Zeitschrift: IABSE reports = Rapports AIPC = IVBH Berichte
Band: 55 (1987)

Artikel: Vérification de l'aptitude au service à l'état permanent
Autor: Favre, Renaud
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-42716

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

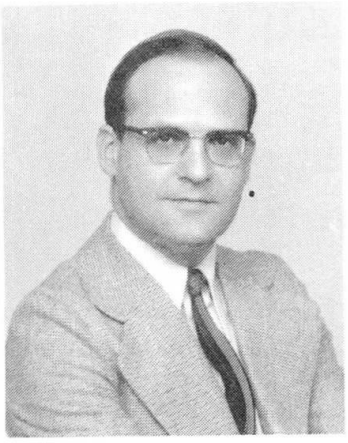
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vérification de l'aptitude au service à l'état permanent

Nachweis der Gebrauchstauglichkeit im Dauerzustand

Verification of Serviceability in the Permanent State

Renaud FAVRE
Professeur
École Polytechnique Fédérale
Lausanne, Suisse



R. Favre, né en 1934, a participé à des projets de barrages, ponts et bâtiments. Il est associé au bureau d'ing. Wolf, Kropf, Zschaber et Frey à Zurich et Lausanne. Depuis 1973, il est professeur ordinaire de structures en béton.

RÉSUMÉ
La vérification de l'aptitude au service peut souvent se réduire à l'étude du comportement à l'état permanent. Il est toutefois nécessaire de considérer la relaxation et le retrait du béton qui peuvent engendrer des redistributions importantes dans les sections, le béton se soustrayant aux efforts avec le temps. Une armature minimale pour limiter la fissuration par suite de déformations imposées est présentée.

ZUSAMMENFASSUNG
Für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit kann oft der Dauerzustand als massgebend betrachtet werden. Die Relaxation und das Schwinden des Betons müssen dabei gebührend berücksichtigt werden. Sie können nämlich grose Umlagerungen vom Beton zum Stahl in der Aufnahme der inneren Kräfte bewirken. Eine Minimalarmierung zur Begrenzung der Rissbreiten infolge aufgezwungenen Verformungen wird vorgestellt.

SUMMARY
The verification of serviceability can often be concentrated on the behaviour of a structure in its permanent state. It is then necessary to consider the relaxation and shrinkage of concrete which can provoke important redistributions in the sections because the concrete has a tendency to weaken. A minimum amount of reinforcement is presented which limits the cracking due to imposed deformations.

1. INTRODUCTION

Il est unanimement admis aujourd'hui qu'un ouvrage de génie civil, en particulier une structure en béton armé ou précontraint, doit résister convenablement aux actions directes (charges) en supposant l'état de ruine. Cette vérification à la rupture s'effectue par majoration des charges et diminution des résistances. Les méthodes de calcul sont diverses et sont connues sous le nom de calcul à la rupture, calcul non linéaire, théorie de plasticité, etc.

Cependant, il apparaît de plus en plus comme indispensable de vérifier soigneusement un ouvrage quant à son aptitude au service. De plus en plus l'ingénieur se convainc de l'importance ou souvent même de la primauté de l'aptitude au service dans la conception et le dimensionnement d'un ouvrage.

Les critères pour vérifier l'état de service ont été beaucoup étudiés depuis une vingtaine d'années. S'il n'y a pas encore consensus à tout point de vue, on peut tout de même constater une assez bonne concordance d'opinion à bien des égards.

Ainsi il est généralement admis (du moins en théorie sinon par les actes) qu'il ne faut pas limer au maximum les quantités des matériaux à mettre en oeuvre, que les épaisseurs d'éléments en béton et leurs taux d'armature doivent être assez généreux pour garantir un bon comportement dans le temps. On sait également que la qualité du béton, en particulier celle du béton d'enrobage, joue un rôle prédominant. D'autre part, tant qu'il n'y a pas des conditions d'environnement particulièrement sévères, on sait que des fissures normales de l'ordre de 0,2 à 0,4 mm ne sont pas préjudiciables à la durabilité du béton armé et même du béton précontraint. Au voisinage des câbles, on veillera à ce que ces ouvertures ne soient pas permanentes.

