Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 33 (1897)
Heft: 125

Artikel: Contribution à l'étude de problème cosmogonique
Autor: Maillard, L.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-265058

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

CONTRIBUTION

A L'ÉTUDE DU PROBLÈME COSMOGONIQUE

par **L. MAILLARD.**

INTRODUCTION

Dès les temps les plus reculés, l'homme a cherché à se rendre compte de la formation de l'Univers. Basées sur les apparences, les premières cosmogonies furent l'œuvre des prêtres et des poètes. On crut d'abord que la terre était plate; on se la représenta comme un disque, supporté par douze colonnes, et percé de vastes galeries que traversaient les astres entre leur coucher et leur lever. Plus tard, sur la foi des navigateurs, on admit que la terre est ronde; on la plaça au centre du monde, et l'on fit mouvoir autour d'elle, en des cieux de cristal, le soleil, la lune et les étoiles. Cependant, au VIme siècle avant notre ère, Pythagore, tout en professant publiquement les doctrines de l'époque, dévoilait aux initiés son système, d'après lequel la terre, animée d'un mouvement de rotation, tourne en outre autour du soleil, en compagnie des autres planètes. Très supérieure aux croyances du temps, cette théorie, enseignée dans les écoles philosophiques de la Grèce, resta ignorée des profanes; sa propagation eût été dangereuse pour les vulgarisateurs. A la Renaissance, Copernic reprit les hypothèses de Pythagore, en les appuyant sur de nouvelles observations. Après lui, Kepler et Galilée, puis Descartes, Newton et Laplace — nous ne citons que les plus illustres — sont successivement parvenus à arracher au grand *Tout* quelques-uns de ses secrets.

Pendant des siècles, le fanatisme religieux a entravé l'étude des questions cosmogoniques. Aujourd'hui, la science et la religion ne sont plus en lutte[1], et les astronomes peuvent librement

[1] « Il n'y a pas divorce entre la foi et la science, et l'Eglise ne craint pas la lumière. » (M. Deruaz : *Discours d'ouverture du quatrième Congrès scient. international des catholiques;* Fribourg, août 1897).

exposer leurs théories. Toutefois, l'entreprise reste périlleuse, par sa grandeur même. Le but d'une cosmogonie est d'expliquer la naissance du monde par l'action seule de la Force sur la Matière. Faisant abstraction des causes premières, il faut se fixer des données hypothétiques, et en vérifier les conséquences par l'observation, par le calcul, — en général par les diverses méthodes de contrôle. — Sans doute, en obligeant les savants de renoncer aux hypothèses, on les condamnerait à l'impuissance; mais, voici le danger : Si l'on adopte des principes dont la vérification n'est pas complète, on quitte le domaine de la science pure; et dans les sentiers moins certains de la philosophie, les plus éclairés ont parfois perdu pied. Aussi faut-il, autant que possible, appliquer la règle de Newton : « *Physique, garde-toi de la métaphysique!*[1] » — Au demeurant, on se souviendra que toute cosmogonie conduit à des probabilités, non à la certitude. C'est ce qu'exprimait Laplace, quand il écrivait, cherchant la cause des faits qu'il venait d'étudier : « *J'exposerai sur cela une hypothèse qui me paraît résulter, avec une grande vraisemblance, des phénomènes précédens; mais que je présente avec la défiance que doit inspirer tout ce qui n'est point le résultat de l'observation ou du calcul*[2]. »

* * *

La première partie de ce travail contient un bref exposé critique de l'hypothèse de Laplace; la seconde partie, une étude de l'hypothèse de M. Faye, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes.

I

Hypothèse de Laplace.

L'atmosphère du soleil, resserrée par le refroidissement aux limites actuelles du système planétaire, s'est auparavant étendue bien au delà de ces limites. Le soleil ressemblait alors à ces nébuleuses (observées par W. Herschel), composées d'un noyau brillant, entouré d'une masse gazeuse de moindre densité. Par analogie, on peut supposer d'autres états antérieurs, dans lesquels la nébuleuse était de plus en plus diffuse, et le noyau de moins en moins lumineux.

[1] Physique désigne ici l'ensemble des sciences exactes.

[2] *Exposition du système du Monde*. L'hypothèse forme la note VII et dernière de l'ouvrage.

Soit donc cette nébuleuse (portée à une température très élevée) dont les molécules s'attirent mutuellement suivant la loi de Newton, et qui tourne d'une seule pièce, avec une vitesse angulaire constante (très petite), autour d'un axe passant par son centre de gravité.

