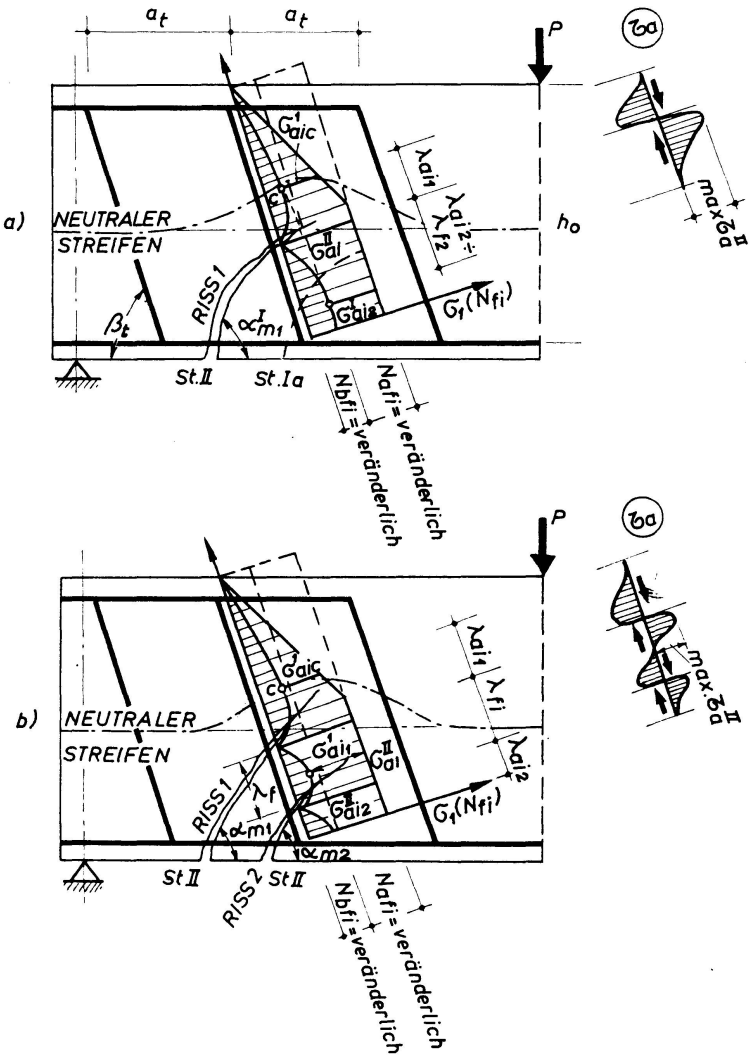

Fig. 2.

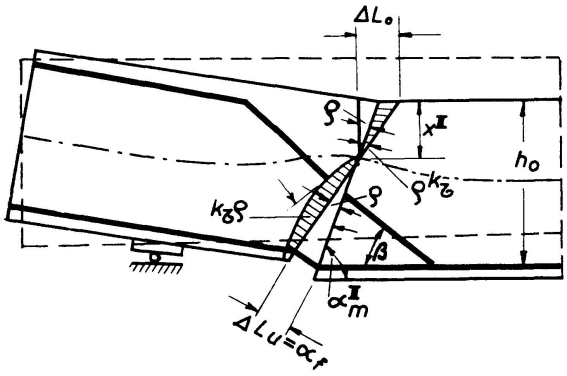

Fig. 3.

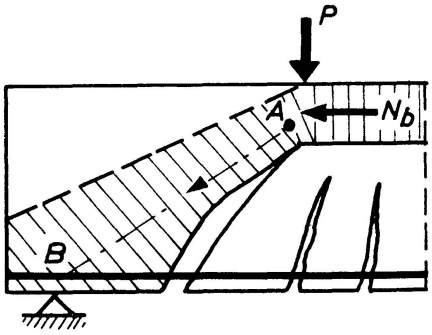

Fig. 4.

Querbewehrung grösser ist als bei der Längsbewehrung. Dieses Gleiten führt zur Verkürzung der gedrückten Betonfasern und letzten Endes zur Verlängerung des Schrägrisses (Fig. 3).