Beaucoup de réflexions qui tiennent compte de l'effet psychologique sur les utilisateurs, ont abouti aux convictions suivantes :
- la fissuration du béton est souvent inévitable par suite d'actions indirectes provenant de déformations imposées (retrait, variations de température, tassements d'appuis, etc.)
- elle doit donc être acceptée d'autant plus qu'elle n'est pas à l'origine d'une corrosion de l'armature, donc d'une diminution de la durabilité tant que les ouvertures se situent autour de 0,2 à 0,4 mm, sans vouloir entrer ici dans les détails,
- pour des raisons d'aspect et de qualité de vie ressentis par le public, il faut éviter des fissures isolées s'ouvrant largement sous l'effet des déformations imposées et il faut choisir une armature suffisante pour les répartir,
- par suite de la grande dispersion dans l'ampleur des ouvertures des fissures, de l'impossibilité de définir clairement comment, quand et où les mesurer, il faut développer des moyens de vérification de l'armature ne faisant pas intervenir explicitement leur grandeur,
- les méthodes de vérification doivent être comprises comme règles de l'art de notre profession pour assurer un bon comportement sans entrer dans le jeu impossible d'une garantie vis-à-vis d'une certaine ouverture de fissure donnée.

En ce qui concerne les déformations, il est indispensable de ne pas les passer sous silence. Pour l'image de marque des structures en béton, il faut tenir compte honnêtement de l'immense augmentation dans le temps des déformations par suite du fluage, du retrait et de l'apparition souvent lente des fissures. Signalons que les règlements japonnais ordonnent d'estimer la flèche à long terme d'une dalle en béton armé en majorant la flèche élastique instantanée, calculée avec un béton non fissuré, par quinze.
Notre profession se doit de ne pas miser sur des déformations encore faibles au moment de la réception d'un ouvrage si par la suite, c'est-à-dire au bout de cinq à dix ans, elles ont atteint des valeurs discréditant les auteurs de l'ou-

vrage et par extension les structures en béton par rapport aux structures métalliques.
Pour conclure cette introduction, nous voulons indiquer le critère primordial (mais pas toujours suffisant) pour assurer une bonne aptitude au service :

"Un ouvrage sera conçu de telle sorte qu'à l'état permanent, sans les surcharges occasionnelles, les déformations et la fissuration soient modérées".

Ce critère conduira entre autre à disposer une armature minimale décrite au chap. 4.
En ce qui concerne les déformations à long terme, on adoptera souvent le critère de valeur nulle ou limitée au 1/1000e de la portée pour une structure précontrainte resp. au 1/500e ou 1/300e pour une structure non précontrainte.

2. INFLUENCE DE LA RELAXATION DU BETON

Si, pour étudier l'aptitude au service, on met l'accent conformément au critère énoncé sur l'état permanent, on doit introduire les effets différés des matériaux. L'ingénieur attribue souvent le fluage au béton et la relaxation à l'acier (de précontrainte). Or, fluage et relaxation sont des phénomènes liés de sorte qu'il y a également relaxation pour le béton et fluage pour l'acier.
Rappelons que la fonction relaxation r représente l'évolution de la contrainte $\sigma(t, t_0)$ dans le temps à partir du moment t_0 où une déformation unitaire maintenue constante ε_0, a été appliquée (fig. 1).

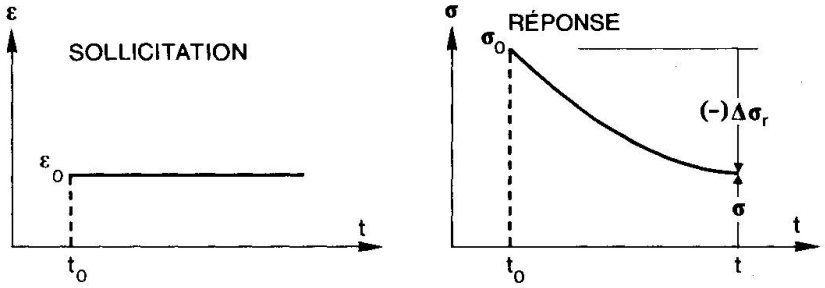
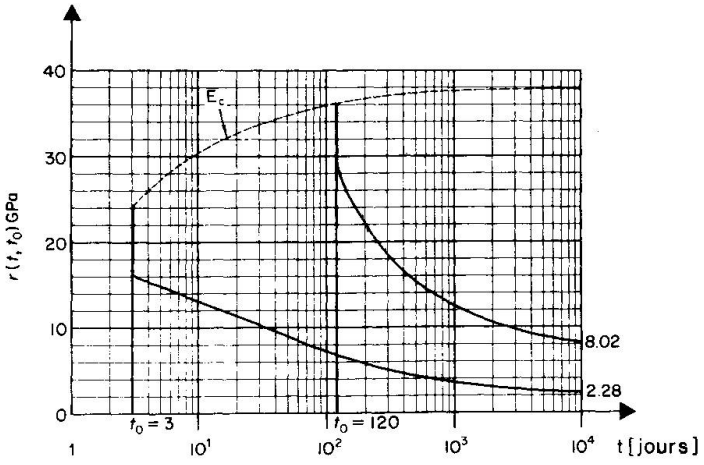


