Zur Frage der näherungsweisen Ermittlung von Zwangsschnittgrössen

Autor(en): **Kordina, Karl**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen**

Band (Jahr): **6 (1970)**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-7809

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Zur Frage der näherungsweisen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen

Approximated Computation Method of Restraint Forces

Calcul approximatif des hyperstatiques dues aux déplacements d'appuis

KARL KORDINA
Braunschweig
Deutschland

1. Einleitung und Aufgabenstellung

Im modernen Spannbetonbrückenbau ist die Berücksichtigung von Zwangwirkungen selbstverständlich. Die Auswirkungen von behinderten Temperatur-oder Schwindverformungen und von Setzungsdifferenzen benachbarter Widerlager werden rechnerisch verfolgt und bei Bemessung und Bewehrungsführung berücksichtigt. Im Hoch-und Industriebau hingegen wurden bisher Zwangwirkungen vielfach vernachlässigt, obwohl in einer Vielzahl von Schadensfällen vor allem der Gebrauchswert dieser Bauwerke beeinträchtigt wurde. Der Grund hierfür scheint darin zu liegen, daß die wirklichkeitsnahe Ermittlung der Zwangschnittgrößen bei Stahlbetonbauten infolge der ungleichmäßigen Steifigkeitsänderungen durch die Rißbildung langwierig ist und über die Berücksichtigung von Zwangschnittgrößen bei der Bemessung vielfach Unklarheit besteht: Zwangwirkungen werden ja bei Annäherung an den Erschöpfungszustand abgemindert, während Lastschnittgrößen stets voll aufzunehmen sind, - allenfalls umgelagert werden. Die Möglichkeit, Zwangschnittgrößen wie Lastschnittgrößen mit Querschnittswerten nach Zustand I zu ermitteln und bei der Bemessung in gleicher Weise zu berücksichtigen, führt zu so offensichtlich unwirtschaftlichen Lösungen, daß man das andere Extrem bevorzugte und Zwangwirkungen vielfach vernachlässigte.

In der vorliegenden Studie werden vereinfachte Berechnungsverfahren zur Ermittlung von Zwangschnittgrößen in Stahlbetonbauwerken des Hoch-und Industriebaues angegeben und wird die Berücksichtigung von Zwangschnittgrößen bei der Bemessung diskutiert. Veranlaßt wurde diese Arbeit durch die Neufassung von DIN 1045 - Bemessung von Stahlbetonbauteilen - wo für bestimmte Fälle die Erfassung der Zwangschnittgrößen gefordert wird.

Zwangschnittgrößen beeinflussen vor allem den Gebrauchszustand von Massivbauwerken, dagegen in geringerem Maße deren Standsicherheit. Die Vernachlässigung von Zwangschnittgrößen bei der Bemessung macht sich vorzugsweise bemerkbar durch unerwünschte Risse, die zu einer Beeinträchtigung der Nutzung des Bauwerks - z.B. Undichtigkeit

von Behältern - , zu einer Schmälerung der Dauerhaftigkeit infolge erhöhter Korrosionsgefahren und zu Schönheitsfehlern - etwa bei Sichtbetonflächen - führen können. Eine Beeinträchtigung der Standsicherheit durch Nichtberücksichtigung von Zwangschnittgrößen wird dagegen selten beobachtet, weil Zwangschnittgrößen bei Annäherung an den Erschöpfungszustand im untersuchten Bauteil infolge der dann gegebenen höheren Verformbarkeit in der Regel abgebaut werden. Bei der rechnerischen Behandlung von Zwangschnittgrößen geht man daher im allgemeinen vom Gebrauchszustand aus; dies ist bei der Bemessung zu beachten, weil neuere Bemessungsverfahren meist auf den Erschöpfungszustand abstellen.

2. Zwangschnittgrößen im rissefreien Bauwerk

In diesem Falle erfolgt die Berechnung sämtlicher Schnittgrößen nach Zustand I; um eine hinreichend hohe Sicherheit gegenüber unerwünschter Rißbildung zu erhalten, ist normalerweise Vorspannung erforderlich. Die Veränderung der Zwangschnittgrößen durch Kriechen ist zu beachten; bei der Bemessung sind die Zwangschnittgrößen den gleichzeitig wirkenden Lastschnittgrößen zu überlagern. Überlegungen dieser Art sind für den Entwurf von Brückenüberbauten oder Behältern aus Spannbeton kennzeichnend. Die Betonzugfestigkeiten bzw. Biegezugfestigkeiten dürfen nicht überschritten werden; die nach Zustand I ermittelten und für die Analyse des statisch unbestimmten Systems benötigten Biegesteifigkeiten dürfen nicht abgemindert werden.