Die zusätzliche Gleitverformung wird durch die Biegung der Druckdiagonale

verursacht. Diese tritt infolge der Rissbildung und des Übergangs des Balkens in einen Bogen oder Rahmen mit Zugglied auf (Fig. 4).

Die Druckresultante N_b hat in der Nähe des Auflagers die Richtung $A\,B$ (Fig. 4). Der mittlere Teil des schraffierten gedrückten Elements hat die Tendenz sich zu heben, was teilweise von der Querbewehrung verhindert wird. Dies erklärt weshalb die Öffnung des Schrägrisses am grössten in halber Höhe desselben ist.

Besteht die Querbewehrung aus vertikalen Bügeln so ist bei grossen τ_0-Werten eine fühlbare Längsverschiebung in der neutralen Achse festzustellen, die die Bügel auf Biegung beansprucht. Dementsprechend wächst die Rissweite.

Um diese Erscheinungen zu berücksichtigen, muss die nach der allgemeinen Theorie in Höhe der Querbewehrung berechnete Rissweite durch Einführung eines Koeffizienten vergrössert werden. Dieser Koeffizient stützt sich auf entsprechende Verformungsannahmen, die dem zusätzlichen Gleiten bei vorherrschender Querkraft Rechnung tragen.

Die Grösstwerte der Rissweiten erhält man meistens in halber Höhe des Schrägrisses, selten in Höhe der Längsbewehrung, auch dann wenn ein Gleiten dieser Bewehrung berücksichtigt wird. Weiter wird die Berechnung der maximalen Weite der Schrägrisse unter Gebrauchslast gezeigt.

3. Berechnung der Weite von Schrägrissen unter Gebrauchslast

Die von der Querkraft verursachten Schrägrisse schneiden sowohl die aufgebogenen Stäbe wie auch die vertikalen Bügel. Es kann angenommen werden, dass die grösste Rissweite sich in Höhe der Resultierenden der von der Querbewehrung aufgenommenen Zugkräfte befindet. Dies entspricht mit genügender Genauigkeit der halben Höhe des Schrägrisses.

Die Berechnung der Rissweite geschieht gesondert für die folgenden beiden Fälle:

— Die Querbewehrung wird von einem einzigen Schrägriss geschnitten.
— Die Querbewehrung wird von zwei Schrägrissen geschnitten.

3.1. Die Querbewehrung wird von einem einzigen Schrägriss geschnitten

Die Rissweite in halber Höhe des Schrägrisses kann aus einer ähnlichen Bedingung wie im Falle der Normalrisse erhalten werden:

$$\alpha_{fi} = (\epsilon_{atm} - \epsilon_{tm})\,\lambda_{ai}\,\sin(\alpha_m^{\mathrm{II}} + \beta_t) \tag{2}$$

die zu folgender Beziehung führt:

$$\alpha_{fi} = \psi_{a\tau}\frac{\bar{\sigma}_{a'}^{\mathrm{II}}}{E_a}\lambda_{ai}\sin(\alpha_m^{\mathrm{II}} + \beta_t)\,. \tag{3}$$

$\lambda_{ai} = \lambda_{ai,1} + \lambda_{ai,2}$ stellt die aktive Haftlänge der Querbewehrung dar (Fig. 5). Für die Bestimmung von $\lambda_{ai,1}$ wird ein Stahlbetonelement betrachtet bei dem ein von der Querkraft verursachter Schrägriss aufgetreten ist (Fig. 5).