Fig. 1 Relaxation : sollicitation et réponse

$$r(t, t_0) = E_0 \cdot (1 + \frac{\Delta\sigma_r}{\sigma_0}) = \frac{\sigma(t, t_0)}{\varepsilon_0}$$



Pour un fluage $\phi(t, t_0)$ donné, il est actuellement aisé de trouver par des méthodes numériques itératives la fonction relaxation $r(t, t_0)$ en résolvant l'équation intégrale dite de Volterra (voir p.ex. [7, 15, 17, 18]). A titre d'exemple, nous montrons à la fig. 2 pour un certain béton situé dans un environnement de 70 % d'humidité relative et épais de 40 cm, deux fonctions relaxations $r(t, t_0)$ en GPa pour t_0 = 3 et 120 jours.

Fig. 2 Exemple de deux fonctions relaxation pour le béton

On en déduit que ce béton, sollicité p.ex. par une déformation $\varepsilon_0 = 10^{-4}$ lorsqu'il n'a que 3 jours d'âge, répondra initialement par une contrainte de 2,4 MPa. Cette contrainte se réduira avec le temps et tendra vers 0,228 MPa, donc une valeur plus de dix fois inférieure.

Prenons le cas plus complexe de relaxations successives par suite de déformations imposées plus ou moins lentement. C'est le cas de tassements plus ou moins lents que doit subir une structure. La fig. 3 montre, pour un certain béton, quelle est l'évolution dans le temps du moment de flexion M(t) [voir 18]. On a supposé que la structure était en béton homogène, c'est-à-dire non fissuré et non armé. Les tassements apparaissent après décintrage à l'âge t_0 = 10 jours. Les différentes courbes ont été calculées pour un tassement instantané qui correspond à la relaxation pure et pour des tassements plus ou moins lents, d'une durée de 10, 26, 90, 365 ou 1825 jours. L'évolution du tassement est admise affine au fluage du béton. Il est intéressant de constater que la valeur la plus faible de M(t) atteinte à travers le temps est celle correspondant à une durée de tassement de 365 jours avec $\frac{M(t)}{M_0}$ max = 0.46.