Die Berechnung der Zwangschnittgrößen erfolgt somit unter Anwendung der auch für die Ermittlung der Lastschnittgrößen benutzten Grundlagen und bedarf keiner weiteren Erläuterung. Es erscheint aber statthaft, die Zwangschnittgrößen bei der Bemessung gegenüber den Lastschnittgrößen mit geringerem Gewicht zu berücksichtigen, was bisher vielfach bauaufsichtlich nicht zugestanden wird.

Wird von einer Aufspaltung der gebräuchlichen globalen Sicherheitsbeiwerte Gebrauch gemacht, wurden folgende Ansätze empfohlen [1,2,3,4]:

	Lastschnittgrößen	Zwangschnittgrößen
Unsicherheit der Last	1,15	1,00
" der Lastermittlung	1,15	1,15
Unsicherheit der Baustoffgüte	1,10	1,10
" " Bauausführung	1,20	1,20
Gesamt-Sicherheitsbeiwert	1,75	1,50

3. Zwangschnittgrößen bei mäßiger Rißbildung - Normalfall für Stahlbetonbauwerke

3.1 Umfang der Untersuchungen

In diesem Falle sollte das für die Ermittlung der Lastschnittgrößen benutzte Rechenverfahren möglichst auch für die Bestimmung der Zwangschnittgrößen angewendet werden können, trotzdem aber den steifigkeitsmindernden Einfluß der Rißbildung berücksichtigen. Dies wird ermöglicht, wenn es gelingt, jeweils für einzelne Tragwerksteile Abminderungsbeiwerte der Steifigkeiten anzugeben. Dieser Versuch scheint aussichtsreich zu sein, weil sich die hier maßgebende Verdrehung der Endquerschnitte aus einer Integration über die gesamte Bauteillänge ergibt, wobei die stark unterschiedlichen Verkrümmungen der Einzelquerschnitte ausgeglichen werden.

Um die Möglichkeit dieser Lösung zu überprüfen, wurden einige typische Beanspruchungszustände und Bauteile ausgewählt und im Hinblick auf die Auswirkungen eines Zwanges studiert. Als Zwangwirkungen wurden Temperaturgradienten eingesetzt, wobei in getrennten Untersuchungen von einer Erwärmung der Bauteilunter- bzw. -oberseite ausgegangen wurde. Außerdem wurden die Auswirkungen von Setzungsdifferenzen studiert. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen können auch dazu herangezogen werden, den Einfluß von Schwindverformungen großer Flachdecken auf die Biegemomente in den zugehörigen Stützen abzuschätzen, wobei der Lastfall Biegung mit Achsdruck zugrunde zu legen wäre.

Die vorliegende Untersuchung erstreckt sich auf Rechteckbalken und Plattenbalken mit konstantem Querschnitt, wobei überwiegend beidseitige starre Einspannung vorausgesetzt wurde. Weil das Superpositionsgesetz nicht gilt, mußte eine gleichzeitig wirkende äußere Last vorgegeben werden; als Lastschnittgröße wurde jeweils ein Moment aus gleichmäßig verteilter Last und - in einer ausgewählten Anzahl von Fällen - eine zusätzliche Längsdruck- oder Längszugkraft eingeführt.

3.2 Rechengrundlagen und Rechengang

Als Rechengrundlagen dienten eine parabelförmige, nichtlineare Spannungsdehnungslinie des Betons für Kurzzeitbelastung sowie eine bilineare Spannungsdehnungslinie für Betonstahl (Bild 1). Es wurde Beton mit einem Mittelwert der Würfeldruckfestigkeit von 300 kp/cm² sowie Betonstahl mit einer Fließgrenze von 4200 kp/cm² vorausgesetzt. Die Mitwirkung des Betons auf Zug wurde nur bis zum Erreichen einer von der Art der Beanspruchung abhängigen Randspannung angenommen; nach Eintritt einer Rißbildung wurde der Beton zwischen den Rissen als nicht mitwirkend angesehen.

