

L'emploi d'une projection cylindrique oblique pour l'étude de la dérive des continents

Autor(en): **Guyot, Edmond**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **68 (1943)**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-88771>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

L'EMPLOI D'UNE PROJECTION CYLINDRIQUE OBLIQUE POUR L'ÉTUDE DE LA DÉRIVE DES CONTINENTS

par

EDMOND GUYOT

Directeur de l'Observatoire cantonal de Neuchâtel

En étudiant la dérive des continents, on constate qu'il se produit des déplacements le long de certains petits cercles de la sphère terrestre. Sur la carte, il est intéressant de représenter ces petits cercles par des droites, tout en conservant les angles. Il faut donc employer une projection conforme dans laquelle certains cercles sont représentés par des droites. Une seule projection jouit de ces propriétés, c'est la projection de MERCATOR oblique ou projection cylindrique conforme oblique. Cette projection est utilisée avantageusement en navigation aérienne lorsque l'avion doit suivre un arc de grand cercle; elle a été proposée par M. L. KAHN (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, tome 186, 1928, page 296, et tome 187, 1928, page 284).

La projection de MERCATOR s'obtient de la manière suivante : Soient φ et L la latitude et la longitude d'un point de la surface terrestre. On transforme ces coordonnées angulaires en coordonnées cartésiennes rectangulaires en posant :

$$x = L \quad y = \text{Log tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = V,$$

V ayant reçu le nom de latitude croissante et Log désignant le logarithme népérien. Les méridiens sont des droites équidistantes et les parallèles des droites perpendiculaires aux méridiens, l'équateur étant confondu avec l'axe des x . La projection est favorable dans la région de l'équateur; elle devient inutilisable aux pôles qui se trouvent à l'infini.

Au lieu de choisir l'équateur terrestre comme axe des x , on peut choisir un grand cercle quelconque. On obtient alors une projection de MERCATOR oblique ou projection cylindrique conforme oblique. Le grand cercle remplace l'équateur et les deux pôles de ce grand cercle jouent le rôle des pôles terrestres. Les grands

cercles passant par ces deux nouveaux pôles remplacent les méridiens et les petits cercles parallèles au grand cercle (almican-tarats) remplacent les parallèles de la projection de MERCATOR. On choisit comme méridien origine le grand cercle passant par les deux pôles terrestres et les deux nouveaux pôles. On pose alors :

$$x = A \quad y = \text{Log tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{h}{2} \right)$$

où A est l'azimut du point considéré rapporté au grand cercle origine et h la hauteur de ce point par rapport au grand cercle. A et h jouent le rôle de L et de φ . Or la trigonométrie sphérique nous fournit les relations suivantes entre A , h , L et φ :

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin \varphi_0 \sin \varphi + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cdot \cos (L - L_0) \\ \cos h \cos A &= \cos \varphi_0 \sin \varphi - \sin \varphi_0 \cos \varphi \cdot \cos (L - L_0) \\ \cos h \sin A &= -\cos \varphi \cdot \sin (L - L_0) \end{aligned}$$

Dans ces relations φ_0 et L_0 sont les coordonnées géographiques d'un des nouveaux pôles. Nos relations deviennent, en exprimant x et y en fonction de φ et de L et en introduisant les logarithmes vulgaires pour la commodité du calcul :

$$x = \text{arc tg} \left[\frac{-\sin (L - L_0)}{\cos \varphi_0 \text{tg} \varphi - \sin \varphi_0 \cos (L - L_0)} \right]$$

$$y = 7915,2 \cdot \log \text{tg} \left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \text{arc sin} [\sin \varphi_0 \sin \varphi + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos (L - L_0)] \right]$$