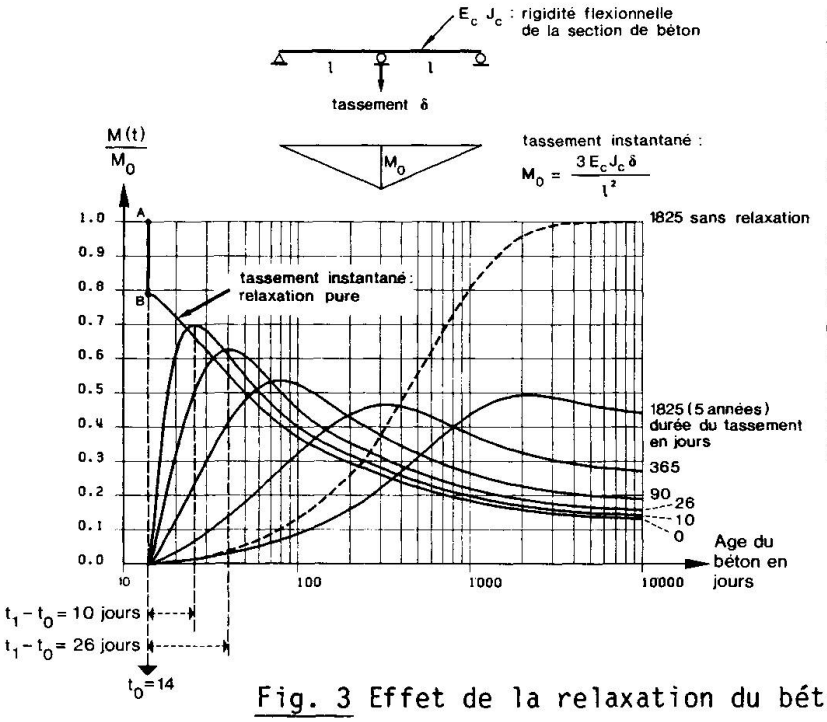


Fig. 3 Effet de la relaxation du béton lors d'un tassement d'appui

Examinons encore le cas d'un mur de soutènement qui s'échauffe après la prise du béton par suite de la chaleur d'hydratation dégagée par le ciment. Nous supposons à nouveau un béton homogène. Par suite de la perte de chaleur sur les parements, nous supposerons que la température dans l'axe du mur soit toujours deux fois plus élevée que sur les parements (fig. 4). La température évolue en atteignant un maximum de 30 °C à l'axe au bout de 6 jours puis décroît avec le temps comme indiquée dans la figure.

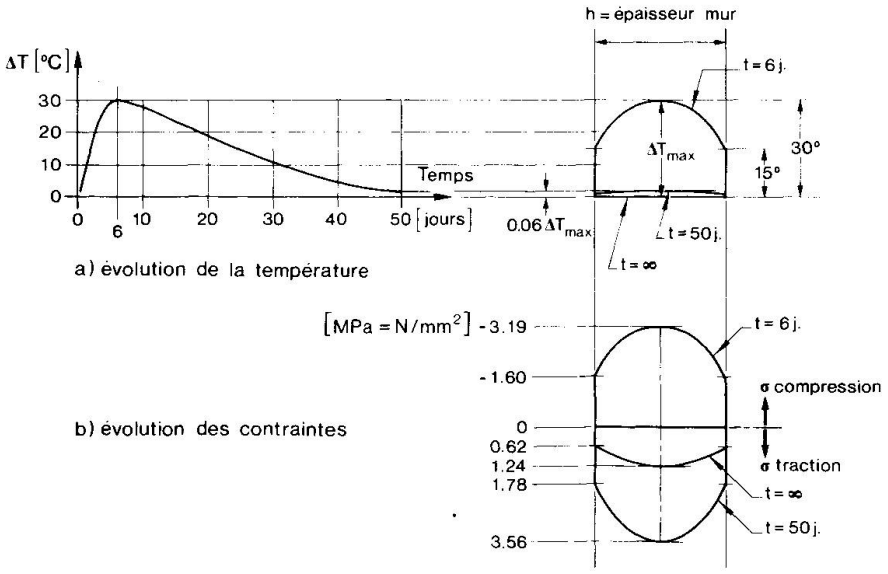


Fig. 4 Contraintes dans un mur par suite de la chaleur d'hydratation

L'exemple admet qu'il s'agit du cas fréquent où une partie de mur est éloignée d'un joint de dilatation d'une distance supérieure à sa hauteur. On peut alors, selon le principe de St. Venant, admettre que le joint n'y exerce plus d'influence et qu'une section verticale du mur ne peut pas se déplacer dans le sens longitudinal. Le calcul se fait en superposant les effets des variations de température pendant les laps de temps Δt. La condition de compatibilité des déformations doit exprimer qu'une fibre longitudinale du béton ne subit aucune variation de longueur. Ainsi pendant chaque intervalle de temps Δt, $\Delta\varepsilon$ est nul.
On constate que le béton situé à l'axe du mur est comprimé à 6 jours par une contrainte - 3,19 MPa, tendu à 50 jours par 3,56 MPa et finalement tendu à t_∞ par 1,24 MPa.
Il va sans dire que des fissures, du moins des microfissures seront apparues malgré la relaxation du béton. Il est intéressant de remarquer que la réserve de compression qui existe après 6 jours est tellement diminuée par la relaxation du béton jeune que la traction engendrée par la diminution de chaleur l'emporte nettement.

