Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 13 (1973)

Artikel: Traglasten von Stahlrahmen bei nicht-proportionaler Belastung

Autor: Burth, K. / Vogel, U.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-13744

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Traglasten von Stahlrahmen bei nicht-proportionaler Belastung

Ultimate Load of Steel Frames under Non-Proportional Loading

Charges limites des ossatures métalliques en cas de chargements non-proportionnels

K. BURTH
Dr.-Ing.
Ass.-Prof. an der

U. VOGEL
Dr.-Ing.
o. Prof. an der

Technischen Universität Berlin
BRD

Einleitung

Im Abschnitt 5.3 des Einführungsberichtes zum Thema I stellt R. PARK fest, daß bisher nur wenige Untersuchungen über das theoretisch zu erwartende Last-Verformungs-Verhalten von Stahlrahmen bei nicht-proportionaler Belastung vorliegen. Im folgenden wird versucht, einen Teil dieser Lücke zu schließen.

Bei den meisten bisher bekannten Näherungsverfahren und genaueren Methoden zur Berechnung der Traglasten von Stahlrahmen wird davon ausgegangen, daß diejenigen Lasten, die zu der für die Traglast ungünstigsten Lastkombinationen gehören, in einem festen Verhältnis zueinander gesteigert werden. Diese Voraussetzung wird auch dann beibehalten, wenn die Belastung des Tragwerkes aus mehreren Lasten verschiedenen Ursprungs besteht, obwohl sie in diesem Fall tatsächlich fast nie erfüllt wird. Um die tatsächlichen Verhältnisse besser kennenzulernen, wurde das Last-Verformungs-Verhalten von Stahlrahmen bei nicht-proportionaler, einsinniger Laststeigerung anhand von zwei Beispielen untersucht.

Ziel der Untersuchung

Es soll festgestellt werden, wie sich bei nicht-proportionaler Belastung die für die Bemessung verwendbaren charakteristischen Lasten und die Endverformungen des Tragwerks gegenüber den Werten bei proportionaler Belastung ändern. Diese charakteristischen Lasten sind

- die elastische Grenzlast (Fließbeginn, näherungsweise durch die Bildung des ersten Fließgelenks erfaßt)
- die Traglast (höchste bei stabilem Gleichgewicht gerade noch aufnehmbare Last) und die
- plastische Grenzlast (Last bei der Ausbildung des Fließgelenkmechanismus).

Entsprechend dem üblichen Vorgehen sollen auch bei der nicht-proportionalen Belastung die unabhängig voneinander aufgebrachten Lastanteile diejenigen Grenzen nicht überschreiten, die sich aus den Endwerten der Lastanteile beim Erreichen der Traglast unter proportionaler Belastung ergeben. Innerhalb dieser Schranken wird die Belastung in beliebiger Folge, aber einsinnig bis zum Erreichen der Traglast gesteigert, daß heißt, es wird keine Abminderung der unabhängigen Lastanteile zugelassen. Diese Voraussetzung ist natürlich nur dann von Bedeutung, wenn nicht-elastische Verformungen auftreten.

Für diese Untersuchung muß der Einfluß der Verformungen auf das Kräftegleichgewicht berücksichtigt werden (Theorie 2. Ordnung), denn ohne Berücksichtigung der Verformungen (Theorie 1. Ordnung) ist die Traglast immer identisch mit der plastischen Grenzlast und unabhängig von der Belastungsfolge.

Untersuchungsbeispiele und Berechnungsverfahren

Als Beispiele wurden zwei rechteckige Portalrahmen mit eingespannten Stielfüssen gewählt, die durch vertikale und horizontale Lasten verschiedenen Ursprungs beansprucht sind. Die Abmessungen und Belastungen der Rahmen sind aus den Bildern 1 und 3 ersichtlich, die Querschnittsabmessungen sind:

Stiele: $I = 1150\ cm^4$, $F = 43\ cm^2$; Riegel: $I = 5790\ cm^4$, $F = 46\ cm^2$.

Es wurde Baustahl St 37 mit der Streckgrenze $\sigma_F = 2{,}4\ Mp/cm^2$ zugrunde gelegt.