Dans ces conditions, l'atmosphère du soleil ne s'est pas étendue indéfiniment ; elle n'a pu dépasser la limite où la force centrifuge et l'attraction du noyau sont égales et de sens contraire. Le refroidissement progressif par voie de rayonnement à la surface a entraîné une contraction lente, mais continue, en vertu de laquelle toutes les molécules se sont rapprochées de l'axe. Il s'ensuit que le mouvement de rotation a augmenté [1], et que la force centrifuge due à ce mouvement est devenue plus grande. Alors, la limite de l'atmosphère s'est rapprochée du centre ; les molécules qui s'y sont trouvées ont dû cesser de faire corps avec le reste de la masse ; elles ont formé un anneau tournant autour du centre avec la vitesse qu'il possédait au moment où il s'est détaché. Cette séparation ne s'est opérée que dans le plan de l'équateur ; pour tous les points non situés dans ce plan, la force centrifuge et l'attraction ne sont pas directement opposées ; leur résultante est dirigée vers l'équateur. Ainsi, tout en s'aplatissant, la nébuleuse a abandonné des zones de vapeurs qui ont continué à tourner autour du noyau. Si ces anneaux gazeux avaient présenté une parfaite homogénéité et une forme parfaitement circulaire, ils auraient pu se condenser peu à peu en anneaux liquides, puis solides ; mais ce phénomène exigerait des conditions exceptionnelles. Dans chaque anneau se sont formés des points de condensation qui ont fini par se réunir, donnant ainsi naissance à une planète. Toute planète est animée d'un mouvement de rotation dirigé dans le sens de la révolution autour du centre de gravité (sens direct).

Une planète n'est d'abord qu'une nébuleuse secondaire, passant par les mêmes phases que la nébuleuse primitive ; ainsi s'explique la formation des satellites, dont les rotations et les révolutions doivent être de sens direct.

D'après Laplace, les comètes sont étrangères au système solaire. Ce sont de petites nébuleuses errant de systèmes en

[1] C'est une conséquence du principe des aires : *La somme des projections* (sur le plan de l'équateur) *des aires décrites par le rayon vecteur de chaque molécule de la nébuleuse est constante.*

systèmes; si elles parviennent dans la partie de l'espace où l'attraction du soleil est prédominante, elles sont alors forcées de décrire des sections coniques. Elles peuvent d'ailleurs se mouvoir dans tous les sens, et sous toutes les inclinaisons à l'écliptique.

* * *

L'hypothèse ci-dessus répond complètement aux exigences de la science du siècle dernier. Elle rend compte de la coïncidence presque parfaite des plans de l'équateur solaire et des orbites planétaires, de la faible excentricité de ces orbites, du sens unique des révolutions des planètes. Mais, ce n'est plus là qu'une partie du problème : la découverte des petites planètes (plus de 430), — l'étude des satellites d'Uranus et de Mars, — la découverte de Neptune et de son satellite, — l'observation des étoiles doubles et le calcul de leurs orbites, — la détermination des mouvements de translation du soleil et des étoiles, — la classification des astres d'après l'analyse de leur lumière, — le calcul des orbites de 400 comètes : voilà autant de progrès qui, directement ou indirectement, dévoilent l'insuffisance de cette cosmogonie.

Passons brièvement en revue les objections présentées :

1° La formation d'anneaux séparés est impossible. Si la nébuleuse primitive était restée homogène, le soleil aurait pris et gardé la forme d'un ellipsoïde très aplati. A l'équateur, la force centrifuge, une fois devenue égale à l'attraction, lui reste constamment supérieure; d'où abandon *continu* de matière en un immense anneau unique. On est donc obligé de faire ici une nouvelle supposition : la loi des densités à dû varier pendant la contraction. En étudiant à ce point de vue la figure des corps célestes, M. Roche a démontré que, même avec un refroidissement régulier, la distance des anneaux au centre a pu diminuer par saccades [1].

2° Chaque anneau aurait donné naissance à un amas de corpuscules, non à une planète unique. Laplace supposait que ces petites masses finissaient par se réunir en une seule, grâce à l'attraction de la plus forte sur les autres, et aussi à de petites différences dans les vitesses angulaires. Les calculs de

[1] Voir *Les Hypothèses cosmogoniques*, par C. Wolf, de l'Institut (Paris, chez Gauthier-Villars).

M. Kirkwood ont prouvé que cette réunion (en admettant qu'elle fût possible) exigerait un temps énorme — au moins 150 millions d'années, — ce qui est en contradiction flagrante avec les données de la thermodynamique. M. Kirkwood a émis l'avis que chaque planète provient d'un arc très limité de la protubérance équatoriale; par suite de cette séparation, la tendance à la dislocation le long de l'équateur s'est calmée pour un temps; l'ellipticité a été diminuée. Une condensation ultérieure accroît la force centrifuge jusqu'à ce qu'il en résulte une nouvelle rupture.

Cette explication ingénieuse laisse au hasard un trop grand rôle; elle est d'ailleurs en désaccord avec l'expérience de Plateau. Celle-ci, toutefois, réalisée sur de petites masses soumises à une très grande attraction moléculaire, n'est pas absolument concluante. Il reste là un doute à lever; aussi faut-il vivement souhaiter qu'un physicien reprenne, complète et étende les essais, en opérant sur des masses de moindre cohésion.

3° Le soleil n'a pu rayonner la chaleur et la lumière avec l'intensité actuelle pendant 15 millions d'années, alors que l'évolution géologique et biologique demande un temps beaucoup plus long. D'après les évaluations les plus modérées (celles de M. de Lapparent), il a fallu au moins :

	15	millions	d'années	pour	l'époque	primaire,
	4	»	»	»	»	secondaire,
	2	»	»	»	»	tertiaire;
Total,	21	millions	d'années.			