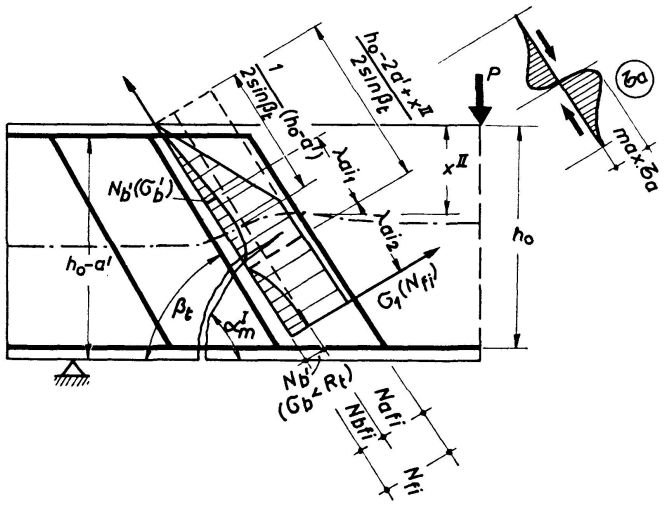

Fig. 5.

Der Wert $\lambda_{ai,1}$ folgt aus der Bedingung:

$$\Delta N_{at} = N'_{bi} = \lambda_{ai,1} u \tau_{am}, \tag{4}$$

wobei N'_{bi} folgende Form hat:

$$N'_{bi} = \frac{2 N_{bfi} \sin\beta_t}{h_0 - a'} \left[\frac{1}{2 \sin\beta_t} (h_0 - 2a' + x^{II}) - \lambda_{ai,1} \right] \tag{5}$$

mit

$$N_{bfi} = b a_t \sin\beta_t R_t. \tag{6}$$

Wird (6) in (5) eingesetzt und die Beziehungen (4) und (5) gleichgesetzt, so erhält man:

$$\lambda_{ai,1} = \frac{h_0 - 2a' + x^{II}}{\frac{3\mu_t}{d_t \beta_{ft}} (h_0 - a') + 2 \sin\beta_t} \tag{7}$$

mit

$$\mu_t = \frac{A_{at}}{b a_t \sin\beta_t}. \tag{8}$$

Der Wert von A_{at} wird im allgemeinen Fall (Querbewehrung bestehend aus Bügeln und aufgebogenen Stäben) aus folgender Beziehung gewonnen:

$$A_{at} = A_{ae} \cos(\beta_e - \beta_t) + A_{ai} \cos(\beta_t - \beta_i), \tag{9}$$

wobei β_t der Winkel zwischen der resultierenden Schnittkraft der Querbewehrung (Bügel und aufgebogene Stäbe) und der Balkenachse ist. Er kann aus der Beziehung

$$\cos\beta_t = \frac{N_{ae} \cos\beta_i}{N_{at}} \tag{10}$$

bestimmt werden. β_e und β_i sind die Winkel zwischen der resultierenden Zugkraft der Bügel bzw. der aufgebogenen Stäbe und der Balkenachse.

Besteht die Querbewehrung nur aus vertikalen Bügeln, so gilt $\beta_t = \beta_e = 90°$, woraus $A_{at} = A_{ae}$ folgt. Sind nur aufgebogene Stäbe vorhanden, so ist $\beta_t = \beta_i$ und $A_{at} = A_{ai}$.

Für β_{ft} gilt:

$$\beta_{ft} = \frac{R_t}{\omega_1 \max \tau_a}. \tag{11}$$

Die β_{ft}-Werte wurden experimentell bestimmt. Es können folgende Werte angenommen werden:

— für glatte Stäbe aus Betonstahl (OB 38)

$$\beta_{ft} = 0{,}5 + \frac{30\,\mu_t}{d_t}, \tag{12}$$

— für Stäbe aus profiliertem Betonstahl (PC)

$$\beta_{ft} = 0{,}35 + \frac{30\,\mu_t}{d_t}. \tag{13}$$

Der Wert von $\lambda_{ai,2}$ wird auf ähnliche Weise bestimmt (Fig. 2a und b):

$$\lambda_{ai,2} = \lambda_{fi} = \frac{1}{\frac{3\,\mu_t}{d_t \beta_{ft}}} \leqq \max \lambda_{ai,2} \tag{14}$$

mit

$$\max \lambda_{ai,2} = \frac{h_0 - x^{\mathrm{II}}}{2 \sin \beta_t}. \tag{15}$$

Ist $\lambda_{ai,2} \geqq \max \lambda_{ai,2}$, so wird die Querbewehrung von einem einzigen Schrägriss geschnitten und für die Berechnung von α_{fi} wird gesetzt: $\lambda_{ai,2} = \max \lambda_{ai,2}$.