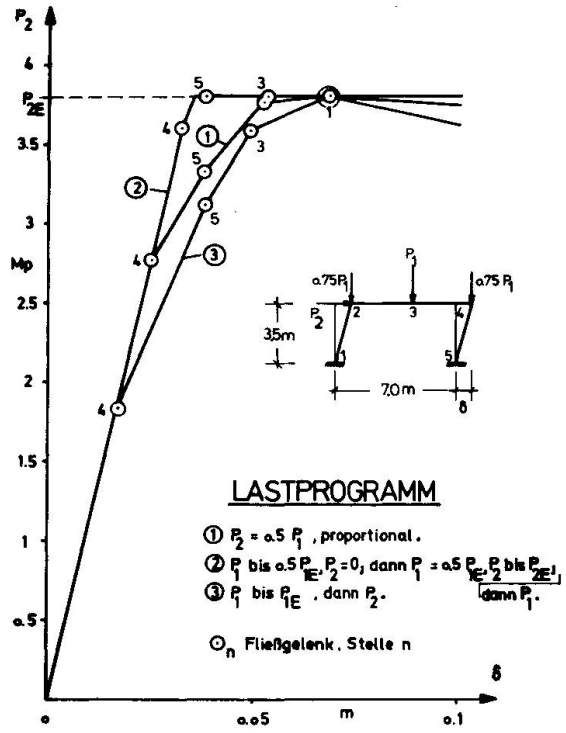

BILD 1: LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMM, „STEIFER" RAHMEN 1

Der erste Rahmen (Bild 1) ist relativ "steif" (kurze Stiele, geringe Stiel-Normalkräfte) der zweite (Bild 3) relativ "weich" (lange Stiele, hohe Stiel-Normalkräfte). Das Last-Verformungs-Verhalten dieser Rahmen wurde für verschiedene Belastungsprogramme nach der Theorie 2. Ordnung unter Voraussetzung der Fließgelenkhypothese (elastisch-idealplastische Momenten-Krümmungs-Beziehung) mit einem Verfahren nach der Deformationsmethode berechnet. Hierbei wurden auch die Längenänderungen der Stiele und das Entlastungsgesetz bei Rückdrehung der Fließgelenke entgegen der ursprünglich vorhandenen Verdrehungsrichtung berücksichtigt. Das Berechnungsverfahren ist in [1], [2], das dazu gehörende Programmsystem in [2] im Einzelnen beschrieben.

Ergebnisse für proportionale Belastung

Die Ergebnisse werden einmal in der üblichen Form von Last-Verformungs-Linien dargestellt, zum anderen als Punkte und Linienzüge in der Lastebene ähnlich den bekannten Interaktionsdiagrammen für die Schnittlasten. Diese zweite Darstellung ist der Sonderfall n = 2 der Darstellung einer von n Parametern abhängigen Belastung im n-dimensionalen Lastraum. Jede Lastkombination wird in dieser Lastebene eindeutig als ein Punkt abgebildet, jedes Lastprogramm als ein Linienzug.

In den Bildern 2 und 4 sind zur Orientierung die Grenzlasten nach der Theorie 1. Ordnung gestrichelt eingetragen, soweit sie von den entsprechenden Lasten nach der Theorie 2. Ordnung (ausgezogene Linien) abweichen. Zusätzlich ist am Linienzug der plastischen Grenzlast der zu den einzelnen Abschnitten gehörige Mechanismus skizziert. Diese nach der Theorie 1. Ordnung ermittelten Linien begrenzen im Quadranten $P_1 \geq 0$, $P_2 \geq 0$ zwei Bereiche: Die äußere Linie der plastischen Grenzlast begrenzt nach dem Einzigkeitssatz der Traglasttheorie den Bereich, in dem überhaupt nur Gleichgewicht

möglich ist. Innerhalb dieses Bereiches begrenzt die Linie der elastischen Grenzlast (hier näherungsweise durch die Bildung des