3. PRISE EN COMPTE DE L'ARMATURE DANS L'ANALYSE DES SECTIONS

Pour analyser des sections composées de béton, d'acier actifs et passifs, nous disposons des conditions d'équivalence entre N, M et σ et des conditions de compatibilité des déformations, à savoir que les sections restent planes. La prise en compte du fluage, de la relaxation et du retrait est sans autre possible [voir p.ex. 15, 17, 18]. Nous ne voulons pas développer ici cette théorie. Disons simplement qu'elle aboutit à des calculs numériques plutôt longs qu'il faut résoudre avec l'aide de l'ordinateur. Mais il importe d'être conscient de l'énorme influence que peuvent prendre les effets différés sur l'état de contrainte à long terme et sur l'évolution des déformations. Des réserves importantes de compression dans le béton peuvent disparaître grandement avec le temps. De même les déformations peuvent évoluer bien autrement que ne le laisserait supposer des considérations simplifiées. De façon générale, la diminution des efforts repris par le béton et l'augmentation de ceux repris par l'acier représentent des redistributions très importantes à l'intérieur des sections.
Nous pensons qu'à l'avenir, l'ingénieur devra davantage tenir compte de ces phénomènes s'il veut juger convenablement de l'aptitude au service. Pour l'instant, il en est encore grandement empêché par l'absence d'outils pratiques qui sont encore à développer en utilisant l'ordinateur. Considérons à titre d'exemple le cas suivant, tiré de [18] et illustré à la fig. 5 :

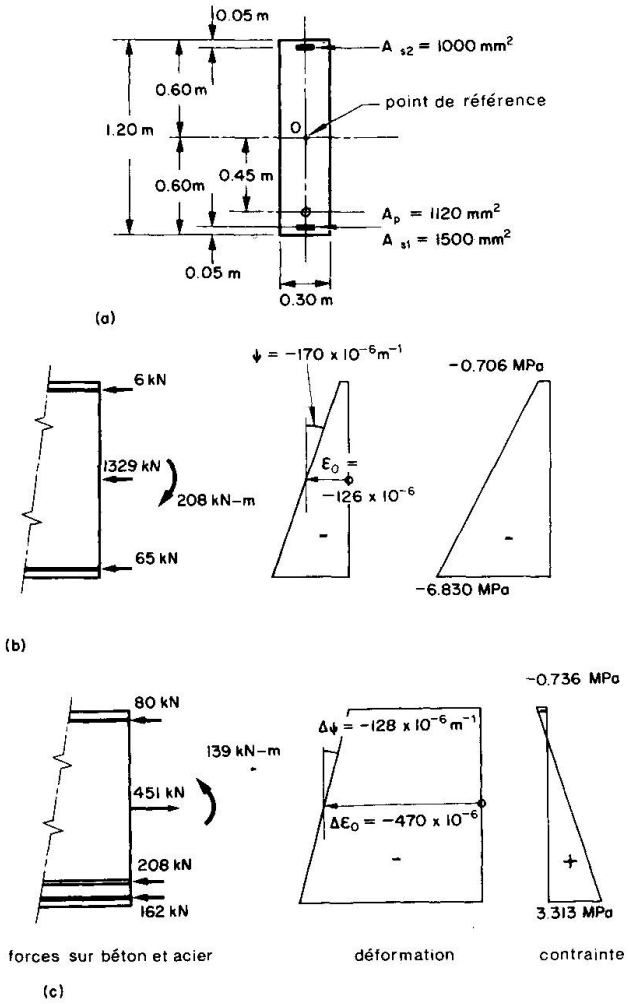


Fig. 5 Contraintes et déformations dans une section précontrainte
a) dimensions
b) situation au temps t_0 juste après la mise en précontrainte
c) variations dues aux fluage, retrait et à la relaxation

Soit une section rectangulaire sollicitée au temps t_0 par un moment constant M_g = 390 kN-m et une force de précontrainte P_0 = 1400 kN. Nous admettons les données suivantes : $E_c(t_0)$ = 30 GPa et pour l'intervalle de temps t_0 à t_∞ un retrait $\varepsilon_{cs} = -240 \cdot 10^{-6}$, un fluage ϕ = 3, un coefficient de vieillissement χ = 0,8 et une relaxation réduite des câbles $\Delta\sigma_r$ = -80 MPa = -80 N/mm^2. La section des aciers de précontrainte vaut A_{ps} = 1120 mm^2, celle de l'armature inférieure A_{ns1} = 1500 mm^2, de l'armature supérieure A_{ns2} = 1000 mm^2. Notons que l'exemple représente une situation courante avec un taux d'armature inférieure ρ = 0,4 %, mais avec un moment dû à la précontrainte relativement important $|M_p|$ = 1400 x 0,45 = 630 kN-m > M_g = 390 kN-m.