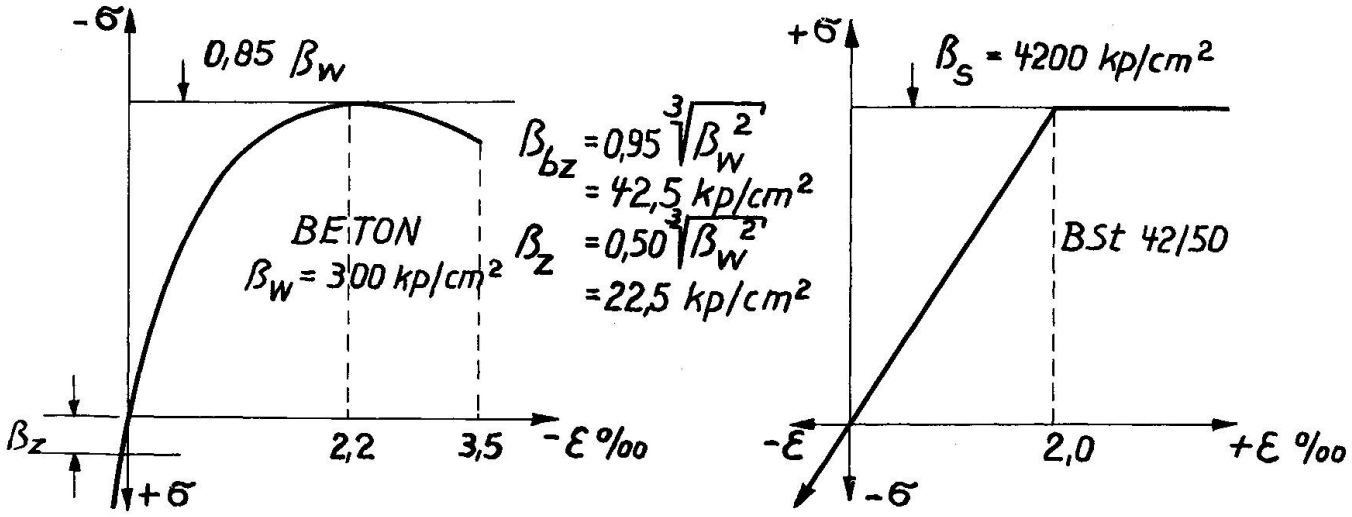
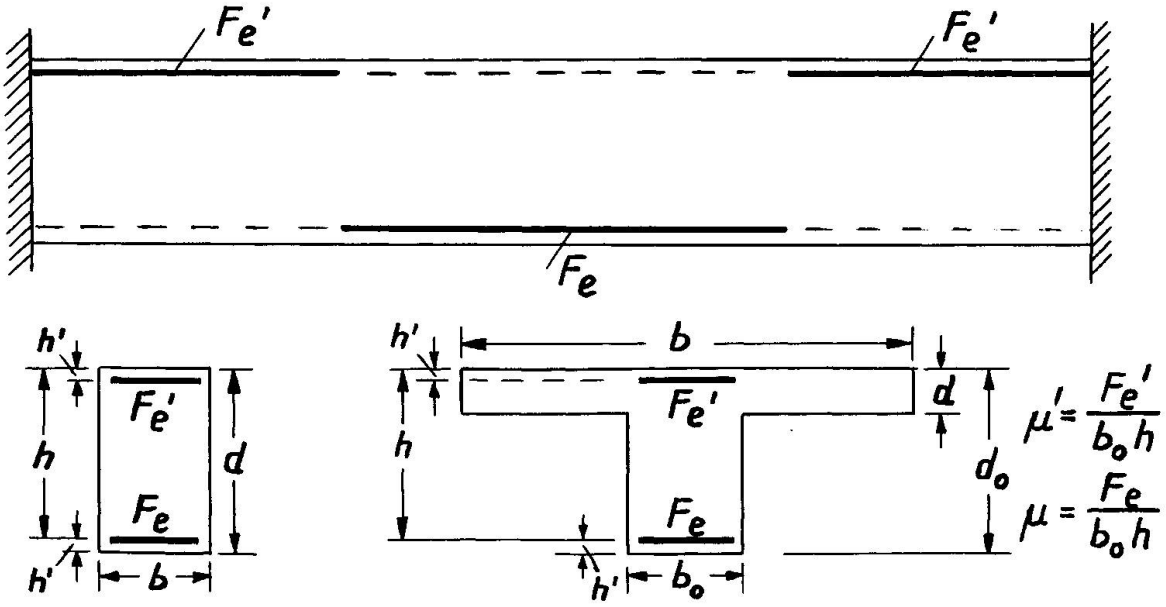


Bild 1

Die untersuchten Querschnittsformen sind in Bild 2 wiedergegeben. Die Bewehrung der Ober-bzw. Unterseite der Balken wurde zwischen den Einspannquerschnitten und den Momentennullpunkten jeweils als konstant vorausgesetzt. Dies dürfte eine gegenüber der gebräuchlichen Bewehrungsführung (Staffelung der Stütz-und Feldbewehrung, aber Weiterführen eines Bewehrungsteiles über die Momentennullpunkte hinaus) vertretbare Näherung darstellen. Das Verhältnis zwischen Stütz-und Feldbewehrung wurde variiert. In einigen Sonderfällen und bei Biegung mit Längskraft wurde auf beiden Balkenseiten eine durchgehende oder gestaffelte Bewehrung vorausgesetzt.



