Zeitschrift: Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Band: 68 (1943)

Artikel: L'emploi d'une projection cylindrique oblique pour l'étude de la dérive des continents
Autor: Guyot, Edmond
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-88771

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'EMPLOI D'UNE PROJECTION CYLINDRIQUE OBLIQUE
POUR L'ÉTUDE DE LA DÉRIVE DES CONTINENTS

par

EDMOND GUYOT

Directeur de l'Observatoire cantonal de Neuchâtel

En étudiant la dérive des continents, on constate qu'il se produit des déplacements le long de certains petits cercles de la sphère terrestre. Sur la carte, il est intéressant de représenter ces petits cercles par des droites, tout en conservant les angles. Il faut donc employer une projection conforme dans laquelle certains cercles sont représentés par des droites. Une seule projection jouit de ces propriétés, c'est la projection de MERCATOR oblique ou projection cylindrique conforme oblique. Cette projection est utilisée avantageusement en navigation aérienne lorsque l'avion doit suivre un arc de grand cercle; elle a été proposée par M. L. KAHN (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, tome 186, 1928, page 296, et tome 187, 1928, page 284).

La projection de MERCATOR s'obtient de la manière suivante : Soient φ et L la latitude et la longitude d'un point de la surface terrestre. On transforme ces coordonnées angulaires en coordonnées cartésiennes rectangulaires en posant :

$$x = L \qquad y = \text{Log tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = V,$$

V ayant reçu le nom de latitude croissante et Log désignant le logarithme népérien. Les méridiens sont des droites équidistantes et les parallèles des droites perpendiculaires aux méridiens, l'équateur étant confondu avec l'axe des x. La projection est favorable dans la région de l'équateur; elle devient inutilisable aux pôles qui se trouvent à l'infini.

Au lieu de choisir l'équateur terrestre comme axe des x, on peut choisir un grand cercle quelconque. On obtient alors une projection de MERCATOR oblique ou projection cylindrique conforme oblique. Le grand cercle remplace l'équateur et les deux pôles de ce grand cercle jouent le rôle des pôles terrestres. Les grands

cercles passant par ces deux nouveaux pôles remplacent les méridiens et les petits cercles parallèles au grand cercle (almicantarats) remplacent les parallèles de la projection de MERCATOR. On choisit comme méridien origine le grand cercle passant par les deux pôles terrestres et les deux nouveaux pôles. On pose alors :

$$x = A \qquad y = \text{Log tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{h}{2}\right)$$

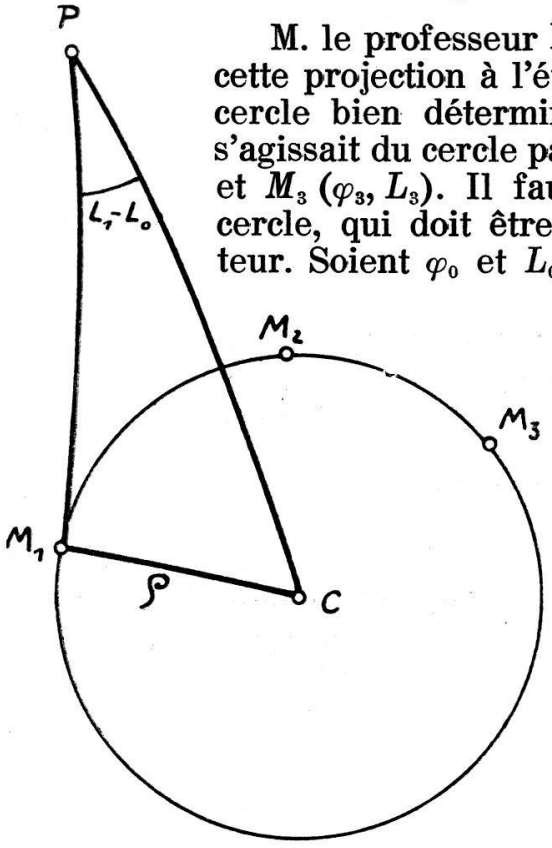
où A est l'azimut du point considéré rapporté au grand cercle origine et h la hauteur de ce point par rapport au grand cercle. A et h jouent le rôle de L et de φ. Or la trigonométrie sphérique nous fournit les relations suivantes entre A, h, L et φ :

