Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 41 (1905)
Heft: 153

Artikel: La loi de la réfraction et le principe de la moindre action
Autor: Maillard, Louis
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-267591

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LA LOI DE LA RÉFRACTION

ET LE

PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION

PAR

Louis MAILLARD.

(Sept figures dans le texte)

On connaît les lois de la réfraction simple de la lumière : Si v_1 et v_2 sont les vitesses de propagation dans deux milieux en contact par une surface S,

1° le rayon incident, la normale à S au point d'incidence et le rayon réfracté sont sur un même plan ;

2° *le rapport du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de réfraction est constant, et égal au rapport des vitesses de propagation :*

$$\text{(I)} \qquad \frac{\sin i}{\sin r} = n, \qquad \text{où} \qquad n = \frac{v_1}{v_2}.$$

(i, angle d'incidence ; r, angle de réfraction.)

La présente étude, où l'on ne trouvera guère que des compilations, a pour objet de résumer les faits relatifs à la découverte de la loi des sinus ; de rappeler et discuter brièvement les démonstrations assez nombreuses et souvent contradictoires qui en furent proposées ; de montrer enfin que le principe de la moindre action s'applique aussi bien à la théorie des ondulations qu'à la théorie de l'émission de la lumière.

§ 1. — Snellius et Descartes.

Willebrord Snell [1], dit Snellius, qui avait suivi les leçons

[1] Snell van Roijen, 1591-1626, professeur à Leyde.

de Kepler, trouva expérimentalement, vers 1620, la relation suivante : Quel que soit l'angle i, on a (fig. 1) :

$$\frac{OR}{OI} = \text{constante}.$$

Et

$$\frac{OR}{OI} = \frac{\operatorname{cosec} r}{\operatorname{cosec} i} = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

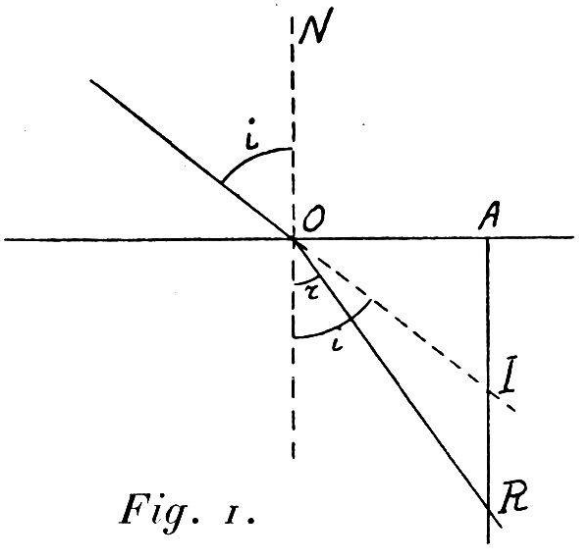

Fig. 1.

D'une autre part, dans sa *Dioptrique*[1], Descartes compare les lois de la lumière réfractée aux lois du mouvement d'une balle qui, lancée dans la direction AB, rencontre, non plus une surface « plate et dure » comme dans le cas de la réflexion, mais une toile « qui soit si faible et déliée que cette balle ait la force de la rompre et de passer tout au travers, en perdant seulement une partie de sa vitesse, à savoir par exemple la moitié. »

[1] En 1637 fut publié le *Discours de la Méthode,* dont la *Dioptrique,* le *Traité sur les Météores* et la *Géométrie* composaient, pour l'auteur, comme la suite naturelle. Voir édition Cousin, t. I, *Discours ;* t. V, *Dioptrique,* etc. — Descartes, partant de l'idée du plein absolu, — l'espace rempli d'une matière subtile, le premier élément — admet que les corps lumineux exercent sur un certain milieu formé de particules sphériques — second élément — une pression dont la transmission est instantanée. Le troisième élément de Descartes est la matière ordinaire.

