Nouvelle méthode pour déterminer le coefficient de dilatation des solides

Autor(en): **Weber, Robert**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel**

Band (Jahr): **15 (1884-1886)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-88239

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

NOUVELLE MÉTHODE

POUR DÉTERMINER LE

COEFFICIENT DE DILATATION DES SOLIDES

PAR M. LE Dr ROBERT WEBER, PROF.

Si nous suspendons un corps solide pour le faire osciller comme un pendule, la durée de ses oscillations dans le vide dépend de la forme du corps, de sa masse et de la distance des molécules à l'axe de rotation. A deux températures différentes, les distances des molécules à l'axe de rotation sont différentes, d'où il résulte une autre durée d'oscillation. Autrement dit, pour un corps quelconque donné, il y a une relation déterminée entre sa température u, le coefficient de dilatation a, ses dimensions d et sa durée d'oscillation t.

On peut calculer la valeur du coefficient de dilatation a des solides, en fonction de la température u et de la durée d'oscillation t par la marche suivante :

La durée d'oscillation du pendule composé est donnée par

$$t = \pi\sqrt{\frac{1}{g}.\frac{I}{S}.}\left\{\sum_{0}^{\infty} n\left(\frac{1.3\ldots 2n-1}{2.4\ldots 2n}\right)^2.\sin^{2n}\frac{\alpha}{2}\right\}$$

En supposant que le pendule composé ne soit formé que de molécules de même nature, le moment d'iner-

tie J, dans cette formule, est un produit de la masse totale M du corps par une fonction homogène du second degré dans les dimensions d_i du pendule; tandis que S, le moment statique, est un produit de la même masse M par une fonction homogène du premier degré de ces mêmes dimensions.

Soit $$J = M.\varphi(d^2)$$
et $$S = M.\psi(d)$$

En rapportant la durée d'oscillation à une autre température que celle de la glace fondante, chacune des dimensions des fonctions φ et ψ prend le facteur $(1 + au)$, et comme les fonctions sont homogènes et le corps de même nature en toutes ses parties, ce facteur $(1 + au)$ vient devant les fonctions φ et ψ, en sorte que

$$J = M.\varphi(d^2).(1+au)^2$$
$$S = M.\psi(d_i).(1+au)$$

Il sera donc à la température u :

$$t_1 = \pi\sqrt{\frac{1}{g}.\frac{\varphi(d_i^2).(1+au_1)}{\psi(d_i)}}.\sum_0^\infty n\left(\frac{1.3\ldots 2n-1}{2.4\ldots 2u}\right)^2 \sin^{2n}\frac{\alpha}{2}$$

Divisant cette expression pour t_1 par l'expression donnant t_2 en fonction de u_2, et en supposant pour les deux oscillations une même amplitude α, on trouve

$$t_1 : t_2 = \sqrt{1+au_1} : \sqrt{1+au_2}$$

ou bien

$$a = \frac{t_2^2 - t_1^2}{u_2 t_1^2 - u_1 t_2^2} \qquad \text{(A)}$$

Pour arriver à une grande exactitude pour la durée d'oscillation t_i, il faut remplacer le t_i de la formule précédente par la valeur moyenne d'un très grand nombre N_i d'oscillations. Dans ce cas, l'expression pour t_1 sera

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{1}{g} \cdot \frac{\varphi(d_i^2).(1+au)}{\psi(d_i)}} \cdot \frac{1}{N_i} \sum_{\alpha_1}^{\alpha_2} \alpha \sum_{0}^{\infty} n \left(\frac{1.3...2n-1}{2.4...2n}\right)^2 \sin^{2n} \frac{\alpha}{2}$$

La $\Sigma\Sigma$ dans l'expression pour t_2 est tout à fait analogue, et, de plus, en supposant les limites α_1 et α_2 ou les nombres N_1 et N_2 égaux pour les deux déterminations de t_i, prendra la même valeur. Par suite, la division indiquée fera disparaître cette $\Sigma\Sigma$, et la formule donnant a restera celle déduite en (A).

Pour déterminer la durée d'oscillation t_i, je suppose donnée une horloge de précision dont la marche est contrôlée par des observations astronomiques, et qui ferme un circuit électrique à chaque minute. Il est mécaniquement réalisable qu'un pendule oscille pendant 18 heures ou 24 heures sans recevoir une nouvelle impulsion; il suffira cependant de déterminer t_i du nombre d'oscillations N_i qui s'opèrent dans un intervalle de temps de 6 heures environ. On choisira comme commencement de cet intervalle le moment où le pendule passe une première fois par la verticale du point de suspension; la fin de l'intervalle sera définie de la même manière. Le commencement de l'intervalle sera rattaché à la dernière minute de l'horloge à l'aide du chronoscope de M. Hipp, en arrangeant les appareils de façon que le même courant qui annonce la « dernière » minute commande également les aiguilles du chronoscope pour les mettre

en marche, et que ces mêmes aiguilles s'arrêtent au moment où le pendule passe par la verticale. Par le même arrangement, le moment du dernier passage du pendule sera rattaché à la dernière minute correspondante, et cela à 0,001 sec. près.