Suivant certains géologues, ce total s'élèverait même à 100 millions.

4° Les mouvements des satellites d'Uranus et de Neptune sont rétrogrades, de même, très probablement, que les rotations de ces planètes.

5° La révolution du satellite le plus voisin d'une planète doit durer plus longtemps que la rotation de celle-ci (conséquence des lois de Kepler). Or, la rotation de Mars s'effectue en 24 heures 37 minutes, et la révolution du satellite Phobos en 7 heures 39 minutes. Il s'ensuit que les habitants de Mars voient Phobos se lever à l'ouest et se coucher à l'est; tandis que le second satellite, Deimos, a un mouvement apparent de même sens que les étoiles.

6° Les comètes appartiennent au système solaire[1]. Les orbites dites paraboliques ne sont, au fond, que des ellipses très excentriques, dont le grand axe n'a pu être déterminé. Sur les 400 comètes dont les orbites sont calculées, deux ou trois seulemen- paraissent décrire des hyperboles ; et l'on vient de s'assurer que l'hyperbolicité tient à ce qu'on a négligé les petites perturbations causées par les planètes.

On a répondu à quelques-unes de ces objections, plus ingénieut sement que victorieusement; les autres subsistent. Force est donc d'abandonner l'hypothèse et de chercher autre chose.

II

Hypothèse de M. Faye[2].

Laplace a utilisé, en le généralisant, un théorème de Kant, relatif à la formation de l'anneau de Saturne. De son côté, M. Faye en revient aux tourbillons de Descartes. Voici l'idée fondamentale : « A l'origine, l'Univers se réduisait à un chaos » général excessivement rare, formé de tous les éléments de la » chimie terrestre plus ou moins mêlés et confondus. Ces » matériaux, *soumis d'ailleurs à leurs attractions mutuelles*, » étaient dès le commencement animés de mouvements divers » qui en ont provoqué la séparation en lambeaux ou nuées. » Ceux-ci ont conservé une translation rapide et des gyrations » intestines plus ou moins lentes. Ces myriades de lambeaux » chaotiques ont donné naissance, par voie de condensation » progressive, aux divers mondes de l'Univers. — Le chaos » contenait à l'état d'énergie non kinétique toutes les énergies » passées et présentes, sous quelque forme qu'elles se mani- » festent aujourd'hui : mouvement, électricité, lumière ou » chaleur. »

Cette hypothèse toute générale permet d'expliquer la formation d'une étoile isolée, des étoiles multiples, enfin du système solaire Ce système provient d'un lambeau chaotique, à peu près

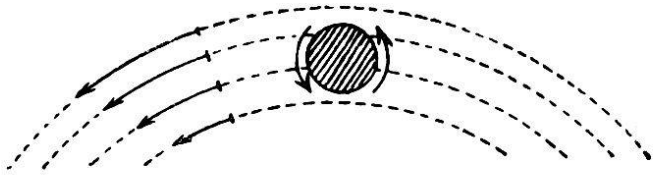
[1] Après Laplace, plusieurs astronomes, entre autres Le Verrier, Delaunay, Briot, ont soutenu l'opinion contraire, malgré Newton et Kant.

[2] Elle vient de recevoir sa forme définitive dans le bel ouvrage. *Sur l'Origine du Monde,* par H. Faye, de l'Institut (3me édition, 1896, chez Gauthier-Villars).

sphérique et homogène, placé dans des conditiens initiales particulières, et animé d'un lent mouvement tourbillonnaire. Grâce à la gyration se sont constitués des anneaux elliptiques tournant (chacun d'une seule pièce) avec la même vitesse angulaire, autour du centre de gravité, *d'abord dépourvu de noyau*. Les ellipses étant rapportées à leur centre, la force centrale est alors proportionnelle à la distance, r :

$$f_1 = \mathrm{A}r \qquad \text{(loi de Herschel).}$$

Dans chaque anneau, les vitesses linéaires croissent du bord intérieur au bord extérieur; or, c'est par ces différences de vitesses que sont créés les tourbillons au sein des masses liquides ou gazeuses en mouvement. A la longue, l'anneau se décompose donc en une suite de tourbillons, animés d'une



rotation directe (c'est-à-dire de même sens que celle de l'anneau générateur). Les plus forts attirent à eux les matériaux du milieu ambiant, et celui qui grossit le plus finit par englober tous les autres (grâce aux attractions mutuelles, et aussi aux inégales vitesses de circulation). La lenteur du mouvement et surtout la faiblesse de l'attraction centrale favorisent ces transformations ; il s'en suit que les anneaux les plus rapprochés du centre ont déjà donné naissance à des planètes, alors que les anneaux les plus éloignés subsistent encore [1]. Pendant ce très long temps, les matériaux non engagés dans les gyrations primitives tombent vers le centre en décrivant dans tous les sens des ellipses concentriques allongées. Se rencontrant dans la région moyenne, ces matériaux forment une agglomération centrale (germe du soleil), à laquelle accèderont encore les matériaux des gyrations primitives non utilisés lors de la constitution des anneaux. Dans cette période, la force centrale a pour expression

$$f = ar + \frac{b}{r^2}$$

(où a décroît de A à 0, tandis que b croît de 0 à B).