M. le professeur EUGÈNE WEGMANN nous a proposé d'appliquer cette projection à l'établissement d'une carte dans laquelle un petit cercle bien déterminé devait être représenté par une droite. Il s'agissait du cercle passant par les trois points $M_1 (\varphi_1, L_1)$, $M_2 (\varphi_2, L_2)$ et $M_3 (\varphi_3, L_3)$. Il faut tout d'abord calculer les pôles de ce petit cercle, qui doit être parallèle au grand cercle remplaçant l'équateur. Soient φ_0 et L_0 les coordonnées d'un des pôles; le problème aura deux solutions correspondant aux deux pôles. Considérons sur la sphère terrestre le pôle Nord P et le cercle de rayon ρ inconnu passant par les trois points $M_1 M_2 M_3$ et dont le centre C est le nouveau pôle cherché de coordonnées φ_0 et L_0 . Le triangle sphérique P_1MC nous donne (fig. 1):

$$\begin{aligned} \cos \rho &= \sin \varphi_0 \cdot \sin \varphi_1 \\ &+ \cos \varphi_0 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos (L_1 - L_0) \end{aligned} \quad (2)$$

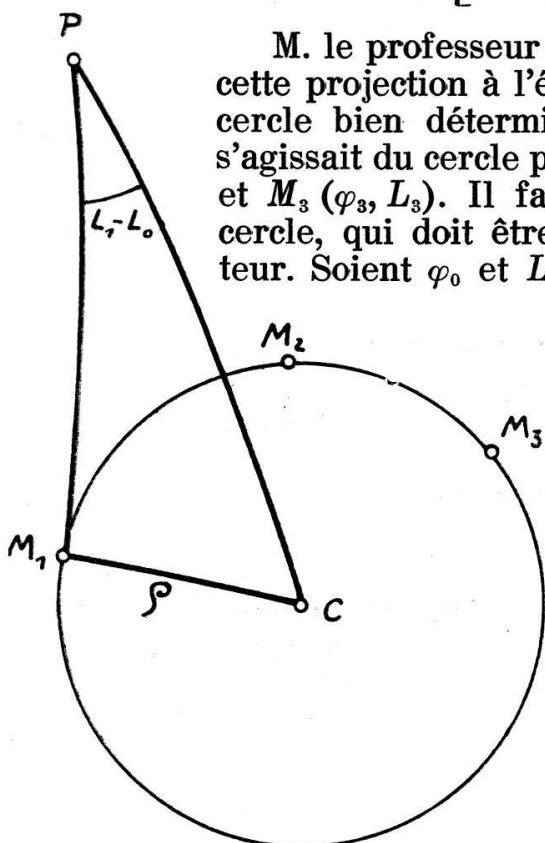


Fig. 1.

On a de même pour les points M_2 et M_3 :

$$\cos \varrho = \sin \varphi_0 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_0 \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0) \quad (3)$$

$$\cos \varrho = \sin \varphi_0 \cdot \sin \varphi_3 + \cos \varphi_0 \cos \varphi_3 \cos (L_3 - L_0) \quad (4)$$

Soustrayons (2) de (1) et (3) de (1); nous obtenons :

$$(5) \quad \sin \varphi_0 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2) + \cos \varphi_0 [\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0)] = 0$$

$$\sin \varphi_0 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3) + \cos \varphi_0 [\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_3 \cos (L_3 - L_0)] = 0$$

Egalons les deux valeurs de $\operatorname{tg} \varphi_0$ tirées de ces deux équations; il vient :

$$\frac{\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0)}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = \frac{\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_3 \cos (L_3 - L_0)}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3}$$

Posons :

$$\frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = a_1 \quad \frac{\cos \varphi_2}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = b_1$$

$$\frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = a_2 \quad \frac{\cos \varphi_3}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = b_2$$

Il vient :

$$a_1 \cos (L_1 - L_0) - b_1 \cos (L_2 - L_0) = a_2 \cos (L_1 - L_0) - b_2 \cos (L_3 - L_0)$$

$$\text{ou } (a_1 - a_2) \cos (L_1 - L_0) = b_1 \cos (L_2 - L_0) - b_2 \cos (L_3 - L_0)$$