Le calcul fournit la preuve que l'exactitude à laquelle on arrive par cette méthode en opérant dans le vide est, suivant la perfection des horloges, de $^7/_5$ $^0/_{00}$. — Les excellentes déterminations de coefficients de dilatation faites par M. Benoit[1] sur les règles étalon ont une exactitude de $^9/_{10}$ $^0/_{00}$, et celles de M. Fizeau[2] une exactitude de $^1/_6$ $^0/_{00}$.

La formule (A) demande la détermination de deux durées d'oscillations t_1 et t_2 et de deux températures constantes n_1 et n_2. Fixons comme valeur de ces températures $n_1 = 0^0$ et $n_2 = 30^0$; n_1 pouvant être la température de l'air au dehors en hiver, et n_2 celle de l'air en été, par exemple. Par là, on éviterait la construction de bains spéciaux, et l'on serait plus sûr de la constance de la température pendant un intervalle de temps assez long que si l'on n'employait que de la glace.

Toutefois, il sera plus difficile de maintenir cette température absolument constante que de la mesurer à $^1/_{500}$ de degré près. Voici comment je me propose de mesurer cette température avec des piles thermoélectriques : deux couples aussi identiques que possible sont intercalés alternativement dans le circuit d'un galvanomètre apériodique à miroir. La sensibi-

[1] Mémoires du bureau international des poids et mesures, t. II, p. C. 145.

[2] Comptes rendus, t. LXII, p. 1136 et 1140.

lité et la distance de l'échelle au miroir sera telle que, pour une différence de température de 18° environ, le miroir embrasse toute l'échelle de 100 cm. Une soudure du premier couple plonge constamment dans de la glace fondante, l'autre soudure dans un bain que l'on maintient à une température de 14° à 16°. La première soudure du second couple plonge constamment dans ce même bain de 14° à 16°, et l'autre soudure est fixée dans le voisinage du pendule. Les déviations produites par les deux couples doivent se lire immédiatement l'une après l'autre. La connaissance exacte des constantes des couples thermo-électriques pour un intervalle de température constant et la possibilité de lire avec la lunette jusqu'aux dixièmes de millimètres de l'échelle permettent bien d'arriver à l'exactitude de $^1/_{500}$ de degré.

Pour déterminer t_1 on fera osciller le pendule dans le vide pendant un intervalle de 6 heures environ, soit pendant 21600 secondes. Supposons que le pendule à froid batte la seconde, que $t_1 = 1$, et que les amplitudes initiale et finale soient aussi grandes que possible. La durée d'oscillation t_2 sera un peu plus grande qu'une seconde, mais les amplitudes initiale et finale seront les mêmes que celles qu'on a eues en déterminant t_1.

L'intervalle de 6 heures, duquel se déduit la valeur de t_1 en divisant par 21600, sera affectée d'une première erreur provenant de la marche de l'horloge de précision et de la détermination de l'heure. Pour cette horloge de précision (pendule électrique Hipp), on peut supposer que sa marche soit parfaitement constante pendant 10 jours, par exemple, et pour la détermination de l'heure on pourra admettre une erreur

moyenne de $0^s,03$. L'incertitude de la marche diurne devient ainsi $\frac{1}{10}.\ 0,3.\sqrt{2} = 0,^s0042$ et l'erreur par intervalle de 6 heures sera $\frac{6}{24}.0,0042 = 0^s,00105$. A cette incertitude il vient s'ajouter $0^s,01$ au commencement de l'intervalle de temps et $0^s,001$ à la fin de cet intervalle par l'emploi du chronoscope Hipp, de sorte que l'erreur sera $0^s,00305$ pour l'intervalle de 6^h, soit de $0^s,142.\ 10^{-6}$ par oscillation du pendule à seconde. La durée d'oscillation entrant à la deuxième puissance dans la formule (A), l'erreur peut devenir $2.0,142.10^{-6}$ et comme le numérateur est une différence de deux durées d'oscillations au carré, l'erreur probable pour ce numérateur sera de $\sqrt{2}.0,284.15^6 = \pm 4.\ 10^{-7}$. La valeur absolue du numérateur sera environ de $0^s,0003$. Le rapport donnant a prend donc les valeurs de l'ordre de

$$\frac{0,0003 \pm 4.10^{-7}}{30 \pm 0,002} = 0,000010 \pm 14.18^{-9}$$

d'où il résulte que l'exactitude cherchée est de 0,0014.