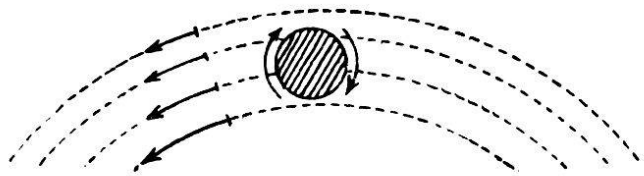
[1] La terre aurait donc existé avant le soleil, ce qui satisfait aux exigences de la géologie.

La masse centrale, faible encore, n'a pas d'action sur les mouvements internes des globes nébuleux [1]. Ceux-ci vont donc passer par les mêmes phases que le lambeau chaotique primitif; d'où la formation de satellites circulant autour de la planète dans le sens de la rotation de celle-ci (sens direct). Pendant ce temps, la masse du soleil augmente rapidement; la force centrale change toujours plus d'allure; les planètes et les anneaux se rapprochent du centre et accélèrent leurs mouvements.

Enfin, le soleil, entouré d'une photosphère stable, ne reçoit plus d'apport extérieur. Sous l'action de sa masse prépondérante ($\frac{699}{700}$ de la masse totale du système), la force centrale est maintenant

$$f_2 = \frac{B}{r^2} \qquad \text{(loi de Newton).}$$

Les orbites elliptiques sont rapportées à l'un de leurs foyers. Dans les anneaux qui subsistent, les vitesses linéaires décroissent maintenant du bord intérieur au bord extérieur. Dès lors, les



tourbillons internes prendront une rotation *en sens inverse* du mouvement de circulation de l'anneau ; les planètes qui en proviennent (Uranus et Neptune) auront donc des rotations rétrogrades. Rétrogrades seront également les mouvements des satellites.

Les matériaux du lambeau chaotique non engagés dans le tourbillon primitif et échappés à la condensation centrale décrivaient d'abord, *dans tous les sens*, sous l'action de la loi de force $f_1 = Ar$, des ellipses concentriques très allongées; sous l'action de la force $f_2 = \frac{B}{r^2}$, la durée des révolutions est demeurée considérable; les orbites sont des ellipses presque paraboliques, rapportées à un foyer. Les matériaux n'ayant pas participé à la première gyration, la somme algébrique des

[1] Ainsi, il n'y a pas à tenir compte des marées produites par le soleil, comme a dû le faire Laplace.

projections des aires décrites par les rayons vecteurs est nulle. (Principe des aires.) Les plans des orbites sont quelconques. — Ainsi s'expliquent les mouvements des comètes ; on en compte à peu près autant de directes que de rétrogrades, et les inclinaisons de leurs orbites ont toutes les valeurs possibles.

En résumé, la formation du système solaire correspondrait à trois lois de force :

$$f_1 = Ar,$$

$$f = ar + \frac{b}{r^2},$$

$$f_2 = \frac{B}{r^2};$$

pour $a = A$ et $b = 0$, on a $f = f_1$;

» $a = 0$ et $b = B$, » $f = f_2$.

* * *

On a fait remarquer que, comme dans l'hypothèse de Laplace, il reste difficile d'admettre la formation d'anneaux séparés, et l'englobement de la matière d'un anneau en une planète unique. M. Wolf a en outre signalé l'objection suivante : « D'après M. » Faye, Saturne et Jupiter ont été formés sous l'empire des » mêmes lois que les quatre planètes voisines du soleil. Pourquoi » ne leur ressemblent-ils en aucun point ? Uranus et Neptune » n'ont apparu que beaucoup plus tard. Pourquoi ressemblent- » ils à Saturne et à Jupiter par tout l'ensemble de leurs carac- » tères, masse, volume, densité, spectre, durée de rotation et » aplatissement ? »

Il nous paraît que ces caractères des planètes, en particulier leurs masses et leurs volumes, dépendent avant tout de la grandeur et de la densité des anneaux générateurs. Les petites planètes proviennent d'anneaux à court rayon ; constituées les premières, elles se sont condensées plus que les autres. Il faut d'ailleurs remarquer que les densités décroissent jusqu'à Saturne, pour croître ensuite, et que la densité du soleil est justement comprise entre celles d'Uranus et de Neptune. Au surplus, si la nébuleuse a subi un changement brusque, lors de la formation des planètes télescopiques entre Mars et Jupiter,

la cause en reste inconnue, quelle que soit l'hypothèse générale.