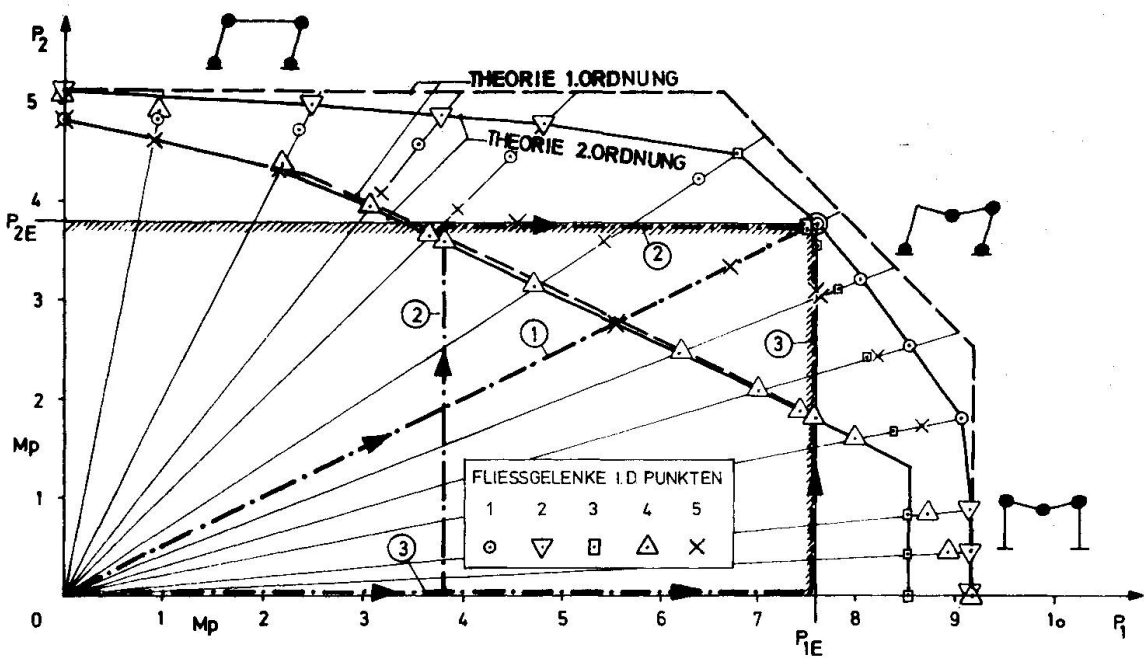

BILD 2: LASTWEGE UND GRENZLINIEN IN DER LASTEBENE, „STEIFER" RAHMEN 1

ersten Fließgelenks erfaßt) den Bereich, in dem bei der ersten Belastung nur elastische Verformungen auftreten. Bei Anwendung der Theorie 2. Ordnung ergeben sich zwei andere Linienzüge, die nur punktweise für verschiedene Lastverhältnisse bei proportionaler Belastung berechnet wurden. Der innere Linienzug der elastischen Grenzlast begrenzt wieder den Bereich, in dem bei der ersten Belastung nur elastische Verformungen auftreten. Für den vom äußeren Linienzug der Traglast begrenzten Bereich kann nur ausgesagt werden, daß er alle bei proportionaler Belastung erreichbaren stabilen Gleichgewichtszustände enthält.

Der Vergleich der Grenzlinien nach der Theorie 1. Ordnung und nach der Theorie 2. Ordnung zeigt in dieser Darstellungsweise deutlich, daß weniger die elastische Grenzlast, sondern vielmehr die plastische Grenzlast von den Verformungen des Systems beeinflußt wird. Weiterhin zeigt Bild 2, daß die nach Theorie 1. Ordnung ermittelten Mechanismen nicht immer mit den nach der Theorie 2. Ordnung bestimmten übereinstimmen. Die Auszählung der Fließgelenke in Bild 4 zeigt, daß die Tragfähigkeit des "weichen" Rahmens 2 bei Anwendung der Theorie 2. Ordnung weitgehend nicht mehr durch die Ausbildung eines Mechanismus, sondern durch Erreichen der Traglast begrenzt wird.