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin\varphi_0 \sin\varphi + \cos\varphi_0 \cos\varphi \cdot \cos(L - L_0) \\ \cos h \cos A &= \cos\varphi_0 \sin\varphi - \sin\varphi_0 \cos\varphi \cdot \cos(L - L_0) \\ \cos h \sin A &= -\cos\varphi \cdot \sin(L - L_0) \end{aligned}$$

Dans ces relations φ_0 et L_0 sont les coordonnées géographiques d'un des nouveaux pôles. Nos relations deviennent, en exprimant x et y en fonction de φ et de L et en introduisant les logarithmes vulgaires pour la commodité du calcul :

$$x = \text{arc tg}\left[\frac{-\sin(L - L_0)}{\cos\varphi_0 \,\text{tg}\,\varphi - \sin\varphi_0 \cos(L - L_0)}\right]$$

$$y = 7915{,}2 \cdot \log \text{tg}\left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\,\text{arc sin}\,[\sin\varphi_0 \sin\varphi + \cos\varphi_0 \cos\varphi \cos(L - L_0)]\right]$$



M. le professeur EUGÈNE WEGMANN nous a proposé d'appliquer cette projection à l'établissement d'une carte dans laquelle un petit cercle bien déterminé devait être représenté par une droite. Il s'agissait du cercle passant par les trois points $M_1(\varphi_1, L_1)$, $M_2(\varphi_2, L_2)$ et $M_3(\varphi_3, L_3)$. Il faut tout d'abord calculer les pôles de ce petit cercle, qui doit être parallèle au grand cercle remplaçant l'équateur. Soient φ_0 et L_0 les coordonnées d'un des pôles; le problème aura deux solutions correspondant aux deux pôles. Considérons sur la sphère terrestre le pôle Nord P et le cercle de rayon ϱ inconnu passant par les trois points M_1 M_2 M_3 et dont le centre C est le nouveau pôle cherché de coordonnées φ_0 et L_0. Le triangle sphérique P_1MC nous donne (fig. 1):

$$\begin{aligned} \cos\varrho &= \sin\varphi_0 \cdot \sin\varphi_1 \\ &\quad + \cos\varphi_0 \cdot \cos\varphi_1 \cdot \cos(L_1 - L_0) \end{aligned} \qquad (2)$$

Fig. 1.

On a de même pour les points M_2 et M_3 :

$$\cos \varrho = \sin \varphi_0 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_0 \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0) \qquad (3)$$

$$\cos \varrho = \sin \varphi_0 \cdot \sin \varphi_3 + \cos \varphi_0 \cos \varphi_3 \cos (L_3 - L_0) \qquad (4)$$

Soustrayons (2) de (1) et (3) de (1); nous obtenons :

(5) $$\sin \varphi_0 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2) + \cos \varphi_0 [\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0)] = 0$$

$$\sin \varphi_0 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3) + \cos \varphi_0 [\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_3 \cos (L_3 - L_0)] = 0$$

Egalons les deux valeurs de $\operatorname{tg} \varphi_0$ tirées de ces deux équations; il vient :

$$\frac{\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0)}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = \frac{\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) - \cos \varphi_3 \cos (L_3 - L_0)}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3}$$

Posons :

$$\frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = a_1 \qquad \frac{\cos \varphi_2}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = b_1$$

$$\frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = a_2 \qquad \frac{\cos \varphi_3}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = b_2$$