Ist $\lambda_{ai,2} < \max \lambda_{ai,2}$, dann wird die Querbewehrung von zwei Schrägrissen geschnitten und für die Berechnung von $\alpha_{fi,1}$ wird $\lambda_{ai,2}$ aus (14) eingesetzt.

Der Faktor $\psi_{a\tau} = k_\tau^{\mathrm{II}} \psi_{ai}$ berücksichtigt die Zusammenarbeit zwischen der Querbewehrung und dem gezogenen Beton und die zusätzlichen Verformungen infolge der Querkraft im Stadium II.

Der Ausdruck für die Berechnung von ψ_{ai} hat folgende Form:

$$\psi_{ai} = 1 - \bar{\beta} \frac{(\lambda_{ai,1} + \lambda_{ai,2})}{2} \frac{u\,R_t}{A_{at}\,\bar{\sigma}_{at}^{\mathrm{II}}}. \tag{16}$$

Für $\bar{\beta}$ können folgende Werte angenommen werden:

— für glatten Betonstahl (OB 38)

$$\bar{\beta} = 0{,}2\,(1 - v), \tag{17}$$

— für profilierten Betonstahl (PC 52 und 60):

$$\bar{\beta} = 0{,}3\,(1 - v), \tag{18}$$

wobei v das Verhältnis zwischen der Dauerlast und der Gesamtlast darstellt.

Der Wert von k_τ^{II} wurde durch Auswertung von Versuchsergebnissen bestimmt, wobei die Gausssche Methode der Bestimmung der wahrscheinlichsten Werte verwendet wurde. So konnten folgende Ausdrücke abgeleitet werden:

— für glatten Betonstahl (OB 38)

$$k_\tau^{\mathrm{II}} = 0{,}5\,\gamma + \delta\,\mu_t, \tag{19}$$

— für profilierten Betonstahl (PC 52 und 60)

$$k_\tau^{\mathrm{II}} = 0{,}35\,\gamma + \delta\,\mu_t \tag{20}$$

mit

$$\gamma = \frac{0{,}6\left(\frac{\tau_0}{R_t}\right)^2 - 0{,}33 + \left[0{,}15\left(\frac{\tau_0}{R_t}\right)^2 - 0{,}33\right]\frac{R_b}{100}}{\left[1{,}05\left(\frac{\tau_0}{R_t}\right)^2 - 1{,}42\right]\left[0{,}9\left(\frac{\tau_0}{R_t}\right)^2 - 1{,}08\right]}, \tag{21}$$

$$\delta = 4\left(72{,}5 - \frac{\tau_0}{R_t}\right) + \left(195 - 132\frac{\tau_0}{R_t}\right)\frac{R_b}{100}, \tag{22}$$

und

$$\tau_0 = \frac{T}{b\,z^{\mathrm{II}}}. \tag{23}$$

Die Spannung in der Querbewehrung im Stadium II wird aus folgendem Ausdruck bestimmt:

$$\bar{\sigma}_{at}^{\mathrm{II}} = \frac{\tau_0 - R_t}{\mu_t}. \tag{24}$$

Der Faktor $\sin(\alpha_m^{\mathrm{II}} + \beta_t)$ dient zur Projektion der mittleren Dehnung der Querbewehrung auf die Normale des Schrägrisses.

Die Neigung des Schrägrisses kann mit der Formel III-2 aus [6] oder aus der Gleichung

$$\operatorname{tg}\alpha_m^{\mathrm{II}} = \frac{h_0 - x^{\mathrm{II}}}{s} \tag{25}$$

bestimmt werden, wo s die Horizontalprojektion derjenigen Geraden ist, die den wahrscheinlichen Bruchschnitt angibt:

$$s = \sqrt{\frac{0{,}15\,b\,h_0^2\,R_i}{q}}. \tag{26}$$

Der Wert $q = q_e + q_i \sin\beta_i$ stellt die Vertikalprojektion der Zugkräfte, bezogen auf die Längeneinheit in Balkenachse, dar.

