# Calcul des coordonnées d'un canevas topographique

Autor(en): **Burnier, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **11 (1871-1873)**

Heft 68

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-257315

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

# CALCUL DES COORDONNÉES

## d'un canevas topographique

par

M. F. BURNIER.

(Séance du 3 juillet 1872.)

Je considère un réseau de triangles dont on a mesuré les angles et dont on connaît la longueur d'un des côtés. Le transport de ce canevas sur le papier devant se faire, je suppose, suivant la méthode la plus commode et la plus exacte, au moyen des coordonnées des sommets, il y a lieu à déterminer celles-ci. — On commence par faire le calcul de la triangulation, en résolvant chaque triangle, de proche en proche, à partir de celui auquel appartient le côté qui sert de base au canevas. Ce calcul préliminaire fait connaître les longueurs des côtés. — Puis on se donne deux axes rectangulaires, liés de position avec l'un des côtés du réseau. L'un de ces axes est ordinairement la méridienne. — Partant d'un premier azimut (réel ou supposé tel), on forme les azimuts des côtés du canevas. — Enfin on projette ces côtés sur les deux axes, ce qui donne les différences des coordonnées des sommets consécutifs, et par suite les coordonnées elles-mêmes.

Je me suis demandé si l'on ne pourrait pas supprimer la résolution des triangles, c'est-à-dire, effectuer le calcul des coordonnées sans avoir besoin de connaître la longueur des côtés.

Cette question se ramène évidemment au problème suivant : Dans un triangle A B C, connaissant les coordonnées de A et de B, ainsi que les azimuts de A C et de B C, trouver les coordonnées du sommet C.

Pour fixer les idées je supposerai la méridienne prise pour axe

des $x$ et les azimuts comptés depuis les $x$ positifs en tournant vers les $y$ positifs, de 0 à 360 degrès.

Soient donc B et B′ deux points du réseau dont on connaît les coordonnées $a$, $b$; $a'$, $b'$.

Appelant A l'azimut de B B′, on aura:

$$\text{tang A} = \frac{b' - b}{a' - a}$$

Soit X un troisième point déterminé par les azimuts Z et Z′ des deux côtés B X et B′X. Il s'agit de calculer les coordonnées $x$ et $y$ de ce point.

L'on a pour cela les deux équations

$$\text{tang Z} = \frac{y - b}{x - a}$$

$$\text{tang Z}' = \frac{y - b'}{x - a'}$$

d'où, par l'élimination de $y$

$$x - a = \frac{(a' - a)\,\text{tang Z}' - (b' - b)}{\text{tang Z}' - \text{tang Z}}$$

Remplaçant $b' - b$ par sa valeur $(a' - a)$ tang A, il viendra

$$x - a = (a' - a)\,\frac{\text{tang Z}' - \text{tang A}}{\text{tang Z}' - \text{tang Z}}$$

Connaissant $x - a$, la première équation donnera

$$y - b = (x - a)\,\text{tang Z}.$$

Après avoir formé le tableau des azimuts des côtés du réseau, on cherchera les tangentes de ces angles et on les inscrira au tableau avec leurs signes. Je ne connais que deux ouvrages modernes, outre plusieurs autres anciens, qui donnent les tangentes naturelles avec une étendue suffisante à notre but. Ce sont les petites tables de Rühlmann et le Sammlung de Vega. Je mets en note leurs titres exacts[1].

(1) Logarithmisch-trigonometrische und andere für Rechnen nützliche Tafeln, von Dr Moritz Rühlmann. Leipzig, Arnoldische Buchhandlung. in-12.

Sammlung mathematischer Tafeln, von Vega. Herausgegeben von Dr J.-A. Hülsse. — Leipzig, Weidmannsche Buchhandlung. in-8°.

On peut remarquer que l'emploi des formules n'exige pas qu'on tienne compte du sens des directions B B', B X, B'X. C'est un avantage comparativement à la méthode ordinaire où l'on employe les sinus et cosinus des angles azimutaux.

Lorsqu'on aura réuni les termes qui entrent dans l'expression de $x - a$, de manière à lui donner la forme d'une quatrième proportionnelle à trois nombres, on pourra achever le calcul par logarithmes; et c'est la première idée qui se présente. Mais, à supposer que 4 ou 5 chiffres soient suffisants, le calcul direct peut avoir ses avantages. Je serais porté à croire que deux calculateurs exercés aux opérations abrégées et se contrôlant mutuellement, préfèreront le calcul direct à l'intermédiaire des logarithmes.

---

Cependant on pourrait aussi employer les logarithmes des tangentes et non pas les tangentes naturelles. Le calcul des formules se ferait alors au moyen d'une de ces tables, connues sous le nom de log. de Gauss, ou log. d'addition et de soustraction.

En voici un exemple. Je suppose qu'on fasse usage des log. d'addition et de soustraction qui se trouvent dans le *Recueil de formules et de tables de M. Hoüel.*

Le signe — devant un log. indique que le nombre correspondant est négatif.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Données : | $a' - a$ | 3,40712. | tang A | $\bar{1}$,76017 |
| | | | tang Z' | $\bar{1}$,41138 |
| | | | tang Z | 0,26609 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Préparation : | + | *ad* + | $\bar{1}$,65121 |
| | | *sous* — | $\bar{1}$,14529 |

| | | |
|---|---|---|
| Calcul : | $a' - a$ | 3,40712 |
| | tang A | $\bar{1}$,76017 |
| | Compl. tang Z | $\bar{1}$,73391 |
| | Table d'addit. | 0,16075 |
| | Table de soust. | 0,06537 |
| | $x - a$ | — 3,12732 |
| | tang Z | 0,26609 |
| | $y - b$ | — 3,39341 |

J'ai mis sous une forme symbolique la préparation du calcul comprenant : les signes des trois facteurs qui entrent dans l'expression de $x - a$ et l'indication des opérations à effectuer sur les nombres, au numérateur et au dénominateur. Puis les différences logarithmiques qui servent d'entrée aux tables de M. Hoüel.