h'/h = 0,1

d/do = 0,2
h'/h = 0,1

b/bo = 4

Bild 2

Bild 3 zeigt schematisch die untersuchten Zwangwirkungen und Lagerungsbedingungen:

Temperaturgradienten: $+\Delta T$ $-\Delta T$ $\Delta T = \pm$ 15, 20, 25°C

Setzungsdifferenzen: Δs = L/300; L/500; L/1000
bei d/L = 1/20

Statische Systeme:

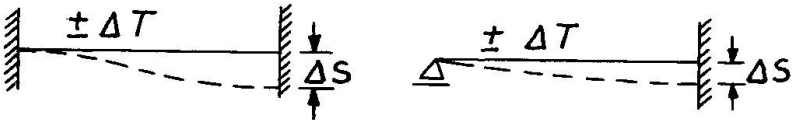


Bild 3

Das Ziel der vorliegenden Studie ist, Beiwerte zu ermitteln, die in Verfahren der Elastizitätstheorie zur Ermittlung von Zwangschnittgrößen eingeführt werden können, um wirklichkeitsnahe Ergebnisse herbeizuführen. Lösungen auf der Grundlage der Elastizitätstheorie legen i.d.R. Zustand I zugrunde, weswegen die gesuchten Beiwerte als Verhältnis $c = (E \cdot J)_w / (_b \cdot J_b)$ ausgedrückt wurden, wobei der Index w "wirksam" bedeuten soll. Ein Beispiel soll dies erläutern:

Berechnung eines Zwangmomentes M_z infolge eines Temperaturgradienten nach E-Theorie:

$$M_z^I = \gamma \frac{\alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_b \cdot J_b}{d}$$

Hierin ist γ ein von den Lagerungsbedingungen der Stabenden abhängiger Wert, der beispielsweise beim beiderseits starr eingespannten Balken zu 1,0 wird.

Mit Hilfe der zu ermittelnden Beiwerte c ergibt sich hingegen für Zustand II:

$$M_z^{II} = \gamma \cdot \frac{\alpha_T \cdot \Delta T \cdot (E \cdot J)_w}{d} = M_z^I \cdot c$$

Der Beiwert c reduziert somit die Biegesteifigkeit des ungerissenen Betonquerschnitts $(E_b \cdot J_b)$ auf den für den betrachteten Lastfall bzw. Zwang maßgebenden Wert $(E \cdot J)_w$.

In Bild 4 sind die wichtigsten Ergebnisse für einen der untersuchten Bewehrungsgehalte dargestellt. Das bezogene Moment $m_{st,q} = M/b \cdot h^2 \cdot Bn$ entspricht dem Stützmoment aus äußerer Last q, nach Elastizitätstheorie für Zustand I ermittelt (vergl. Bild 3, beiderseitige Einspannung). Als Betongüte wurde die 5%-Fraktile der Würfelfestigkeit Bn eingeführt, hier 250 kp/cm². Die Ordinatenwerte c entsprechen jedoch den Steifigkeitsverhältnissen im oben angedeuteten Sinne, die sich bei zusätzlicher Wirkung des untersuchten

Zwangmomentes einstellen. Aus diesem Grunde reichen die Kurven $c = f(m_q, m_z)$ nicht bis m_U heran. (m_U = bezogenes Bruchmoment).