3.2. Die Querbewehrung wird von zwei Schrägrissen geschnitten

In diesem Fall müssen die Weiten beider Risse bestimmt werden. Dafür gilt das Rechenschema aus Fig. 2. Man erhält:

— für den ersten Riss:

$$\alpha_{fi,1} = \psi_{a\tau} \frac{\bar{\sigma}_{at}^{\mathrm{II}}}{E_a} \lambda_{ai} \sin(\alpha_{m,1}^{\mathrm{II}} + \beta_t) \tag{27}$$

mit

$$\lambda_{ai} = \lambda_{ai,1} + \frac{\lambda_{fi}}{2}, \tag{28}$$

wobei $\lambda_{ai,1}$ aus Gleichung (7) und λ_{fi} aus Gleichung (14) zu bestimmen sind;

— für den zweiten Riss:

$$\alpha_{fi,2} = \psi_{a\tau} \frac{\bar{\sigma}_{at}^{\mathrm{II}}}{E_a} \lambda_{fi} \sin(\alpha_{m,2}^{\mathrm{II}} + \beta_t). \tag{29}$$

Der Koeffizient $\psi_{a\tau}$ wird genau so wie im ersten Fall bestimmt.

4. Vergleich der Versuchsergebnisse mit den theoretischen Werten

Um eine Vergleichsbasis zu haben wurden für die vier untersuchten Balken die Rissweiten nach Formel (3) berechnet.

Tabelle 1. Vergleich der gemessenen Rissweiten mit den berechneten Werten

Element	Betonfestigkeiten daN/cm^2 R_b/R_t	Querbewehrung	μ_t%	Rissweiten α_{fi} (1/100 mm)				
				Gemessene Werte	Rechenwerte			
					Formel (3)	Δ %	SNiP IIC-1.62 u. RGW-Norm	Δ %
A-01	315/21	Bügel ⌀ 6/10,5 cm Aufgebogene Stäbe 1 ⌀ 12 $A_{ai} = 1{,}13$ cm²	0,47	24,0	23,5	+2,13	23,7	+1,20
A-03	310/20,9	Bügel ⌀ 6/9 cm Aufgebogene Stäbe 1 ⌀ 14 $A_{ai} = 1{,}54$ cm²	0,57	19,0	18,8	+1,06	19,4	−2,00
A-04	290/20,4	Bügel ⌀ 6/10,5 cm Aufgebogene Stäbe 2 ⌀ 12 $A_{ai} = 2{,}26$ cm²	0,57	19,5	22,2	−12,00	24,0	−18,00
A-06	310/20,6	Bügel ⌀ 6/7 cm Aufgebogene Stäbe 1 ⌀ 16 $A_{ai} = 2{,}01$ cm²	0,75	20,5	21,6	−5,10	16,3	+25,00

Tabelle 1 enthält die unter Gebrauchslast gemessenen Weiten der Schrägrisse, die mit (3) erhaltenen Werte wie auch diejenigen, die aus den sowjetischen Normen SNiP II C-1.62 bzw. den RGW-Normen (Normen des Rates für gegenseitige Wirtschaftshilfe) folgen.

Es ist ersichtlich, dass Formel (3) genügend genaue Werte gibt.

5. Schlussfolgerungen

Die theoretischen und experimentellen Untersuchungen des Verfassers führen zu folgenden Schlüssen was die von der Querkraft verursachten Schrägrisse anbelangt:

a) Für die Balkenabschnitte mit vorherrschender Querkraft genügt es nicht, die Querbewehrung auf Grund der Festigkeitsberechnung zu bestimmen. Man muss die Weite der Schrägrisse rechnerisch prüfen. In den meisten Fällen ist diese Berechnung für die Wahl der Querbewehrung ausschlaggebend.

b) Die Berechnung der Rissweiten ist in folgenden Fällen für die Bemessung ausschlaggebend:

— wenn μ_t einen gewissen Grenzwert unterschreitet;
— wenn Querbewehrung hoher Güte verwendet wird;
— wenn die Betongüte klein ist;
— wenn für die Querbewehrung dicke Stäbe vorgesehen sind.