Dans la critique de la nouvelle cosmogonie, on a négligé, nous semble-t-il, un point essentiel. M. Faye est obligé de supposer que la loi de Newton ne suffit pas à expliquer tous les phénomènes astronomiques. Deux lois agissent simultanément : « Même sous l'action de la force f_1, les molécules et les compo- » santes du système s'attirent, comme partout dans l'Univers, » en raison inverse du carré de la distance. »

Cette affirmation, que le savant astronome ne discute pas, est pourtant fort discutable. On peut considérer la loi d'attraction comme approximative, et chercher à la compléter par de petits termes additionnels ; on peut aussi la considérer comme inexacte et chercher à la remplacer ; on peut enfin lui adjoindre d'autres, forces : autant d'hypothèses [1].

[1] Si l'attraction explique le *comment*, elle n'explique point le *pourquoi* des mouvements des astres.

L'attraction n'est pas une propriété essentielle de la matière. Newton a dit : « Les choses se passent comme si les corps célestes s'attiraient, etc. » Dans une lettre, citée par M. de Freycinet *(Essais sur la philosophie des sciences)*, il écrivait : « Que la gravité soit innée et inhé- » rente à la matière, de telle sorte qu'un corps puisse agir sur un autre » corps, à distance, à travers le vide, sans l'intermédiaire de quelque » chose par quoi et à travers quoi leur action et leur force puissent être » transportées de l'un à l'autre, est pour moi une si grande absurdité, » que je crois qu'aucun homme, capable de penser avec quelque compé- » tence sur les sujets philosophiques, ne pourra jamais y tomber. La » gravité doit être causée par un agent agissant constamment suivant » certaines lois ; mais cet agent est-il matériel ou immatériel ? C'est ce » que j'ai laissé à l'appréciation de mes lecteurs. »

Le *principe* même de l'attraction a des adversaires ; on peut citer dans leur camp Faraday, Maxwell, Hertz. Mais, si l'on ne veut en revenir simplement à Descartes, l'embarras commence dès qu'il s'agit de savoir par quoi l'on veut remplacer ce principe. « Das Princip der Fernwirkun- » gen haben sie fallen lassen. Aber sie wissen eigentlich noch nicht, » welches neue Princip an seine Stelle zu setzen sei. Ganz besonders » schwer dürfte es ihnen werden, über das Räthsel der Gravitation hin- » wegzukommen ; wie schon Helmholtz in seiner letzten Publication ge- » legentlich andeutete. » (C. Neumann, *Das Newton'sche Princip*, Leipzig, Teubner, 1896.)

Le principe admis, on peut douter de la *loi* d'attraction. Il y a des désaccords assez faibles, mais manifestes, entre la théorie et l'observation des mouvements des périhélies de Mercure et de Mars, et du nœud de Vénus. Pour faire disparaître ces désaccords, il n'y aurait, dans

M. Faye admet, il est vrai, comme un fait acquis, que le soleil est le siège d'une force répulsive qui rejette à l'opposé les queues des comètes : ce n'est, pour le moment, qu'une hypothèse de plus. On sait que les crises subies par les comètes, telles que la formation de la queue et la tendance à la division, ont lieu près du périhélie. Or, les phénomènes causés par le mouvement de l'astre dans le champ électrostatique ou électromagnétique du soleil permettent aux physiciens d'expliquer ces particularités ; d'autre part, d'après une communication toute récente de l'Observatoire royal de Berlin, M. Goldstein aurait réussi à reproduire pratiquement, à l'aide des rayons Röntgen, les phénomènes essentiels et carac-

$F_N = \frac{m_1 m_2}{r^2}$, qu'à augmenter légèrement l'exposant de r ; ce qui avait été prévu par Newton.

M. Newcomb a calculé qu'on devrait prendre pour exposant $n = 2{,}0000001612$. (*Bulletin astronomique*, janv. 1896.) Ce n'est là qu'un procédé d'interpolation. Toutefois, en 1832, Green avait proposé pour les attractions électriques la fonction potentielle

$\varphi(r) = r^{p-2}$ $\qquad 0 < p < 1$, d'où la loi de force

$F_G = \frac{C}{r^{3-p}}$, qui correspond à celle de M. Newcomb pour $p = 0{,}9999998388$.

L'éther servant de véhicule aux actions électriques et magnétiques, on est amené à considérer des lois d'électrodynamique (Gauss, Weber, Riemann, Clausius, C. Neumann, voir *Mécanique céleste* de Tisserand, t. IV).

C. Neumann trouve que les fonctions potentielles compatibles avec le principe de l'équilibre électrostatique ont la forme

$$\Phi(r) = \frac{A \,.\, e^{-ar}}{r} + \frac{B \,.\, e^{-\beta r}}{r} + \frac{C \,.\, e^{-\gamma r}}{r} + \ldots.$$

et en particulier, pour

$$B = C = \ldots = 0, \text{ et } \beta = \gamma = \ldots = 0,$$

$$\varphi(r) = \frac{A \,.\, e^{-ar}}{r} \qquad (\alpha > 0, \text{ très petit});$$

d'où la loi de force

$$F_E = m_1 m_2 \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\alpha}{r}\right) e^{-ar}.$$

Laplace avait considéré la loi $F_L = m_1 m_2 \,.\, \frac{1}{r^2} \,.\, e^{-ar}$ M. Seeliger a

téristiques des comètes. Une force répulsive d'origine inconnue n'est ainsi pas nécessaire. Et quand bien même elle existerait, il n'en serait pas moins prématuré de conclure à l'insuffisance de la loi de Newton.