Cette méthode, bien que très simple, en principe, ne manque pas de se compliquer dès qu'on demande un haut degré de précision ; et à ce point de vue elle partage le sort de toutes les méthodes. Elle présente cependant quelques avantages marqués, qui découlent du fait que la formule (A) est homogène : la connaissance de a n'exige pas la mesure de la longueur du corps ; tout ce qui influe au même degré sur le pendule à chaud et à froid n'a aucune influence sur la valeur de a ; et la forme du pendule est, en principe, arbitraire.

Pour la mesure des températures, les couples thermo-électriques sont tout indiqués, pouvant donner par des lectures très commodes une exactitude supérieure à celle des thermomètres à mercure. En effet, en graduant provisoirement le couple à l'aide d'un bon thermomètre à mercure pour un intervalle de 20° environ, et en s'appuyant ensuite sur quatre températures intermédiaires et constantes, distantes l'une de l'autre de 20° environ, on parvient aisément à rattacher les indications du thermomètre électrique aux températures fixes de la glace fondante et de la vapeur d'eau bouillante, et d'éliminer par là les erreurs introduites par le thermomètre à mercure.

En faisant osciller le corps dans l'air, on peut encore déterminer la durée d'oscillation avec une grande exactitude. La densité de l'air a une influence notable sur la durée d'oscillation, soit 0,002 à 0,003 par atmosphère ; mais on remarque que son influence disparaît de la formule (A) si la densité reste constante. La densité dépend de la pression atmosphérique et de la température. Soit δ_1 la densité de l'air à la température $u_1 = 0°$ et 760^{mm} de pression, soit δ_2 la densité à u_2 degrés et à la même pression ; alors

$$\delta_2 = \delta_1 . \frac{1 + au_1}{1 + au_2}$$

On arrive à la même densité en supposant la température constante $= u_1$, et en prenant la pression p_2 telle que $\delta_2 = \delta_1 . \frac{p_2}{p_1}$. De ces deux expressions on peut déduire la valeur de la pression p_2 pour laquelle la densité est la même pour les deux températures u_1 et u_2. Ainsi, en posant par exemple $u_2 = 20°$ il vient

$\delta_2 = \frac{273}{293}$ et la pression $p_2 = 708^{mm},1$ correspondra à la pression de $p_1 = 760^{mm}$. L'influence de la variation de densité du milieu dans lequel le pendule oscille sera donc éliminé quand on détermine

t_1 à 0° et $708^{mm},1$, le t_2 ayant été déterm. à +20° et 760^{mm},

ou

t_1 à 0° et $689^{mm},5$, » » » 740^{mm},

ou

t_1 à 0° et $670^{mm},8$, » » » 720^{mm},

etc.

Comme on ne tombera guère par hasard sur deux des pressions barométriques correspondantes en déterminant t_1 et t_2, il faudra faire deux déterminations de t_1, les deux à 0 degré, mais à des pressions barométriques aussi différentes que possible. En établissant une proportion on trouve la valeur de t_1 qui correspond à la pression atmosphérique que l'on a eue en déterminant t_2. Il en résulte qu'il faudra trouver

t_1' à la température. u_1 (= 0°) et à la pression (basse) p_1'
t_1'' » u_1 (= 0°) » (haute) p_1''
t_2 » u_2 (= 20°) » (haute) p_2

Partant de la valeur de p_2, la considération présentée plus haut donne la valeur correspondante de p_1; pour celle-ci on déduit la valeur de t_1 en établissant la dite proportion entre les quantités t_1', t_1'', t_1 et p_1'', p_1'', p_1.

En faisant osciller le corps dans l'air, il reste une

petite inexactitude malgré la correction de la variation de densité, car en élevant la température on fera varier non seulement la densité de l'air, mais encore les dimensions du pendule. Celui-ci présentera à l'air une surface plus grande, qui tendra à augmenter d'une quantité négligeable la durée d'oscillation t_2.

NOTA. — Cette notice a paru dans les publications suivantes :

Comptes rendus de l'Académie des sciences, tome CIII, p. 553 et *Archives de Genève,* 15 septembre 1886, p. 205. M. Ch.-Ed. GUILLAUME a publié quelques considérations sur le degré d'exactitude de la méthode dans *Comptes rendus,* tome CIII, p. 689 et *Archives,* 15 octobre 1886, p. 393.