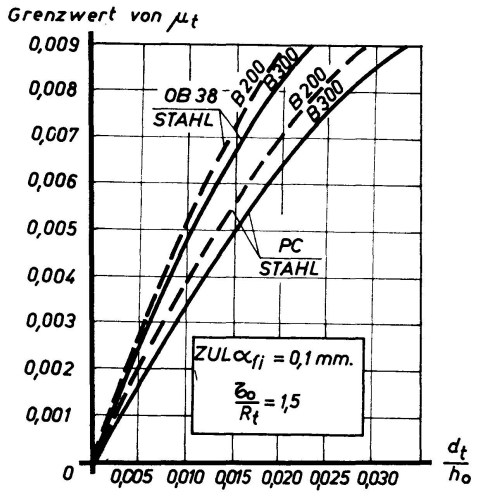

Fig. 6.

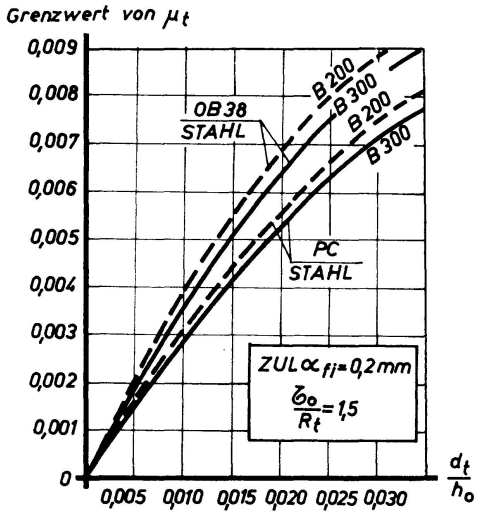

Fig. 7.

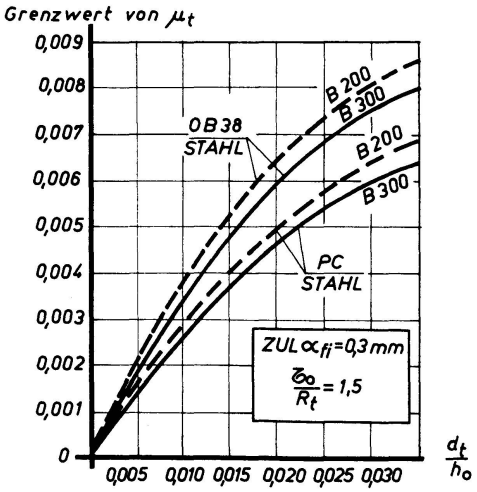

Fig. 8.

Die Fig. 6, 7 und 8 geben die Werte μ_{tlim} für die Wahl der Querbewehrung, wenn für zul α_f 0,1 mm, 0,2 mm bzw. 0,3 mm vorgesehen ist.

c) Die Auswertung der Versuche ergab, dass k_τ^{II} keine konstante Grösse ist, wie dies in einigen Normen [10], [12] angenommen wird. Er hängt von folgenden Parametern ab:

— Grösse der Querkraft $\left(\frac{\tau_0}{R_t}\right)$;
— Prozentsatz der Querbewehrung (μ_t %);
— Betongüte (R_b).