Ergebnisse für verschiedene Belastungsprogramme

Als Endwert für die Lasten P_1, P_2 wurden die bei einer bestimmten proportionalen Belastung und stabilem Gleichgewicht gerade noch aufnehmbaren Lasten gewählt. Bei dem "steifen" Rahmen 1 ist diese Lastgrenze z.B. für $P_2 = 0{,}5\ P_1$ die plastische Grenzlast, bei dem "weichen" Rahmen 2 z.B. für $P_2 = 0{,}3\ P_1$ die Traglast. Die Belastung wurde nun innerhalb der so festgelegten Lastgrenzen P_{1E},

P_{2E}, die in den Bildern 2 und 4 durch Schraffur hervorgehoben sind, auf verschiedenen Wegen gesteigert. Bleibende Verformungen der

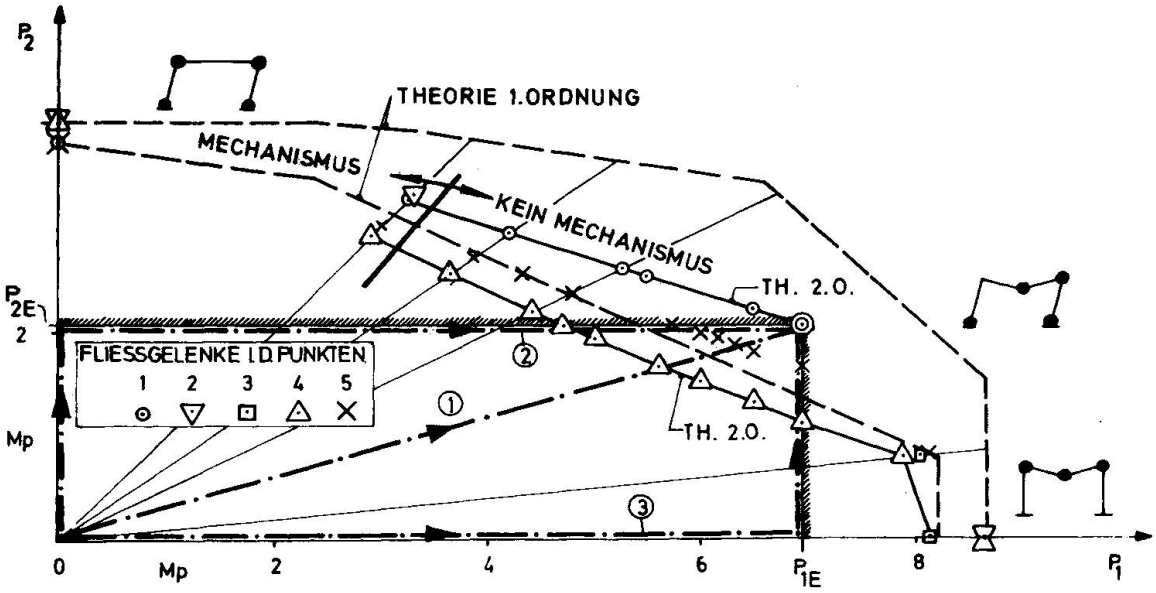

BILD 4: LASTWEGE UND GRENZLINIEN, „WEICHER" RAHMEN 2

Rahmen können nur in der rechten oberen Ecke des Bereichs, in dem durch die Linie der elastischen Grenzlast abgegrenzten Teilbereich auftreten. Für drei verschiedene, exemplarisch ausgewählte Lastwege ①, ②, ③ (strichpunktiert in den Bildern 2 und 4), die im wesentlichen die Grenzen des zugelassenen Lastbereichs erfassen, ergibt sich folgendes:

1. Bei einsinniger Laststeigerung bis zur Traglast sind keine Entlastungen aufgetreten.
2. Bei allen Belastungsprogrammen wird dieselbe Traglast erreicht (Bild 2, 4). Für den steifen Rahmen ist wegen der Voraussetzung der Fließgelenkhypothese die Traglast identisch mit der plastischen Grenzlast (Bild 1). Aus der Unabhängigkeit der Traglasten von der Belastungsfolge ist wegen der Beliebigkeit des gewählten Lastpunktes P_{1E}, P_{2E} zu schließen, daß die nur punktweise bei proportionaler Belastung berechnete Linie der Traglast in Bild 4 den Bereich der überhaupt möglichen Gleichgewichtslagen begrenzt. Sie entspricht insofern der Linie der plastischen Grenzlast nach der Theorie 1. Ordnung.