Cette conclusion est donc assez peu naturelle ; mais on doit la regarder comme une conséquence inévitable de la théorie des tourbillons.

Faisons un pas de plus. Comment M. Faye est-il conduit à la première expression de la force centrale,

$$f_1 = \mathrm{A}\, r\ ?$$

Voici : En observant les amas réguliers d'étoiles, J. Herschel a constaté que « ces milliers de soleils *paraissent* répartis uniformément à l'intérieur d'une *sorte* de sphère. » S'il en était ainsi, la force centrale exercée par l'amas sur chacun d'eux serait de la forme f_1 ; chaque étoile décrirait un cercle ou une ellipse presque circulaire ayant son centre au centre de l'amas, et

montré (1894) que F_L paraît approprié à expliquer le mouvement du périhélie de Mercure ; or, on a

$$F_L < F_E < F_N \text{ ; donc } F_E \text{ pourrait aussi convenir.}$$

Pour $\alpha = 0$, $F_L = F_E = F_N$.

D'un autre côté, Laplace doutait déjà que la transmission de l'attraction fût instantanée. Riemann a admis que l'attraction se propage avec la même vitesse que la lumière. — Dans cet ordre d'idées, la fonction potentielle dépendrait, non de la distance r seulement, mais de la vitesse de la propagation.

Weber a trouvé la fonction

$$W = \frac{m_1 m_2}{r}\left[1 + \frac{r'^2}{c^2}\right], \text{ d'où } F_W = \frac{m_1 m_2}{r^2}\left[1 - \frac{r'^2}{c^2} + \frac{2\, r r''}{c^2}\right]$$

$$\left(r' = \frac{dr}{dt},\ r'' = \frac{d^2 r}{dt^2}\right).$$

Tisserand a déterminé la vitesse de manière à rendre compte du mouvement du périhélie de Mercure. Il conclut, après discussion des lois d'électrodynamique : « Nous sommes loin de prétendre à l'existence de ces lois, d'autant plus qu'elles n'expliqueraient pas tous les petits désaccords. »

le système serait parfaitement stable. C'est en s'appuyant sur les conséquences bien incertaines de ces observations de Herschel, que M. Faye arrive à introduire la force f_1. — Le malheur veut que, à aucune époque, le système solaire n'a été comparable à un amas ; ce système est une étoile multiple ; et notre éminent auteur le sait si bien, qu'il est obligé d'expliquer sa classification arbitraire : « On ne peut, dit-il, considérer le soleil comme une étoile multiple. Si Jupiter et Saturne étaient encore à l'état d'incandescence, un observateur, posté près de α du Centaure, avec une très puissante lunette, le verrait triple, c'est-à-dire accompagné de deux points lumineux... Mais les orbites des satellites du soleil sont presque circulaires, sauf celles de Mercure ($e = 0{,}21$) et des petites planètes ($e = 0{,}35$, Eva); tandis que le tableau des excentricités de 26 étoiles doubles [1] donne de 0,25 (η Couronne) à 0,87 (ν Lion et γ Vierge). »

Il nous semble impossible de fonder une distinction de *classe* sur un caractère aussi relatif que l'excentricité des orbites. D'ailleurs, à y regarder de près, le tableau cité est fort incomplet ; parmi les 87 étoiles doubles dont les éléments ont été calculés jusqu'ici,

23 ont des excentricités inférieures à 0,35, sur lesquelles
10 » » » à 0,21 [2].

La série des valeurs de e est donc assez complète ; elle se complètera toujours plus ; et il n'y a aucune raison pour distinguer le système solaire des étoiles multiples. Il s'ensuit que l'introduction de la loi de force f_1 ne peut être justifiée par l'analogie ; car il est établi que la loi de Newton s'applique aux étoiles doubles aussi bien qu'aux planètes.

Avançons encore. Si nous admettons que la loi de force a varié, nous constatons que, dans le cas général, la force centrale

$$f = ar + \frac{b}{r^2} \tag{I}$$

ne fait pas décrire aux mobiles des sections coniques. Il existe une infinité d'autres lois qui, comme f, se réduiraient à f_1 et f_2 pour des valeurs particulières des constantes, sans correspondre

[1] *Origine du Monde*, page 265.

[2] Pour ξ Scorpion, $e = 0{,}077$; pour O.Σ 269, $e = 0{,}058$; valeurs inférieures à e de Mars ; la seconde est égale à e de Saturne.

à des ellipses lorsque a et b sont quelconques [1]. Pourquoi M. Faye donne-t-il la préférence à f? Nous ne savons. Peut-être a-t-il été induit en erreur par certain passage, où Laplace établit que les corps célestes s'attirent à très peu près comme si leurs masses étaient réunies à leur centre de gravité (ce qui est conforme aux observations) Cherchant alors si cette propriété existe pour d'autres lois que celle de Newton, Laplace trouve qu'elle subsiste pour toute force centrale

$$f = ar + \frac{b}{r^2}. \qquad ^{2})$$

Mais il n'a jamais entendu que cette force conduisît à des orbites elliptiques.