Alors, seule la composante de la vitesse qui faisait tendre la balle de haut en bas est diminuée ; et comme la balle mettra, pour parcourir une longueur égale au rayon, deux fois plus de temps dans le second milieu que dans le premier, il faudra prendre

$$BE = 2\ BC$$

et mener par E la normale FK à la surface de la toile. — Si la vitesse suivant la normale était réduite à

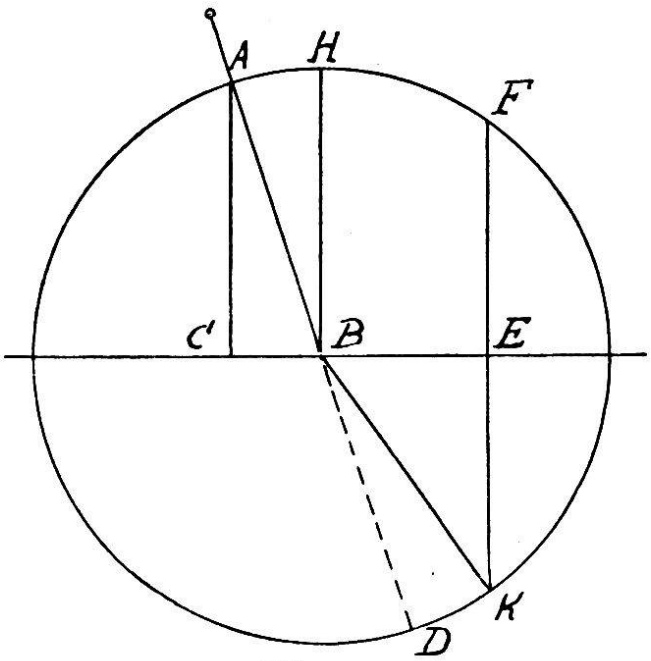

Fig. 2.

$$\frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \ldots,\ \frac{1}{n}$$

de sa valeur primitive, il faudrait de même prendre

$$BE = 3,\ 4, \ldots,\ n \text{ fois } BC\ ;$$

pour deux milieux donnés, on a donc, en général,

$$\frac{BC}{BE} = \frac{1}{n} = \text{constante}\ ;$$

il s'ensuit

$$\text{(II)} \qquad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Si la balle, se mouvant dans l'air de A à B, rencontre en ce point non plus une toile, mais de l'eau, le raisonnement reste le même : ce raisonnement suppose d'ailleurs que ni les dimensions ni le poids de la balle n'influent sur son mouvement.

« Enfin, d'autant que l'action de la lumière suit en ceci les mêmes lois, il faut dire que lorsque ses rayons passent obliquement d'un corps transparent dans un autre, ils s'y détournent en telle sorte, qu'ils se trouvent

toujours moins inclinés sur la superficie de ces corps du côté où est celui qui les reçoit le plus aisément que du côté où est l'autre... Mais peut-être vous étonnerez-vous, en faisant les expériences, de trouver que les rayons de la lumière s'inclinent plus dans l'air que dans l'eau, sur les superficies où se fait leur réfraction ; et encore plus dans l'eau que dans le verre... Ce que vous cesserez toutefois de trouver étrange, si vous vous souvenez de la nature que j'ai attribuée à la lumière, quand j'ai dit qu'elle n'était autre chose qu'*un certain mouvement ou une action reçue en une matière très subtile, qui remplit les pores des autres corps*, et que vous considériez que, comme une balle perd davantage de son agitation en donnant contre un corps mou que contre un qui est dur, et qu'elle roule moins aisément sur un tapis que sur une table toute nue, ainsi l'action de cette matière subtile peut beaucoup plus être empêchée par les parties de l'air, qui, étant comme molles et mal jointes, ne lui font pas beaucoup de résistance, que par celles de l'eau, qui lui en font davantage ; et encore plus par celles de l'eau que par celles du verre ou du cristal : en sorte que d'autant que les petites parties d'un corps transparent sont plus dures et plus fermes, d'autant laissent-elles passer la lumière plus aisément[1]. »

Huyghens[2], qui fut un homme intègre autant que savant, citant les lois de la réfraction, ajoute :