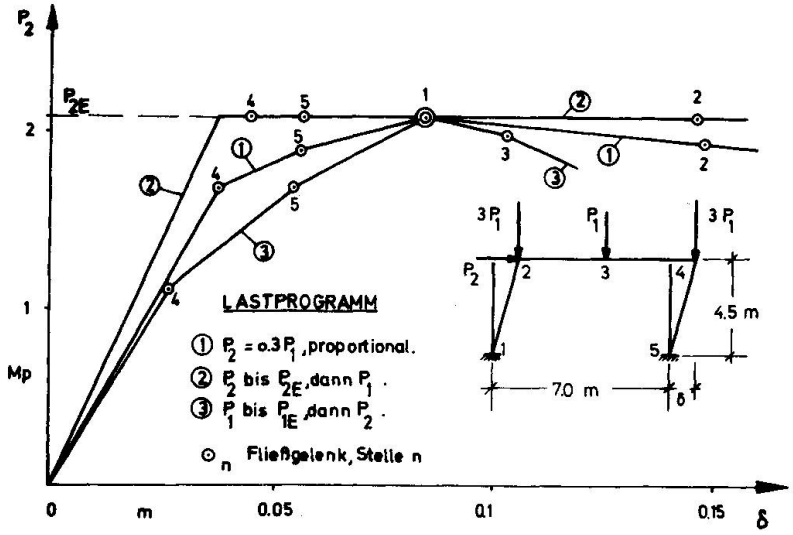

BILD 3: LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMM; „WEICHER" RAHMEN 2

3. Die zu den Traglasten gehörigen Verformungen sind ebenfalls unabhängig von der Belastungsfolge (Bilder 1, 3).
4. Die elastische Grenzlast ist diejenige Last, die von allen

charakteristischen Lasten am meisten vom Lastprogramm beeinflußt wird (Bilder 1, 3). Das erste Fließgelenk bildet sich bei den durchgerechneten Beispielen immer in der rechten oberen Rahmenecke. Auch alle folgende Fließgelenke bilden sich - innerhalb des durch die Schraffur begrenzten Bereiches - unabhängig vom Belastungsprogramm immer in derselben Reihenfolge (Bilder 2, 4).

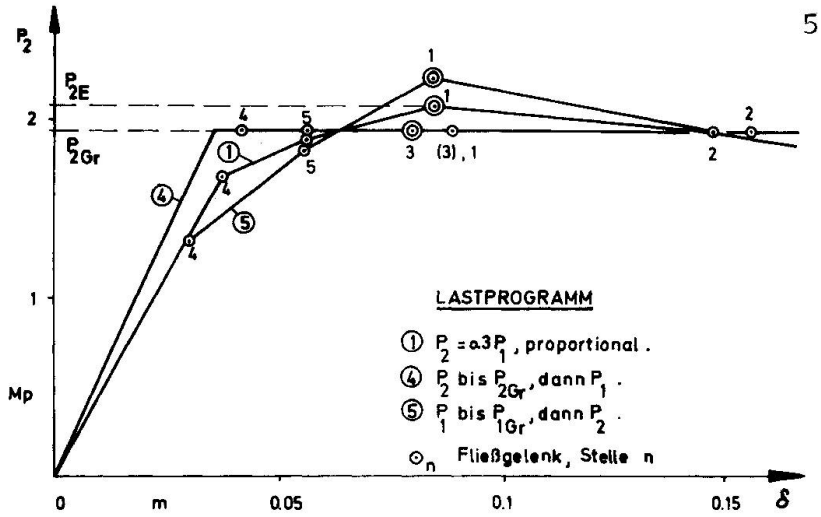

BILD 5: LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMM; „WEICHER" RAHMEN 2

5. Die plastische Grenzlast ist ebenso wie die zugehörige Endverformung nur dann von der Lastfolge unabhängig, wenn sie bei einsinniger Laststeigerung erreicht wird und deshalb wegen der Voraussetzung der Fließgelenkhypothese mit der Traglast zusammenfällt (Bild 1). Sie ist von der Lastfolge abhängig, wenn sie erst im instabilen Bereich auftritt (Bild 3), in dem Gleichgewichtszustände nur nach Abminderung der zur Traglast gehörenden Lastanteile möglich sind.