Il vient :

$$a_1 \cos (L_1 - L_0) - b_1 \cos (L_2 - L_0) = a_2 \cos (L_1 - L_0) - b_2 \cos (L_3 - L_0)$$

ou $$(a_1 - a_2) \cos (L_1 - L_0) = b_1 \cos (L_2 - L_0) - b_2 \cos (L_3 - L_0)$$

Soit en développant les cosinus et résolvant par rapport à $\operatorname{tg} L_0$:

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{(a_2 - a_1) \cos L_1 + b_1 \cos L_2 - b_2 \cos L_3}{(a_1 - a_2) \sin L_1 - b_1 \sin L_2 + b_2 \sin L_3} \qquad (6)$$

Remplaçons L_0 par cette valeur dans (5) qui donne :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{-\cos \varphi_1 \cos (L_1 - L_0) + \cos \varphi_2 \cos (L_2 - L_0)}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2}$$

ou $$\operatorname{tg} \varphi_0 = -a_1 \cos (L_1 - L_0) + b_1 \cos (L_2 - L_0). \qquad (7)$$

Connaissant φ_0 et L_0, on calcule la projection en appliquant les formules (1). L'équation (6) fournit deux valeurs différant de 180°, d'où il résulte deux valeurs opposées pour φ_0. Les deux couples de valeurs correspondent aux deux pôles. On choisira le couple qu'on voudra, mais il sera préférable de mettre le nord de la carte en haut.

Application.

Les trois points M_1 M_2 M_3 sont définis par les coordonnées suivantes :

$$\varphi_1 = 85° \qquad \varphi_2 = 70° \qquad \varphi_3 = 72°$$
$$L_1 = 32° \qquad L_2 = -17° \qquad L_3 = 130°$$

Voici le détail des calculs :

$$\sin \varphi_1 = 0{,}99619 \qquad \cos \varphi_1 = 0{,}08716$$
$$\sin \varphi_2 = 0{,}93969 \qquad \cos \varphi_2 = 0{,}34202$$
$$\sin \varphi_3 = 0{,}95106 \qquad \cos \varphi_3 = 0{,}30902$$

$$a_1 = \frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = \frac{0{,}08716}{0{,}05650} = 1{,}54265$$

$$b_1 = \frac{\cos \varphi_2}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} = \frac{0{,}34202}{0{,}05650} = 6{,}05345$$

$$a_2 = \frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = \frac{0{,}08716}{0{,}04513} = 1{,}93131$$

$$b_2 = \frac{\cos \varphi_3}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3} = \frac{0{,}30902}{0{,}04513} = 6{,}84733$$

$$\sin L_1 = 0{,}52992 \qquad \cos L_1 = 0{,}84805$$
$$\sin L_2 = -0{,}29237 \qquad \cos L_2 = 0{,}95630$$
$$\sin L_3 = 0{,}76604 \qquad \cos L_3 = -0{,}64279$$

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{(a_2 - a_1) \cos L_1 + b_1 \cos L_2 - b_2 \cos L_3}{(a_1 - a_2) \sin L_1 - b_1 \sin L_2 + b_2 \sin L_3}$$

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{0{,}38866 \cdot 0{,}84805 + 6{,}05345 \cdot 0{,}95630 + 6{,}84733 \cdot 0{,}64279}{-0{,}38866 \cdot 0{,}52992 + 6{,}05345 \cdot 0{,}29237 + 6{,}84733 \cdot 0{,}76604}$$

$$\operatorname{tg} L_0 = \frac{0{,}32960 + 5{,}78891 + 4{,}40140}{-0{,}20596 + 1{,}76985 + 5{,}24533} = \frac{10{,}51991}{6{,}80922} = 1{,}54495$$

$$\underline{L_0 = 57° 5'} \quad \text{ou} \quad \underline{-122° 55'}$$

Nous choisissons la deuxième valeur.