Ces tables me paraissent ici particulièrement avantageuses. Modifiant constamment le plus grand des deux logarithmes, dans le sens même de l'opération, on voit facilement quels sont les logarithmes à faire figurer dans le calcul, par eux-mêmes ou par leur complément.

Par cette méthode, deux lectures dans la table suffisent au calcul complet. Quant aux log. tang., je suppose qu'on les a inscrit préalablement, avec leur signe, dans le tableau des azimuts, en regard des angles correspondants.

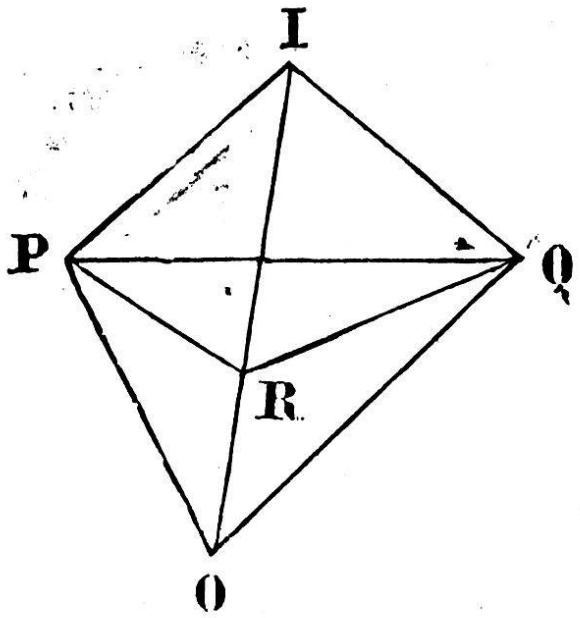
La recherche des log. tangentes sera facilitée en faisant usage des *Funfstellige Logarithmen von August Gernevth*, *Wien, 1866*, parce que la partie trignométrique y procède de 10 en 10 secondes. Ce sont les seules tables à cinq décimales de ce genre que je connaisse.

J'ai eu principalement en vue des triangles dont les côtés n'excèdent guère 2 ou 3 kilomètres, comme ceux de la triangulation d'une commune dont on veut établir la carte à l'échelle de dix millièmes. Dans ces circonstances 5 chiffres suffisent pour les nombres et 5 décimales pour les logarithmes.

---

L'établissement d'une pareille carte comporte quelques fois l'application du problème de Pothenot. Au lieu de mesurer directement une base pour leur triangulation, nos commissaires-arpenteurs préfèrent déterminer deux sommets d'après les angles qu'y forment les lignes menées sur trois points connus de position ; par exemple, les clochers des communes voisines dont la position est donnée par la triangulation cantonale.

Au moyen des formules de cette note, on peut résoudre le problème Pothenot aussi simplement que par toutes les autres solutions en usage. Il suffit de partir d'une construction géométrique connue depuis longtemps en Allemagne, mais en la modifiant légèrement.




Soient P, Q, R les trois points donnés de position et O celui qu'il s'agit de terminer au moyen des angles mesurés POR, ROQ. — J'imagine un cercle passant par les points P, Q et O. Je tire OR que je prolonge jusqu'à la circonférence en I. Je forme ainsi un quadrilatère inscrit OPIQ, dans lequel la diagonale OI fait, avec les côtés OP et OQ, des angles égaux à ceux de la diagonale PQ avec les côtés QI et PI. Le point I peut donc se construire d'après les angles mesurés en O, et par suite la ligne IR se trouve déterminée. Enfin le point O se trouvera en menant, par P ou par Q, des lignes faisant avec IR des angles égaux aux angles mesurés. On voit qu'il n'est pas nécessaire de tracer la circonférence.

Les données de la solution numérique sont les coordonnées des trois points P, Q, R et les deux angles mesurés en O. — Avec ces deux angles et l'azimut de PQ, on forme les azimuts de QI et de PI.

On calcule les coordonnées de I, sur la base PQ, d'après les formules de cette note.

Avec ces coordonnées et celles de R, on calcule l'azimut de IR.

De cet azimut et des angles mesurés, on déduit les azimuts de OP et de OQ.

Enfin on est en état de calculer les coordonnées de O sur l'une quelconque des trois bases.

L'auvrage allemand (Dr Carl Bauerfeind, *Elemente der Vermessungskunde*) où j'ai trouvé la construction géométrique précédente, donne un autre problème, trop peu connu et tout aussi pratique que celui de Pothenot.

Connaissant les positions de deux points A et B, déterminer celles de X et de Y, en mesurant en X et en Y les angles formés par les rayons visuels dirigés sur les trois autres points.

---

*Note.* La construction géométrique du problème Pothenot indiquée par Bauerfeind avait été donnée par l'abbé Delagrive dans son *Manuel de trigonométrie pratique.*