Soit en développant les cosinus et résolvant par rapport à $\operatorname{tg} L_0$:

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{(a_2 - a_1) \cos L_1 + b_1 \cos L_2 - b_2 \cos L_3}{(a_1 - a_2) \sin L_1 - b_1 \sin L_2 + b_2 \sin L_3} \quad (6)$$

Remplaçons L_0 par cette valeur dans (5) qui donne :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{-\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) + \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0)}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2}$$

$$\text{ou } \operatorname{tg} \varphi_0 = -a_1 \cos (L_1 - L_0) + b_1 \cos (L_2 - L_0). \quad (7)$$

Connaissant φ_0 et L_0 , on calcule la projection en appliquant les formules (1). L'équation (6) fournit deux valeurs différant de 180° , d'où il résulte deux valeurs opposées pour φ_0 . Les deux couples de valeurs correspondent aux deux pôles. On choisira le couple qu'on voudra, mais il sera préférable de mettre le nord de la carte en haut.

Application.

Les trois points $M_1 M_2 M_3$ sont définis par les coordonnées suivantes :

$$\begin{array}{lll} \varphi_1 = 85^\circ & \varphi_2 = 70^\circ & \varphi_3 = 72^\circ \\ L_1 = 32^\circ & L_2 = -17^\circ & L_3 = 130^\circ \end{array}$$

Voici le détail des calculs :

$$\begin{array}{ll} \sin \varphi_1 = 0,99619 & \cos \varphi_1 = 0,08716 \\ \sin \varphi_2 = 0,93969 & \cos \varphi_2 = 0,34202 \\ \sin \varphi_3 = 0,95106 & \cos \varphi_3 = 0,30902 \end{array}$$

$$a_1 = \frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = \frac{0,08716}{0,05650} = 1,54265$$

$$b_1 = \frac{\cos \varphi_2}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = \frac{0,34202}{0,05650} = 6,05345$$

$$a_2 = \frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = \frac{0,08716}{0,04513} = 1,93131$$

$$b_2 = \frac{\cos \varphi_3}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = \frac{0,30902}{0,04513} = 6,84733$$

$$\begin{array}{ll} \sin L_1 = 0,52992 & \cos L_1 = 0,84805 \\ \sin L_2 = -0,29237 & \cos L_2 = 0,95630 \\ \sin L_3 = 0,76604 & \cos L_3 = -0,64279 \end{array}$$

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{(a_2 - a_1) \cos L_1 + b_1 \cos L_2 - b_2 \cos L_3}{(a_1 - a_2) \sin L_1 - b_1 \sin L_2 + b_2 \sin L_3}$$

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{0,38866 \cdot 0,84805 + 6,05345 \cdot 0,95630 + 6,84733 \cdot 0,64279}{-0,38866 \cdot 0,52992 + 6,05345 \cdot 0,29237 + 6,84733 \cdot 0,76604}$$

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{0,32960 + 5,78891 + 4,40140}{-0,20596 + 1,76985 + 5,24533} = \frac{10,51991}{6,80922} = 1,54495$$

$$\underline{L_0 = 57^\circ 5'} \quad \text{ou} \quad \underline{-122^\circ 55'}$$

Nous choisissons la deuxième valeur.

$$\begin{aligned} L_1 &= 32^\circ & L_2 &= -17^\circ & \cos(L_1 - L_0) &= 0,90569 \\ L_0 &= -122^\circ 55' & L_0 &= -122^\circ 55' & \cos(L_2 - L_0) &= 0,27424 \\ L_1 - L_0 &= 154^\circ 55' & L_2 - L_0 &= 105^\circ 55' \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -a_1 \cos(L_1 - L_0) + b_1 \cos(L_2 - L_0)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = 1,54265 \cdot 0,90569 - 6,05345 \cdot 0,27424 = 1,39716 - 1,66010$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -0,26294 \quad \underline{\varphi_0 = -14^\circ 44'}$$

Le point de coordonnées $\varphi_0 = -14^\circ 44'$ et $L_0 = -122^\circ 55'$ jouera dans notre carte le rôle du pôle Nord dans la projection de MERCATOR.