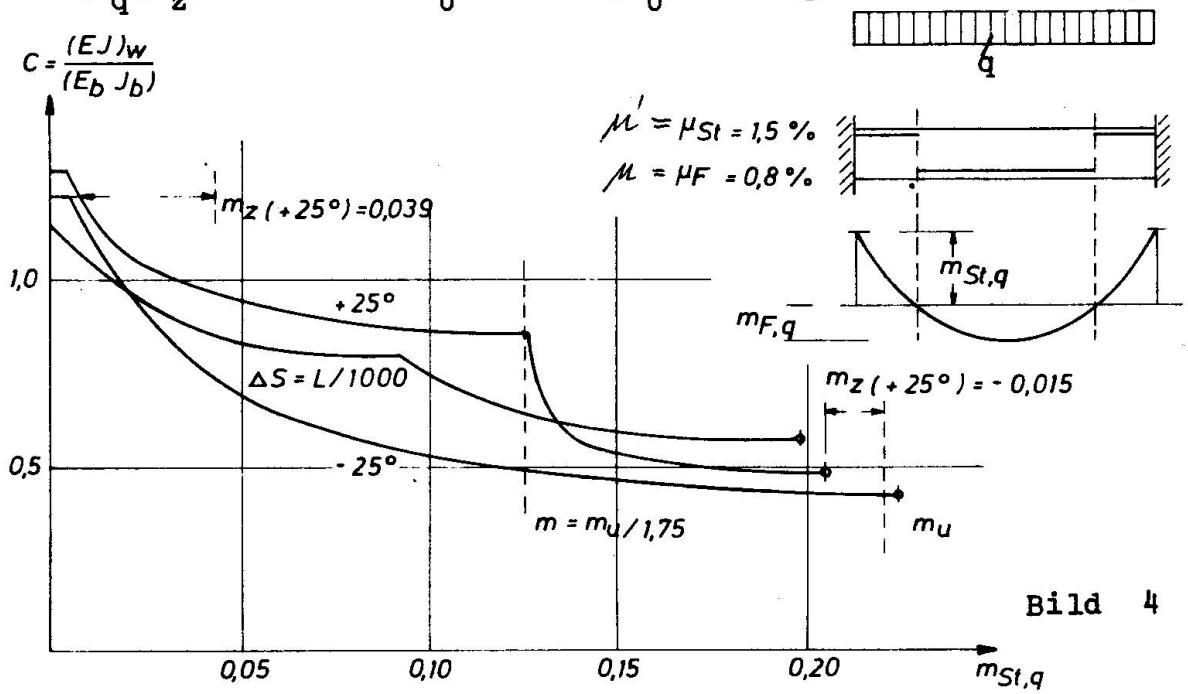


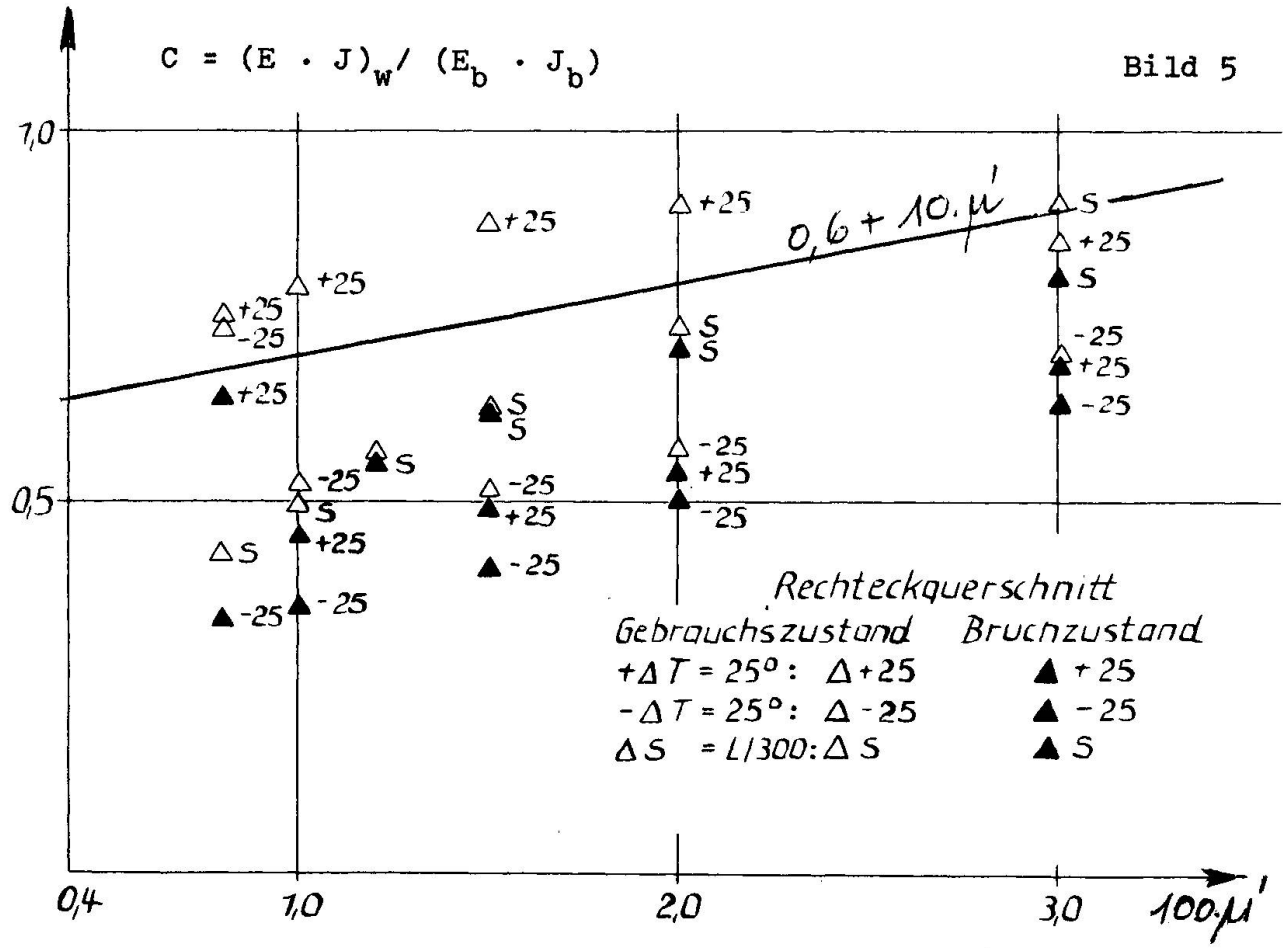
Bild 4

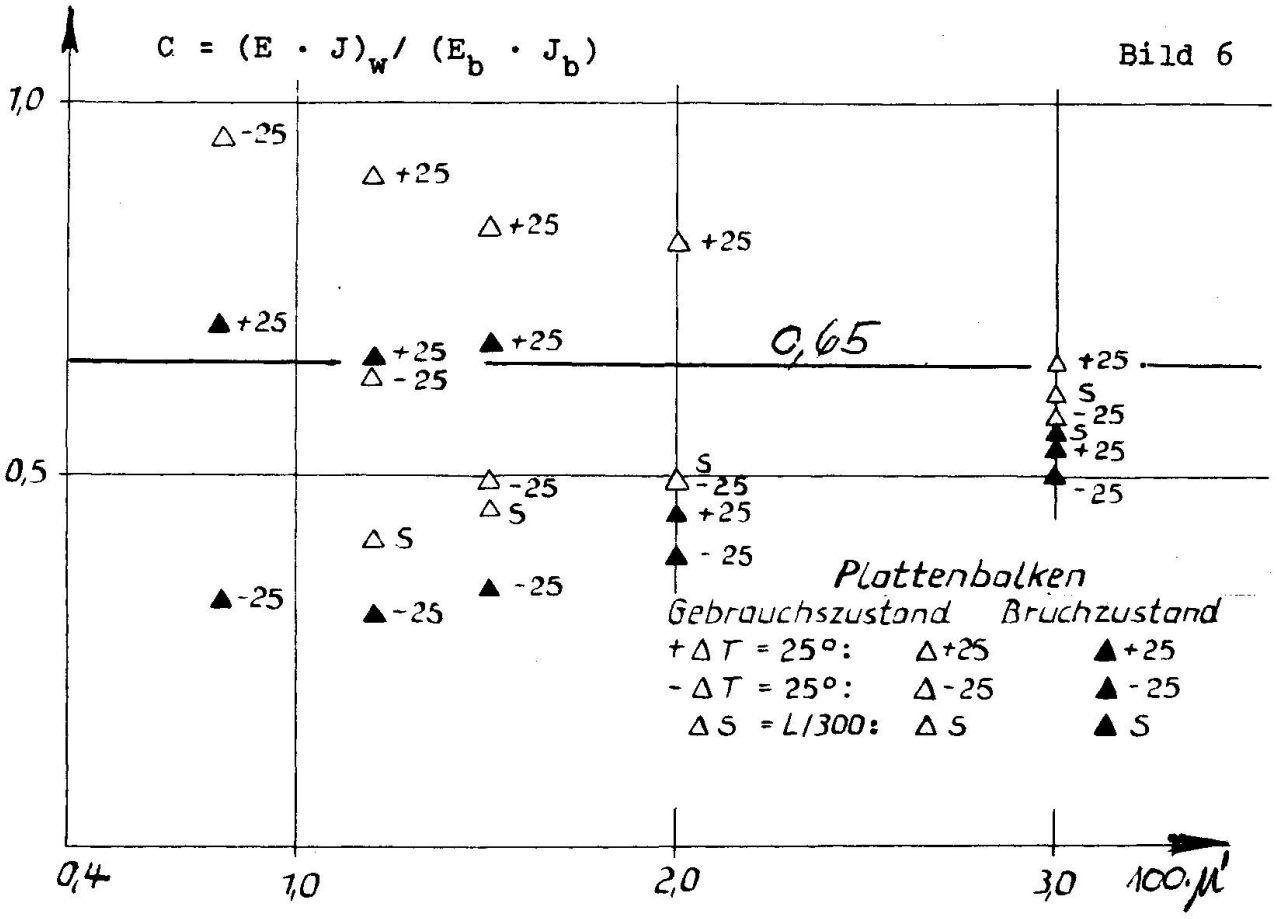
Der flache Verlauf von $c = f(m_q, m_z)$ im Bereich der Gebrauchsbeanspruchung läßt die vorteilhafte Tatsache erkennen, daß c bei überwiegenden Lastschnittgrößen von m_q nur sehr wenig abhängt. Das bezogene Zwängungsmoment m_z verändert sich im Beispiel von Bild 4 bei $+\Delta T = 25°C$ insgesamt nur von $m_z = 0,039$ für $m_q = 0$ auf $m_z = 0,015$ für $m_q \approx m_U$. Die Veränderung der Beiwerte c in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und -verteilung auf Stütz-und Feldbereich ist ebenfalls nicht erheblich, weswegen eine Neuberechnung der Zwangschnittgrößen im Falle einer zu ihrer Abdeckung erforderlichen nachträglichen Bewehrungsverstärkung und der damit verbundenen Steifigkeitserhöhung in der Regel unterbleiben kann.