$L_1 = 32°$ $L_2 = -17°$ $\cos(L_1 - L_0) = 0{,}90569$

$L_0 = -122° 55'$ $L_0 = -122° 55'$ $\cos(L_2 - L_0) = 0{,}27424$

$L_1 - L_0 = 154° 55'$ $L_2 - L_0 = 105° 55'$

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = -a_1 \cos(L_1 - L_0) + b_1 \cos(L_2 - L_0)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = 1{,}54265 \cdot 0{,}90569 - 6{,}05345 \cdot 0{,}27424 = 1{,}39716 - 1{,}66010$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = -0{,}26294 \qquad \varphi_0 = -14° 44'$$

Le point de coordonnées $\varphi_0 = -14° 44'$ et $L_0 = -122° 55'$ jouera dans notre carte le rôle du pôle Nord dans la projection de MERCATOR.

Calcul de la carte.

Nous donnons ci-dessous un aperçu des calculs pour le méridien de longitude 150°.

$L - L_0 = 272° 55'$ $\sin(L - L_0) = -0{,}99870$ $\cos(L - L_0) = 0{,}05088$

$\sin\varphi_0 \cos(L - L_0) = -0{,}01294$

Calcul de x.

φ	$\cos\varphi_0 \operatorname{tg}\varphi$	$\cos\varphi_0 \operatorname{tg}\varphi - \sin\varphi_0 \cos(L - L_0)$	$\operatorname{tg} x$	x
55°	1,38119	1,39413	0,71636	35° 37'
60°	1,67510	1,68804	0,59163	30° 37'
65°	2,07400	2,08694	0,47855	25° 34'
70°	2,65714	2,67008	0,37403	20° 30'
75°	3,60934	3,62228	0,27571	15° 25'
80°	5,48481	5,49775	0,18166	10° 18'
85°	11,05423	11,06717	0,09024	5° 9'
90°			0,00000	0° 0'

Calcul de y.

φ	$\cos\varphi_0 \cos(L - L_0) \cos\varphi$	$\sin\varphi_0 \sin\varphi$	$\sin h$	h	y
55°	0,02823	−0,20833	−0,18010	−10° 23'	−10° 26'
60°	0,02460	−0,22025	−0,19565	−11° 17'	−11° 21'
65°	0,02080	−0,23049	−0,20969	−12° 6'	−12° 12'
70°	0,01683	−0,23898	−0,22215	−12° 50'	−12° 56'
75°	0,01274	−0,24566	−0,23292	−13° 28'	−13° 35'
80°	0,00854	−0,25046	−0,24192	−14° 0'	−14° 8'
85°	0,00429	−0,25335	−0,24906	−14° 25'	−14° 34'
90°	0,00000	−0,25432	−0,25432	−14° 44'	−14° 54'

Le calcul de y à partir de h se fait de la même manière que celui de la latitude croissante V à partir de φ; h remplace φ et y remplace V. On utilise une table des latitudes croissantes. Les axes des x et des y sont orientés comme le montre la figure (2). La fig. 3 représente la carte.

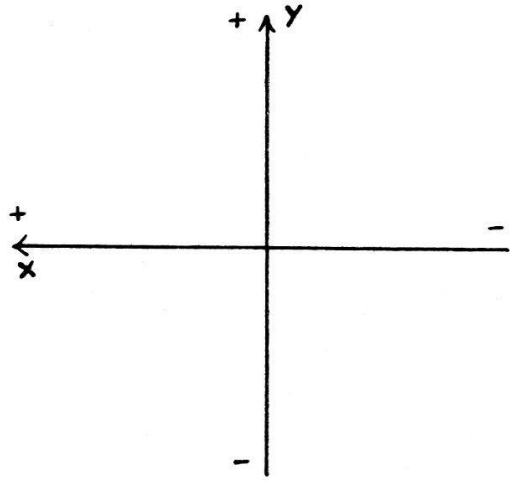


Fig. 2.