Si on étudie les résultats représentés à la fig. 5, on constate que de l'effort normal initial P_0 = 1400 kN, 1329 kN vont sur le béton au temps t_0, le reste dans l'acier passif. Les variations de t_0 à t_∞ sont caractérisées par une diminution de l'effort normal dans le béton de 451 kN, une diminution dans la précontrainte de 208 kN (pertes d'env. 15 %) et une mise en compression de l'armature passive de 162, resp. 80 kN.

Au temps t_0, la réserve de compression à la fibre inférieure était très importante, à savoir -6,83 MPa = -68,3 kg/cm^2, tandis qu'elle n'est plus que d'environ la moitié au temps t_∞, ayant diminué de 3,313 MPa. Quant aux courbures ψ, elles valaient $-170 \cdot 10^{-6}$ m^{-1} au temps t_0 et n'augmentent que de $-128 \cdot 10^{-6}$ m^{-1} jusqu'au temps t_∞. La courbure finale est donc bien inférieure à celle qui résulterait d'un raisonnement sommaire avec $P = \frac{P_0 + P_\infty}{2}$ et une courbure multipliée par $(1 + \phi)$.

Il va sans dire que le résultat de cet exemple eut été encore beaucoup plus frappant si on avait choisi une armature passive inférieure plus importante. Les variations par rapport aux valeurs intiales peuvent également être très élevées lorsque le moment dû à la précontrainte est très voisin de M_g. Lorsqu'on effectue des raisonnements de charges équivalentes ou balancées par la précontrainte, il faudra admettre une valeur de P prudente.

Dans le cas d'une section fissurée, tous les raisonnements restent valables pour l'analyse du comportement dans le temps pour autant qu'on admette que la section soit composée, outre les aciers actifs et passifs, d'une zone comprimée de béton restant constante dans le temps et déterminée pour le temps t_0. En fait, cette zone augmente avec t mais cette variation peut généralement être négligée.

Si les efforts M_0, N_0 agissant au temps t_0 subissent des variations dans le temps ΔM, ΔN, l'analyse décrite pourra en tenir compte sans problème.

Etant capable de déterminer les déformations, en particulier les courbures des sections non fissurées (stade I) et fissurées (stade II) au temps t_∞, on est en principe à même de déterminer l'état permanent d'une structure par intégration des courbures. Ce calcul est itératif et long. Il doit également faire intervenir une loi de courbure moyenne entre les extrêmes que représentent les stades I et II. L'infomatique est là pour nous aider. Des logiciels commencent à être opérationnels et à nous permettre entre autre d'effectuer des études paramétriques pouvant grandement influencer les choix constructifs tels que la répartition de l'armature entre zones d'appui et de champs d'une poutre ou dalle continues.

4. ARMATURE MINIMALE POUR LE CONTROLE DE LA FISSURATION

Comme nous l'avons indiqué sous 1. une structure en béton, même si elle est précontrainte, peut se fissurer avec le temps par suite des déformations imposées. Les variations de température, le retrait, les redistributions des efforts intérieurs et des réactions d'appuis peuvent créer des contraintes de traction dans le béton qui dépassent facilement sa résistance à la traction.

Il appartient à l'ingénieur responsable d'un projet plutôt qu'à des textes de norme à délimiter les zones d'un ouvrage où selon toute vraisemblance le béton ne se fissurera pas. Cela peut être le cas dans les zones comprimées par les moments de flexion (p.ex. membrure supérieure dans le champ d'un ouvrage) ou par une précontrainte importante et multidirectionnelle. Mais il faudra être prudent dans l'appréciation de ces zones : une dalle en porte-à-faux d'un pont p.ex. risque d'être tendu dans le sens de l'axe du pont, même dans le champ et malgré la précontrainte, par suite du retrait différentiel, de variations de température par rapport au hourdis sur caisson, des étapes de construction, etc.