Calcul de la carte.

Nous donnons ci-dessous un aperçu des calculs pour le méridien de longitude 150° .

$$\begin{aligned} L - L_0 &= 272^\circ 55' & \sin(L - L_0) &= -0,99870 & \cos(L - L_0) &= 0,05088 \\ & & \sin \varphi_0 \cos(L - L_0) &= -0,01294 \end{aligned}$$

Calcul de x .

φ	$\cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi$	$\frac{\cos \varphi_0 \operatorname{tg} \varphi}{-\sin \varphi_0 \cos(L - L_0)}$	$\operatorname{tg} x$	x
55°	1,38119	1,39413	0,71636	$35^\circ 37'$
60°	1,67510	1,68804	0,59163	$30^\circ 37'$
65°	2,07400	2,08694	0,47855	$25^\circ 34'$
70°	2,65714	2,67008	0,37403	$20^\circ 30'$
75°	3,60934	3,62228	0,27571	$15^\circ 25'$
80°	5,48481	5,49775	0,18166	$10^\circ 18'$
85°	11,05423	11,06717	0,09024	$5^\circ 9'$
90°			0,00000	$0^\circ 0'$

Calcul de y .

φ	$\cos \varphi_0 \cos(L - L_0) \cos \varphi$	$\sin \varphi_0 \sin \varphi$	$\sin h$	h	y
55°	0,02823	-0,20833	-0,18010	$-10^\circ 23'$	$-10^\circ 26'$
60°	0,02460	-0,22025	-0,19565	$-11^\circ 17'$	$-11^\circ 21'$
65°	0,02080	-0,23049	-0,20969	$-12^\circ 6'$	$-12^\circ 12'$
70°	0,01683	-0,23898	-0,22215	$-12^\circ 50'$	$-12^\circ 56'$
75°	0,01274	-0,24566	-0,23292	$-13^\circ 28'$	$-13^\circ 35'$
80°	0,00854	-0,25046	-0,24192	$-14^\circ 0'$	$-14^\circ 8'$
85°	0,00429	-0,25335	-0,24906	$-14^\circ 25'$	$-14^\circ 34'$
90°	0,00000	-0,25432	-0,25432	$-14^\circ 44'$	$-14^\circ 54'$

Le calcul de y à partir de h se fait de la même manière que celui de la latitude croissante V à partir de φ ; h remplace φ et y remplace V . On utilise une table des latitudes croissantes. Les axes des x et des y sont orientés comme le montre la figure (2). La fig. 3 représente la carte.

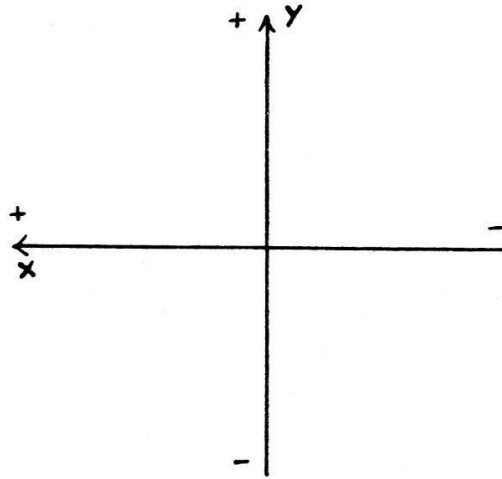


Fig. 2.