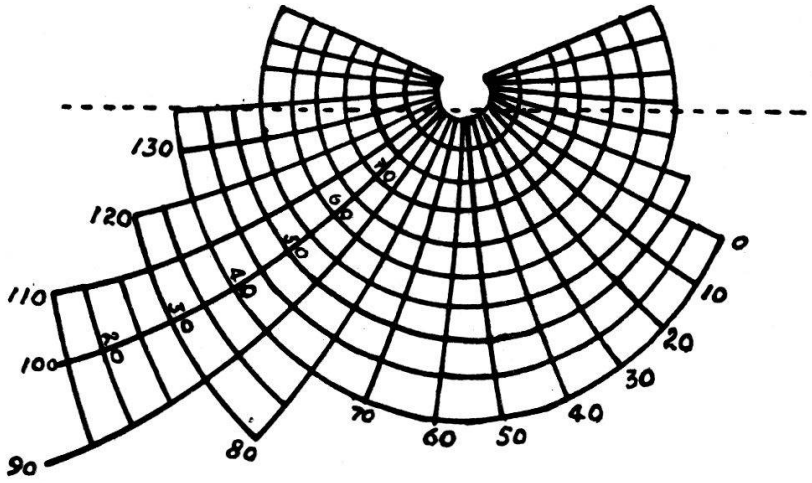


Fig. 3.

Table donnant la latitude croissante V en fonction de la latitude φ.

φ	V en ′	V en °		φ	V en ′	V en °	
0°	0'000	0°	0'0	40°	2622'685	43°	42'7
1	60.001	1	0.0	41	2701.597	45	1.6
2	120.026	2	0.0	42	2781.712	46	21.7
3	180.082	3	0.1	43	2863.093	47	43.1
4	240.194	4	0.2	44	2945.812	49	5.8
5	300.385	5	0.4	45	3029.940	50	29.9
6	360.663	6	0.7	46	3115.540	51	55.5
7	421.052	7	1.1	47	3202.708	53	22.7
8	481.567	8	1.6	48	3291.530	54	51.5
9	542.233	9	2.2	49	3382.078	56	22.1
10	603.066	10	3.1	50	3474.470	57	54.5
11	664.096	11	4.1	51	3568.801	59	28.8
12	725.324	12	5.3	52	3665.191	61	5.2
13	786.781	13	6.8	53	3763.757	62	43.8
14	848.484	14	8.5	54	3864.635	64	24.6
15	910.464	15	10.5	55	3967.966	66	8.0
16	972.729	16	12.7	56	4073.902	67	53.9
17	1035.302	17	15.3	57	4182.616	69	42.6
18	1098.216	18	18.2	58	4294.299	71	34.3
19	1161.486	19	21.5	59	4409.140	73	29.1
20	1225.137	20	25.1	60	4527.369	75	27.4
21	1289.198	21	29.2	61	4649.223	77	29.2
22	1353.687	22	33.7	62	4774.980	79	35.0
23	1418.628	23	38.6	63	4904.932	81	44.9
24	1484.059	24	44.1	64	5039.420	83	59.4
25	1549.997	25	50.0	65	5178.807	86	18.8
26	1616.473	26	56.4	66	5323.506	88	43.5
27	1683.519	28	3.5	67	5473.999	91	14.0
28	1751.159	29	11.1	68	5630.817	93	50.8
29	1819.439	30	19.4	69	5794.554	96	34.6
30	1888.377	31	28.4	70	5965.913	99	25.9
31	1958.012	32	38.0	71	6145.694	102	25.7
32	2028.382	33	48.4	72	6334.832	105	34.8
33	2099.529	34	59.5	73	6534.418	108	54.4
34	2171.482	36	11.5	74	6745.736	112	25.7
35	2244.283	37	24.3	75	6970.336	116	10.3
36	2317.986	38	38.0	76	7210.063	120	10.1
37	2392.631	39	52.6	77	7467.204	124	27.2
38	2468.258	41	8.3	78	7744.570	129	4.6
39	2544.929	42	24.9	79	8045.700	134	5.7
40	2622.685	43	42.7	80	8375.191	139	35.2

Manuscrit reçu le 28 janvier 1944.