Die Bilder 5 und 6 zeigen eine Zusammenfassung der Ergebnisse, bezogen auf Rechteckbalken bzw. Plattenbalkenquerschnitte unter Biegebeanspruchung und gleichzeitiger Zwangeinwirkung. Zu beachten ist, daß in diesen Bildern Angaben für die Werte c im Gebrauchszustand ($m = m_U/1,75$) und für den Erschöpfungszustand enthalten sind.

Bei kleinen Bewehrungsgehalten ergeben sich je nach Art der Zwangwirkung teilweise sehr unterschiedliche Werte c, wodurch die Angabe eines einheitlichen Beiwerts erschwert wird. Zwangschnittgrößen hängen aber entscheidend von der Belastungsgeschichte ab; ihre Höhe wird weitgehend von der größten vorangegangenen Beanspruchung des Bauteils bestimmt. Die vorliegenden Rechenergebnisse setzen gleichzeitiges Auftreten von Last und Zwang voraus; geht die Belastung dem Zwang zeitlich voraus, werden vor allem die vergleichsweise hohen Werte c in diesem Bereich abgemindert, was der angestrebten Vereinfachung zugute kommt.

Einige Ergebnisse wie in den Bildern 5 und 6 gezeigt, wurden auch für die Beanspruchungszustände Biegung mit Längsdruck bzw. Längszug erarbeitet.


C = (E · J)w / (Eb · Jb)
Bild 5
1,0
0,5
0,4
1,0
2,0
3,0
100·μ'
0,6 + 10·μ'
Rechteckquerschnitt
Gebrauchszustand
Bruchzustand
+ΔT = 25°: Δ+25
-ΔT = 25°: Δ-25
ΔS = L/300: ΔS
▲+25
▲-25
▲S


C = (E · J)w / (Eb · Jb)
Bild 6
1,0
0,5
0,4
1,0
2,0
3,0
100·μ'
0,65
Plattenbalken
Gebrauchszustand
Bruchzustand
+ΔT = 25°: Δ+25
-ΔT = 25°: Δ-25
ΔS = L/300: ΔS
▲+25
▲-25
▲S

3.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die rechnerischen Untersuchungen sind begreiflicherweise sehr umfangreich und noch nicht abgeschlossen. Schon jetzt läßt sich aber sagen, daß für die überwiegende Zahl üblicher Fälle des Hoch-und Industriebaues die Angabe einheitlicher Abminderungsbeiwerte, gültig für einen ganzen Tragwerksabschnitt, bei gegenüber den Zwangschnittgrößen überwiegenden Lastschnittgrößen möglich ist.

Für die Ermittlung der Zwangschnittgrößen können auf Grund der vorliegenden Untersuchungen vorläufig die nachfolgend angegebenen Abminderungsbeiwerte c empfohlen werden:

	Beiwerte $c = (E.J)_w / (E_b.J_b)$ für Gebrauchszustand	
	Rechteckquerschnitt	Plattenbalken
Biegung mit Achsdruck (annähernd konstante, symmetr. Bewehrung)	$0{,}6 + 15(\mu + \mu')$	-
Biegung (einseitige Bewehrung, $\mu' = Fe'/b_o.h$ Bewehrungsgehalt der Zugseite im Einspannquerschnitt)	$0{,}6 + 10.\mu'$	0,65
Biegung mit Achszug (annähernd konstante, symmetr. Bewehrung)	$0{,}2 + 15(\mu + \mu')$	-

Die vorstehend genannten Beiwerte c sind auf mittlere Betongüten und normale Bewehrungsgehalte aus BSt 42/50 abgestellt. Ist bei den Lastfällen Biegung mit Längskraft die Bewehrung der Querschnittsseiten nicht konstant oder nicht symmetrisch, ist ein Mittelwert für $(\mu + \mu')$ unter Berücksichtigung der Verteilung der Bewehrung über die Bauteillänge zu bilden.