Dans toute les zones d'un ouvrage où la résistance à la traction risque tôt ou tard d'être dépassée, une armature dite minimale est nécessaire pour éviter la formation de fissures isolées d'ouverture incontrôlée. A moins que l'on accepte a priori de telles fissures, p.ex. dans un mur de cave d'un bâtiment où des infiltrations d'eau ne sont pas à craindre et où l'aspect est sans importance.

L'armature minimale doit remplir deux conditions :
1. Elle doit être capable de reprendre l'effort de traction qui se libère au moment de la fissuration, sans s'écouler, ceci afin d'empêcher la formation de fentes isolées.
2. Elle doit limiter l'ouverture des fissures à l'état permanent (sans charges mobiles) à des valeurs acceptables.

Cette armature minimale renchérit les ouvrages. Chacun pourra se faire une opinion si cette dépense est justifiée. Nous pensons que ce sera souvent le cas.

Néanmoins il y a bien des cas où elle peut être omise parce que son absence ne réduit pas de façon tangible l'aptitude au service. Citons à titre d'exemple la face supérieure d'une dalle de bâtiment invisible pour l'utilisateur ou la face contre terre d'un mur. Cette face n'est pas visible et elle pourra très bien vieillir grâce à l'humidité du remblai qui empêche la dessication du béton et par cela évite le retrait.

Bien des recherches ont été entreprises depuis une vingtaine d'années pour déterminer cette armature minimale (voir références dans [19]). Le CEB s'en occupe intensément. C'est en collaborant à ces travaux que J.-P. Jaccoud a effectué ses études théoriques et expérimentales. Il a en particulier fait subir en laboratoire des déformations imposées pendant plus d'une année à des tirants en béton armé [19]. Le fruit de ce travail est résumé dans le projet de norme suisse SIA 162, norme devant paraître en 1988 et qui recommande de prévoir une armature minimale définie de la façon suivante :

$$A_{s,min} = \alpha \cdot \beta \cdot \frac{f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_y}$$

- $A_{s,min}$: aire de la section d'armature minimale
- A_{ct} : aire conventionnelle de la section de béton tendu (zone hachurée dans la fig. 6)
- f_{ct} : valeur nominale de la résistance à la traction du béton

type de béton selon SIA 162	B 30/20	B 35/25	B 40/30	B 45/35
fct [N/mm²]	2,1	2,4	2,7	3,0

- α est un facteur permettant de tenir compte de l'influence de l'espacement s des barres d'armature

s[mm]	≤ 100	150	200	250	300
α	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4

- β est un facteur permettant de définir l'effort de traction qui se libère lors de la fissuration, compte tenu des autocontraintes et de la répartition des contraintes dans la section (fig. 6).

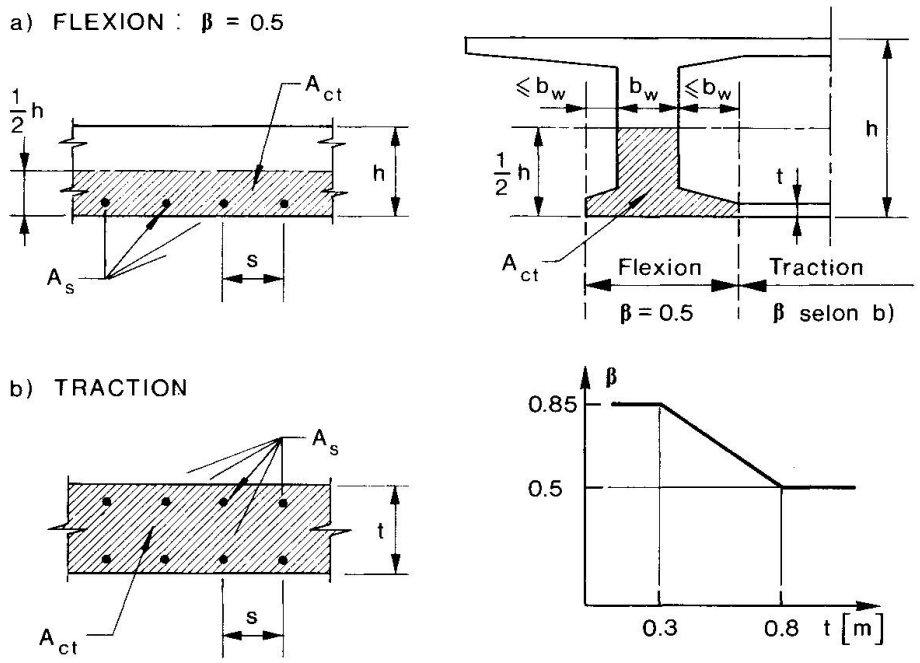


Fig. 6 Armature minimale
Définitions de A_{ct} et β a) pour la flexion (avec ou sans N)
b) pour la traction