6. Bezeichnungen

A_a	Querschnitt der Längszugbewehrung
A_{at}	Querschnitt der Schubbewehrung, die vom schrägen Riss geschnitten wird
$A_{ae} = n A_a$	Querschnitt der Bügel, die vom schrägen Riss geschnitten werden
A_{ai}	Querschnitt der aufgebogenen Stäbe, die vom schrägen Riss geschnitten sind
a	Abstand vom Schwerpunkt der Zugbewehrung zum Zugrand des Balkens
a_t; a_e; a_i	Horizontaler Abstand der Querbewehrung, beziehungsweise der Bügel und der aufgebogenen Stäbe
b	Breite des Querschnitts
d_t, d_e, d_i	Durchmesser der Querbewehrung, der Bügel und der aufgebogenen Stäbe
E_a	Elastizitätsmodul des Stahls
E_b	Elastizitätsmodul des Betons
h	Balkenhöhe
$h_0 = (h - a')$	Nutzhöhe
M_z	Biegemoment
M_f	Aufnehmbares Rissmoment im Schrägschnitt
M_a; M_a^{II}	Momentenanteil der Zugbewehrung im allgemeinen bzw. im Rissschnitt, Stadium II
M_{at}	Momentenanteil der Querbewehrung nach der Rissbildung
N_{fi}	Normalkraft im Schrägschnitt beim Auftreten der Risse
N_{bfi}; N_{afi}	Normalkraft im gezogenen Beton, beziehungsweise in den aufgebogenen Stäben beim Auftreten der geneigten Risse
N_a; N_{at}; N_{ai}; N_{ae}	Zugkraft in der Längsbewehrung, in der Querbewehrung, in den aufgebogenen Stäben, in den lotrechten Bügeln
$n = \frac{E_a}{E_b}$	Verhältnis der E-Moduln von Stahl und Beton
$R_t = 3{,}5 \frac{M}{b h^2}$	Zugfestigkeit des Betons

T_z	Querkraft
u	Umfang des Querschnitts der Zugstäbe
x; x^{I}; x^{II}	Höhe der Betondruckzone im allgemeinen, im Stadium Ia und im Stadium II
z^{II}	Hebelarm der inneren Kräfte im Stadium II
z_{at}	Hebelarm zwischen der Querbewehrung und der Resultante der Druckkraft im Beton
z	Abszisse eines laufenden Querschnitts
α_m; α_m^{I}; α_m^{II}	Mittlere Neigung der Risse im allgemeinen, bei ihrem Auftreten (im Stadium Ia) beziehungsweise im Stadium II
α_f; α_{fi}	Rissweite in der Höhe der Zugbewehrung und in halber Höhe der Schrägrisse
β_t	Neigung der Querbewehrungsstäbe
β_f; $\bar{\beta}$	Unterschiedliche Koeffizienten für die Berechnung von λ_f und α_f
λ_{fi}	Rissabstand bei Biegung mit Querkraft
λ_{ai}	Aktive Länge der Bewehrung beim Auftreten der geneigten Risse bei Biegung mit Querkraft
ω_1	Vollheitsgrad des τ-Diagramms
ψ_{ai}	Koeffizient, der das Zusammenwirken des Zugbetons und der Zugbewehrung zwischen den Rissen kennzeichnet
$\mu = \frac{A_a}{b\,h_0}$; $\mu_1 = \frac{A_a}{b\,h}$	Bewehrungsgrade der Längsbewehrung
$\mu_t = \frac{A_{at}}{b\,a_t \sin\beta_t}$; $\mu_i = \frac{A_{ai}}{b\,a_i \sin\beta_i}$; $\mu_e = \frac{A_{ae}}{b\,a_e}$	Bewehrungsgrade der Querbewehrung
σ_b'	Betonzugspannung
σ_{at}; σ_{ai}; σ_{ae}	Zugspannung in der Querbewehrung, in den aufgebogenen Stäben, in den Bügeln
τ_0; τ_{0f}	Schubspannung in Höhe der Nullinie im Stadium II; beim Auftreten der Risse im Stadium Ia
τ_{as}; τ_{am}	Haftspannung im Schnitt mit der Abszisse s; Mittelwert der Haftspannung
τ_{am}^{II}; $\bar{\tau}_{am}^{\mathrm{II}}$	Mittlere Haftspannung im Stadium II, beziehungsweise im Gebrauchszustand

7. Literatur

1. Avram, C., Deutsch, I., Filimon, I., Mihăescu, A.: Espacement et ouverture des fissures des éléments prismatiques en béton armé soumis à la torsion pure. Documentation préliminaire 11e Session plénière CEB Bruxelles, Octobre 1966.
2. Leonhardt, F., Walter, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung D.A. f. St. Heft 151, Berlin 1962.
3. Rüsch, H.: Le problème de la résistance à l'effort tranchant en béton armé. Bulletin d'information No. 40, CEB, Janvier 1964.