Unterschiede innerhalb des Berechnungsverfahrens danach, ob die Zwangwirkungen den Lastwirkungen entgegengesetzt gerichtet sind oder die Lastwirkungen erhöhen, wurden - im Gegensatz zu DIN 1045 - nicht gemacht, weil in der Mehrzahl aller Fälle innerhalb eines Bauteils beides eintritt und der Konstrukteur überfordert wäre, wenn er gesonderte Überlegungen zu dieser Frage anstellen müßte. Die für den Gebrauchszustand genannten Ansätze führen innerhalb der durch den Sicherheitsbeiwert gedeckten Schwankungsbreite zu brauchbaren Werten für die Zwangschnittgrößen.

An die Beschränkung der Rißbreite durch Beachtung der zulässigen Größtdurchmesser der Bewehrungsstäbe wird erinnert!

Auch bei Stahlbetonbauteilen wird man bei der Bemessung von der Vorstellung ausgehen, daß die Zwangschnittgrößen mit geringerem Gewicht berücksichtigt werden dürfen wie die Lastschnittgrößen. Wird eine Aufspaltung des globalen Sicherheitsbeiwertes zugrundegelegt, ist eine Herabsetzung des Gesamtsicherheitsbeiwertes für Zwangschnittgrößen auf 1,3 - gegenüber einem Gesamtsicherheitsbei-

wert für Lastschnittgrößen von 1,75 - vertretbar. Als Begründung für den gegenüber Abschnitt 2 niedrigeren Wert mag gelten, daß die Versagenswahrscheinlichkeit im vorliegenden Fall geringer veranschlagt werden darf als bei einem Bauwerk, das rissefrei bleiben soll [5]. Die Abminderung der Zwangschnittgrößen durch Kriechen kann zwar in Ansatz gebracht werden, doch ist dies rechnerisch etwas beschwerlich, weil gerissene Querschnitte vorliegen; wirtschaftlich ist durch die Berücksichtigung des Kriechens wohl nur in Ausnahmefällen ein fühlbarer Gewinn zu erzielen.

Zwangwirkungen, die den Lastschnittgrößen entgegengerichtet sind, wird man bei der Bemessung i.a. unberücksichtigt lassen, - es sei denn, die Zwangwirkung ist größer als die Lastschnittgröße infolge min q.

Die Untersuchungen werden fortgesetzt.

Literaturverzeichnis:

[1] Rüsch, H.: "Der Einfluß des Sicherheitsbegriffs" Schweizer Archiv, H.3, 1954

[2] Kordina, K.: "Sicherheitsbetrachtungen bei Spannbetonkonstruktionen" Schweizer Archiv, H.9, 1959

[3] Rüsch, H. und Kupfer, H.: "Bemessung von Spannbetonbauteilen" Betonkalender

[4] Kordina, K.: "Zur Anwendung der Sicherheitstheorie bei Stabilitätsuntersuchungen im Stahlbetonbau" Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaues, W. Ernst u. Sohn

[5] Kordina, K.: "Temperaturbeanspruchungen in kreiszylindrischen Stahlbetonbehältern" Revue C-Tijdschrift III-No.6-1964

ZUSAMMENFASSUNG

Zwangwirkungen in statisch unbestimmten Systemen des Hoch- und Industriebaues wurden bisher selten berücksichtigt, weil einfache Berechnungsverfahren fehlen, die auch den Einfluss der Rissbildung erfassen. Mit der vorliegenden Studie wird versucht, solch ein vereinfachtes Verfahren anzugeben, wobei Abminderungsbeiwerte für die Biegesteifigkeit der einzelnen Tragwerksteile Verwendung finden. Ausserdem werden Angaben gemacht, wie Zwangschnittgrössen zusammen mit Lastschnittgrössen bei der Bemessung zu berücksichtigen sind.

SUMMARY

Restraint forces in hyperstatic systems of structural buildings are rarely calculated, because of the lack of simple computational methods, which take into account the influence of cracking. In this paper a simple method of calculation is proposed, in which reduction factors are used to evaluate the effective bending stiffness of individual members. In addition, the dimensioning of cross sections is discussed with respect to both restraint and load effects.

RESUME

On tient rarement compte aujourd'hui des efforts hyperstatiques dûs aux déplacements d'appuis dans les structures des bâtiments et des constructions industrielles statiquement indéterminées, parce qu'on ne dispose pas d'une méthode de calcul simple comprenant l'influence de la fissuration.

On a essayé dans la présente étude de donner une méthode simplifiée qui emploie des coefficients de réduction pour la rigidité flexionelle de chaque élément. En outre, on indique la manière de combiner pour le dimensionnement les efforts dûs aux déplacements d'appuis avec les autres efforts.