5. CONCLUSION

L'aptitude au service est un sujet vaste et parfois controversé. Plutôt que de mettre l'accent sur l'analyse de situations rares apparaissant sous des combinaisons de charges extrêmes, nous pensons qu'il est souvent possible de se concentrer sur l'état permanent sans charges mobiles. Cette simplification suppose une réversibilité de l'état de déformation et de fissuration après disparition des sollicitations momentanées. Il est toutefois indispensable de tenir compte du comportement à long terme du béton et des redistributions des efforts à l'intérieur des sections, où par suite de la relaxation et du retrait du béton les efforts ont tendance à augmenter dans l'armature passive et à diminuer dans le béton.

Les sollicitations permanentes sont déterminantes pour les déformations à long terme. Elles le sont également pour juger de la fissuration tant au point de vue de l'aspect que de la durabilité (corrosion) d'une structure en béton.

BIBLIOGRAPHIE

1. Dischinger F. : Elatische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken. Der Bauingenieur, 20, No 5/6, 1939.

2. Trost H. : Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau 10, 11/1967.

3. Birkenmaier M. : Berechnung von Verbundkonstruktionen aus Beton und Stahl. Verlag Leemann, Zürich, 1969.

4. Bazanz Z.P. : Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method. Journal of the American Concrete Institute, April 1972.

5. Birkenmaier M. : Berücksichtigung der Einflüsse Kriechen und Schwinden bei der Berechnung von Betonkonstruktionen. Institut für Baustatik und Konstruktion ETH-Zürich, Bericht Nr. 62, Mai 1976.

6. Menn C. : Langzeit-Vorgänge. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Abteilung für Bauingenieurwesen, 1977.

7. Favre R., Koprna M., Radojicic A. : Effets différés, fissuration et déformations des stuctures en béton. Editions Georgi, Saint-Saphorin, Suisse, 1980.

8. Mola F. : Metodi di analisi di strutture in C.A. e C.A.P. a comportamento elasto-viscoso lineare. Politecnico di Milano - Studi e ricerche - vol. 3, 1981.

9. Suter R. : The design of a continuous structure made up of precast units. IABSE - Proceedings P - 42, 1981.

10. Dilger W.H. : Creep analysis using creep-transformed section properties. Prestressed Concrete Institute Journal, 27, No 1, 1982.

11. Koprna M. : Prise en compte du fluage par la méthode des forces. Conférence au Symposium : Recherche fondamentale sur le retrait et le fluage du béton, EPF Lausanne, 1982.

12. Jaccoud J.-P., Favre R. : Flèches des structures en béton armé. Annales ITBTP No 406, Paris, 1982.

13. Salençon J. : Viscoélasticité. Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1983.

14. Favre R., Beeby A.W., Falkner H., Koprna M., Schiessl P., Jaccoud J.-P. : Manuel du CEB : Fissuration et déformations. EPF Lausanne, 1983.

15. Chiorino M.A., Napoli P., Mola F. Koprna M. : CEB Design Manual. Structural effects of time-dependant behaviour of concrete. Georgi Publishing Company, Saint-Saphorin, Switzerland, 1984.

16. Tellenbach A., Favre R. : Flèches à long terme des dalles en béton à l'état fissuré. Ingénieurs et Architectes Suisse, No 12, 1985.

17. Koprna M. : Effets différés. Fluage, retrait, relaxation. EPF Lausanne, 1986.

18. Ghali A., Favre R. : Concrete Structures : Stresses and Deformations. Chapman and Hall, London and New York, 1986.

19. Jaccoud J.-P. : Armature minimale pour le contrôle de la fissuration. Thèse de doctorat, EPF Lausanne, 1987.