On peut se proposer de *trouver les lois des forces centrales, dépendant de la seule position du mobile, et faisant décrire à celui-ci une conique, quelles que soient les conditions initiales.* La question a été traitée par MM. Darboux et Halphen [3]. Les solutions supposent que la force agissant sur un point peut dépendre de la distance r du point au centre, et de l'angle φ que forme la direction de la force avec une droite fixe du plan.

M. Darboux parvient aux deux expressions

$$\text{(II)} \qquad F = \frac{\mu}{r^2\left(\frac{1}{r} - a\cos\varphi - b\sin\varphi\right)^3}, \qquad \text{ou}$$

$$F = \frac{\mu}{r^2\left(A\cos 2\varphi + B\sin 2\varphi + H\right)^{\frac{3}{2}}}. \qquad ^{4})$$

Mais, il est impossible d'admettre que l'attraction dépende de φ; s'il en était ainsi, deux points situés à la même distance r du centre fixe dans deux directions différentes seraient inégalement attirés : ce qui est contraire à toutes les observations. Or, les formules II sont indépendantes de φ

[1] Par exemple :

$$F = f + ab\,.\,\psi(r).$$

[2] *Mécanique céleste,* livre II.

[3] *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences,* t. LXXXIV.

[4] L'équation générale des coniques est

$$\frac{1}{r} = a\cos\varphi + b\sin\varphi + \sqrt{A\cos 2\varphi + B\sin 2\varphi + H}.$$

la première, pour $a = b = 0$, ce qui donne $F = f_1$,
la seconde, pour $A = B = 0$, » » $F = f_2$.[1]

D'autre part, M. Bertrand considère un mobile attiré suivant une force dont l'intensité ne dépend que de la distance. On sait seulement que *le mobile décrit une courbe fermée, quelles que soient les conditions initiales. Cherchant la loi de la force*, on retrouve les deux seules expressions f_1 et f_2. Enfin M. Kœnigs a déterminé *la loi d'une force centrale, fonction de la distance seule, et telle que son point d'applicatton décrive une courbe algébrique quelconque, les conditions initiales étant quelconques.* Il est encore parvenu à f_1 et f_2[2].

Si donc on admet comme fait d'observation qu'à une distance infinie l'attraction est nulle, la loi de Newton subsiste seule.

A l'origine du système solaire, les conditions sont loin d'être quelconques : la gyration primitive est extrêmement lente, et la vitesse initiale est nulle. On peut alors, supposant admise l'hypothèse de M. Faye, chercher quelle est la loi de force centrale qui doit remplacer I. — Si l'on résoud d'abord ce problème : *Déterminer le mouvement d'un point attiré par une force centrale F, proportionnelle à la masse du point, et fonction du rayon vecteur, r,*
on trouve

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{c}{r\sqrt{-c^2 - 2r^2 \int F\,dr}}, \qquad \text{(III)}$$

$$\varphi - \varphi_0 = c\int \frac{dr}{r\sqrt{-c^2 - 2r^2 \int F\,dr}},$$

(c = constante des aires; nous poserons $\varphi_0 = 0$, ce qui ne restreint pas les résultats.)

Pour $F = f_1 = Ar$, il vient $\qquad r^2 = \dfrac{p^2}{1 - e^2\cos^2\varphi}$; $\qquad$ (IV)

» $F = f_2 = \dfrac{B}{r^2}$, » $\qquad r = \dfrac{p}{1 + e\cos\varphi}$. $\qquad$ (V)

De ces équations, la première représente des coniques rapportées

[1] M. Halphen arrive aux mêmes résultats en partant de l'équation différentielle des sections coniques.

[2] Voir Tisserand, *Traité de Mécanique céleste*, T. 1.

à leur centre, la seconde des coniques rapportées à l'un de leurs foyers.

L'équation

$$x^2(1-e^2)+2e\lambda x+y^2-p^2=0,$$

ou, en coordonnées polaires

$$e^2r^2\cos^2\varphi-2e\lambda r\cos\varphi-r^2+p^2=0 \qquad \text{(VI)}$$

représente une orbite quelconque du système (e, p, constantes ; λ, indéterminée pouvant prendre toutes les valeurs de 0 à p).

Pour $\lambda=0$, on a l'équation IV ;
» $\lambda=p$, » » V.