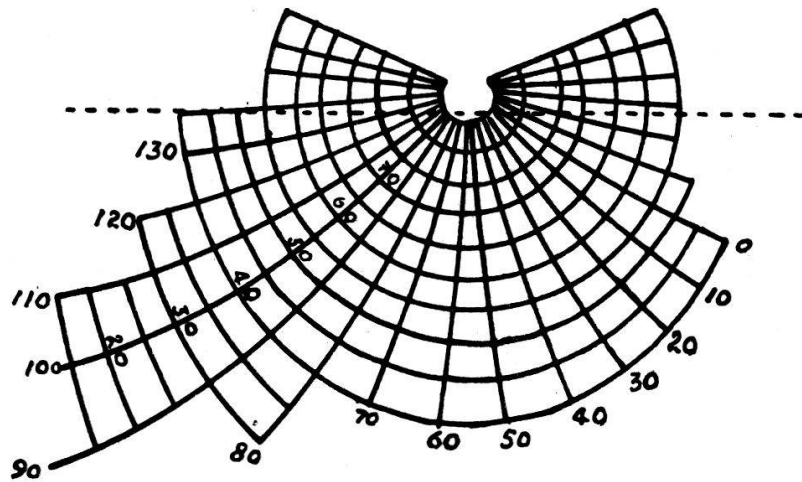


Fig. 3.

**Table donnant la latitude croissante V
en fonction de la latitude φ .**

φ	V en '	V en °	φ	V en '	V en °
0°	0'000	0° 0'0	40°	2622'685	43° 42'7
1	60.001	1 0.0	41	2701.597	45 1.6
2	120.026	2 0.0	42	2781.712	46 21.7
3	180.082	3 0.1	43	2863.093	47 43.1
4	240.194	4 0.2	44	2945.812	49 5.8
5	300.385	5 0.4	45	3029.940	50 29.9
6	360.663	6 0.7	46	3115.540	51 55.5
7	421.052	7 1.1	47	3202.708	53 22.7
8	481.567	8 1.6	48	3291.530	54 51.5
9	542.233	9 2.2	49	3382.078	56 22.1
10	603.066	10 3.1	50	3474.470	57 54.5
11	664.096	11 4.1	51	3568.801	59 28.8
12	725.324	12 5.3	52	3665.191	61 5.2
13	786.781	13 6.8	53	3763.757	62 43.8
14	848.484	14 8.5	54	3864.635	64 24.6
15	910.464	15 10.5	55	3967.966	66 8.0
16	972.729	16 12.7	56	4073.902	67 53.9
17	1035.302	17 15.3	57	4182.616	69 42.6
18	1098.216	18 18.2	58	4294.299	71 34.3
19	1161.486	19 21.5	59	4409.140	73 29.1
20	1225.137	20 25.1	60	4527.369	75 27.4
21	1289.198	21 29.2	61	4649.223	77 29.2
22	1353.687	22 33.7	62	4774.980	79 35.0
23	1418.628	23 38.6	63	4904.932	81 44.9
24	1484.059	24 44.1	64	5039.420	83 59.4
25	1549.997	25 50.0	65	5178.807	86 18.8
26	1616.473	26 56.4	66	5323.506	88 43.5
27	1683.519	28 3.5	67	5473.999	91 14.0
28	1751.159	29 11.1	68	5630.817	93 50.8
29	1819.439	30 19.4	69	5794.554	96 34.6
30	1888.377	31 28.4	70	5965.913	99 25.9
31	1958.012	32 38.0	71	6145.694	102 25.7
32	2028.382	33 48.4	72	6334.832	105 34.8
33	2099.529	34 59.5	73	6534.418	108 54.4
34	2171.482	36 11.5	74	6745.736	112 25.7
35	2244.283	37 24.3	75	6970.336	116 10.3
36	2317.986	38 38.0	76	7210.063	120 10.1
37	2392.631	39 52.6	77	7467.204	124 27.2
38	2468.258	41 8.3	78	7744.570	129 4.6
39	2544.929	42 24.9	79	8045.700	134 5.7
40	2622.685	43 42.7	80	8375.191	139 35.2