4. DEUTSCH, I.: Conţributii la studiul fisurării elementelor de beton armat solicitate la încovoiere cu forţă tăietoare (Beitrag zum Studium der Rissbildung von auf Biegung mit Querkraft beanspruchten Stahlbetonelementen) (Dissertation), Timişoara 1970.
5. DEUTSCH, I.: Influenţa forţei tăietoare asupra rezistenţei zonei întinse de beton la elemente de beton armat încovoiate (Der Einfluss der Querkraft auf die Festigkeit der Biegezugzone von Stahlbetonelementen). Buletinul Stiinţific şi Tehnic al IPT seria Construcţii Tom 15 Fascicola 2, Iulie – Decembre 1970.
6. DEUTSCH, I.: Contributions to the analysis of Cracking in Reinforced Concrete Members Subjected to Bending and Shear, CEB Commission «Effort Tranchant», Paris, Mars 1971.
7. ***: STAS 8000 – 67 (Rumänien).
8. ***: DIN 1045.
9. ***: Règles B.A. 1960.
10. ***: Betonnîe i jelezobetonnîe konstrukţii Normî proektirovaniia, SNiP II C-1.62.
11. ***: A.C.I. Standard Building Code Requirement for Reinforced Concrete (ACI 318–63).
12. ***: Norme de proiectare a elementelor din beton şi beton armat; recomandări pentru standardizare CPC – CAER 1963.

Zusammenfassung

Für Stahlbetonbauteile, die von Biegemomenten und grossen Querkräften beansprucht werden, hat die Theorie der Rissbildung noch kein zufriedenstellendes Stadium erreicht. Die Schwierigkeit des Problems beruht auf der Tatsache, dass der Effekt des Biegemomentes schwer von dem der Querkraft zu trennen ist.

In der vorliegenden Arbeit wird eine allgemeine Theorie der Bildung von Rissen infolge Querkraftbeanspruchung, in der Nähe der Auflager von Balken mit grossem $\left(\frac{T h_0}{M}\right)$-Verhältnis, entwickelt. Es werden auch Beziehungen für die Bestimmung der Rissweiten abgeleitet. Der abschliessende Teil der Arbeit enthält Empfehlungen bezüglich der Projektierung und Wahl der Querbewehrung, so dass die Rissweiten die zulässigen Normenwerte [7], [8], [9], [10] nicht überschreiten.

Summary

The theory of the outset and development of cracks in reinforced concrete members subjected to bending and large shear forces, is far from having attained a satisfactory stage. This problem is generally an intricate one, since it is difficult to separe the effect of the bending moment from that of the shear force.

A general theory on the outset and development of shear cracks in the proximity of the beam supports is presented for the case of great "shear slenderness ratios" $\left(\frac{T h_0}{M}\right)$. Design relationships, as well as practical recommen-

dations for a suitable choice of the transversal reinforcement – in order that the crack width under service loads cannot exceed the values stipulated by the specifications [7], [8], [9], [10] – are given in the final part of the paper.

Résumé

La théorie de la formation et du développement des fissures dans les éléments en béton armé soumis à la flexion avec des efforts tranchants importants, est encore loin d'avoir atteint un niveau satisfaisant. En général, ce problème est complexe, parce qu'il est difficile de séparer l'effet du moment fléchissant de celui de l'effort tranchant. Dans cet article on présente une théorie générale pour le procès d'apparition et de développement des fissures dues à l'effort tranchant dans la proximité des appuis de la poutre, sous l'hypothèse de grands «élancements de cisaillement» $\left(\frac{T h_0}{M}\right)$. Dans la partie finale de l'article, on donne des relations de calcul, aussi bien que des recommandations pratiques pour le choix de l'armature transversale, de sorte que la largeur des fissures sous les charges de service reste inférieure à celles admises par les normes [7], [8], [9], [10].