De VI on tire, en posant $p^2-\lambda^2=\alpha^2$:

$$\cos\varphi=\frac{\lambda-\sqrt{r^2-\alpha^2}}{er} \qquad \text{(VII)}$$

(Le signe du radical est choisi de manière que pour $\lambda=p$ on obtienne V). Il s'ensuit que

$$\varphi-\varphi_0=\text{arc cos}\,\frac{\lambda-\sqrt{r^2-\alpha^2}}{er}=\text{arc cos}\,u.$$

Donc,

$$d\varphi=-\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}, \qquad \text{où}$$

$$u=\frac{\lambda-\sqrt{r^2-\alpha^2}}{er}; \qquad -du=\frac{\alpha^2+\lambda\sqrt{r^2-\alpha^2}}{er^2\sqrt{r^2-\alpha^2}}\,.\,dr.$$

Ainsi,

(VIII)

$$\frac{d\varphi}{dr}=\frac{\alpha^2+\lambda\sqrt{r^2-\alpha^2}}{r\sqrt{r^2-\alpha^2}\,\sqrt{2\lambda\sqrt{r^2-\alpha^2}-\beta r^2-\lambda^2+\alpha^2}}$$

$$(\beta=1-e^2).$$

Faisant dans III $F=f$, puis égalant les valeurs III et VIII de $\frac{d\varphi}{dr}$ on obtient une équation qui donne :

$$\int f dr = \frac{c}{2} \cdot \frac{\beta r^2 - 2\lambda\sqrt{r^2 - \alpha^2} - \gamma}{\left(\alpha^2 + \lambda\sqrt{r^2 - \alpha^2}\right)^2} \quad [1] \qquad [\gamma = \alpha^2(\beta + 1)];$$

d'où, différentiant les deux membres, et posant encore

$$c(\alpha^2\beta + \lambda^2) = C,$$

on tire, toutes réductions faites :

$$f = \frac{C \cdot r}{\left(\alpha^2 + \lambda \cdot \sqrt{r^2 - \alpha^2}\right)^3}.$$

Telle est la formule qui, croyons-nous, doit remplacer celle de M. Faye. On vérifie immédiatement que pour $\lambda = 0$, $(\alpha = p)$, on a

$$f_1 = \frac{c(1 - e^2)}{p^4} \cdot r = Ar, \qquad \text{et}$$

pour $\lambda = p$, $(\alpha = 0)$,

$$f_2 = \frac{c}{p} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{B}{r^2}. \qquad [2]$$

A présent, comment conclure?

L'hypothèse de M. Faye permet de rendre compte des longues périodes géologiques et biologiques, des particularités relatives aux systèmes de Mars, d'Uranus et de Neptune, peut-être de l'origine des comètes. Elle est sujette à des difficultés inhérentes à la théorie des mouvements tourbillonnaires. Enfin, à côté des erreurs que nous venons de signaler, il semble qu'elle fasse du

[1] D'après le théorème des forces vives, on a

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -\int f dr.$$

Nous supposons $v_0 = 0$, ce qui est conforme à l'hypothèse.

[2] Remarquons encore que

$$f = \frac{Cr}{\left[p^2 - \lambda\left(\lambda - \sqrt{r^2 - \alpha^2}\right)\right]^3} = \frac{C}{r^2\left(\frac{p^2}{r} - e\lambda \cdot \frac{\lambda - \sqrt{r^2 - \alpha^2}}{er}\right)^3},$$

ou, en tenant compte de l'équation VII

système solaire un cas trop particulier ; c'est s'interdire d'avance toute vérification possible sur d'autres systèmes stellaires, et donner à la cosmogonie un caractère un peu artificiel.

Pas plus que celle de Laplace, l'hypothèse de M. Faye ne satisfait entièrement l'esprit. La discussion reste ouverte ; le problème cosmogonique n'est point résolu.

Ajoutons qu'il ne saurait l'être de longtemps ; en l'état actuel des connaissances humaines, il contient trop d'indéterminées. Pour découvrir le plan de l'Univers, il faut attendre que le progrès ait accompli son œuvre : que la physique, la chimie, la géologie, aient fourni des renseignements sûrs et complets sur la constitution et sur les transformations de la Matière; que la mécanique céleste — s'appuyant sur des séries toujours plus nombreuses et plus précises d'observations et de calculs, et disposant d'un instrument mathématique plus délicat et plus puissant que l'Analyse infinitésimale, — ait résolu certains problèmes essentiels. Il ne manquera plus alors qu'un génie de la taille des Newton et des Laplace pour faire la synthèse de cet ensemble énorme d'éléments si divers.

Après comme avant, la Cause première n'en restera pas moins en dehors et au-dessus de toute atteinte ; et, d'accord sur ce point avec *Faust* de Gœthe, le savant de l'avenir ne pourra que répéter : « J'ai laborieusement amassé tous les trésors de l'esprit humain, et aujourd'hui, je ne me trouve pas grandi de l'épaisseur d'un cheveu. Je reste encore à la même distance de l'Infini. »

$$f = \frac{C}{r^2 \left(\frac{p^2}{r} - e\lambda \cos\varphi\right)^3}.$$

L'équation VI des trajectoires est de la forme

$$\frac{1}{r} = a \cos\varphi + \sqrt{A \cos 2\varphi + H},$$

qu'on obtient en faisant dans l'équation générale des coniques $b = B = 0$.

Nous trouvons

$$f = \frac{\mu}{r^2 \left(\frac{1}{r} - a \cos\varphi\right)^3} = \frac{\mu}{r^2 \left(A \cos 2\varphi + H\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ce qui nous donne une nouvelle vérification par la formule de M. Darboux (II).