6. Wenn die plastische Grenzlast bei proportionaler Belastung erst im instabilen Bereich auftritt, liegt der zugehörige Punkt in der Lastebene im Innern des Bereichs stabiler Gleichgewichtszustände, der durch die Linien der Traglast begrenzt wird (siehe 2.). Es ist deshalb nicht möglich, bei einsinniger Belastung in vorgegebenen Grenzen die plastische Grenzlast auf irgendeinem Lastweg zu erreichen, ohne vorher die Traglast erreicht zu haben. Die Traglast liefert deshalb - im Rahmen der hier gemachten Voraussetzungen - eine sichere Angabe über die Tragfähigkeit. Zum Vergleich zeigt Bild 5 die Last-Verformungs-Linien für proportionale Belastung und zwei weitere Lastprogramme ④ und ⑤, bei denen die Endlasten nicht mehr durch die vorgegebenen Lastschranken P_{1E}, P_{2E}, sondern durch die zur proportionalen Belastung gehörigen Lastanteile P_{1Gr}, P_{2Gr} der plastischen Grenzlast gegeben sind. In diesem Fall sind sowohl die Traglast als auch die zugehörigen Verformungen vom Lastweg abhängig. Für die plastische Grenzlast und die zugehörige Verformung trifft dies jedoch nur zu, wenn das Belastungsprogramm zu Entlastungen nach bereits erfolgter plastischer Deformation führt (Lastprogramm ④). Treten auch bis zum Erreichen der plastischen Grenzlast keine örtlichen Entlastungen (Rückdrehung von Fließgelenken) auf (Lastprogramm ①, ⑤), so sind die plastische Grenzlast und die zugehörige Verformung unabhängig vom Lastweg [3].

Schlußfolgerungen

In den durchgerechneten Beispielen sind, wenn von festen Lastschranken ausgegangen wird, die Traglasten und die zugehörigen Verformungen unabhängig von der Lastfolge und deshalb als Grundlage für die Bemessung geeignet. Die plastischen Grenzlasten, soweit sie

nicht mit den Traglasten zusammenfallen, und die zugehörigen Verformungen unterscheiden sich für verschiedene Lastfolgen. Auch die zugehörigen Mechanismen können sich unterscheiden. Es bleibt weiteren Arbeiten vorbehalten zu untersuchen, inwieweit diese Ergebnisse verallgemeinert werden können.

Literatur

[1] BURTH, K.
Zur Stabilität ebener Stabwerke mit elastisch-idealplastischen Schnittlast-Verformungs-Beziehungen
ZAMM 51, T 103 (1971)

[2] BURTH, K.
Traglasten und Stabilität ebener Rahmentragwerke bei Berücksichtigung von großen Verschiebungen und Schnittlastenumlagerungen
Dissertation, Technische Universität Berlin 1969

[3] VOGEL, U.
Über die Traglast biegesteifer Stahlstabwerke
Der Stahlbau 32 (1963), S. 106/113

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird das Last-Verformungs-Verhalten von zwei rechteckigen Portalrahmen mit der Theorie 2. Ordnung numerisch untersucht. Es ergibt sich, dass bei einsinniger nicht-proportionaler Belastung die Traglast unabhängig von der Lastfolge ist, während die plastische Grenzlast von der Lastfolge abhängt, wenn sie nicht mit der Traglast zusammenfällt. Allein Traglast gibt deshalb eine sichere Schätzung der Tragfähigkeit der Rahmen.

SUMMARY

The load-deflection relationship of two rectangular portal frames is investigated numerically by second order elastic-plastic theory. It is found that under always increasing but non-proportional loading conditions, the ultimate load is independent of the load sequence, whereas the plastic limit load, if it does not coincide with the ultimate load, depends on the load sequence. Therefore only the ultimate load gives a reliable estimate of the load-carrying capacity of the structure.

RESUME

On examine numériquement le comportement charge-déformation de deux portiques rectangulaires simples en tenant compte des effets du second ordre. On constate que la charge limite est indépendante de la séquence de la mise en charge en cas des chargements indépendants toujours croissants, tandis que la charge de ruine plastique dépend de la séquence de la mise en charge dans les cas où elle ne coincide pas avec la charge limite. C'est pourquoi, seulement la charge limite permettra une estimation sûre de la capacité portante de la structure.