« Il est vrai que ces lois ne sont pas de l'invention de M. Descartes, selon toutes les apparences ; car il est certain qu'il a vu le livre manuscrit de Snellius, que j'ai vu aussi, qui était écrit exprès touchant la nature de la réfraction et qui finissait par cette règle, dont il remerciait Dieu. »

Dans sa *Dioptrique*[3], Huyghens est pourtant moins affirmatif ; parlant de l'ouvrage inédit de Snellius, il ajoute

[1] Ces notions de résistance élastique et de résistance visqueuse se retrouvent, à un point de vue d'ailleurs tout différent, dans la théorie de Maxwell : Les courants de déplacement, qui traversent les diélectriques, rencontrent une sorte de résistance élastique ; celle-ci croissant de plus en plus, le mouvement finit par s'arrêter, et quand la force électromotrice cesse d'agir, tout le travail produit est restitué, comme par un ressort qui se débande. Les courants de conduction rencontrent une sorte de résistance visqueuse qui, pareille en tous les points du milieu, est vaincue tant qu'agit la force électromotrice. Le travail dépensé ne peut être restitué ; il est transformé en chaleur.

[2] Christian Huyghens, seigneur de Zeelhem (Hollande), 1629-1695. *Œuvres posthumes*, t. I, p. 2.

[3] *Dioptrica*, publiée par les exécuteurs testamentaires de Huyghens.

simplement : « Nous avons appris que Descartes a vu toutes ces choses, desquelles il a peut-être tiré la mesure des sinus. »

Voët, ministre protestant, professeur, puis recteur de l'Université d'Utrecht, affirma et publia que le professeur Hortensius, héritier des manuscrits de Snellius, avait enseigné la découverte de son compatriote ; Descartes était formellement accusé de plagiat[1].

Plus tard (1682), Leibniz écrivait dans les *Actes* de Leipzig :

« Ce n'est pas sans raison que Spleissius, homme très versé dans ce genre d'études, se demande si Descartes, alors qu'il était en Batavie, n'aurait pas vu le théorème de Snellius. Spleissius remarque en effet que Descartes avait l'habitude d'omettre les noms des auteurs, preuve en soit la théorie des tourbillons, sur laquelle Giordano Bruno et Jean Kepler ont si bien mis le doigt, qu'il semble que le mot seul leur ait manqué. A cela s'ajoute le fait que Descartes, voulant démontrer ce théorème par ses propres moyens, tomba dans de grandes obscurités.[2]»

---

[1] Voët, dit Voetius, s'est disqualifié à tel point, par ses attaques violentes et injustes contre Descartes, que son témoignage ne peut être pris en considération.

Dès 1639, il représente Descartes comme professant l'athéisme, alors que l'auteur de la *Méthode* avait démontré à sa manière l'existence de Dieu. En 1642, Voët fait interdire par les magistrats la philosophie nouvelle. En 1643, un de ses acolytes entreprend de prouver que le cartésianisme conduit « au scepticisme, à l'athéisme et à la frénésie. » Descartes ayant voulu répondre, ses lettres sont déclarées libelles diffamatoires. Il apprend par hasard qu'on instruit son procès dans l'intention de le condamner comme athée et calomniateur. Il fallut l'intervention de l'ambasseur de France auprès du prince d'Orange pour arrêter la procédure. — Le Sénat de l'Université de Groningue rendit alors dans l'affaire une sentence qui fut pour Descartes et son système un réel triomphe.

Sans y viser peut-être, Voët, par son ignorance, son intolérance et sa cruauté, se place au niveau des prêtres qui, en 1633, condamnaient Galilée, — non loin de ceux qui, en 1600, faisaient brûler vif Giordano Bruno, « apostat, hérétique et violateur de ses vœux. »

[2] En s'appuyant sur l'opinion du physicien Spleiss, qui épousait les idées de Voët, Leibniz semble avoir voulu éviter de porter publiquement sur la question en litige un jugement personnel. — Dans les *Notes* publiées après sa mort, on retrouve l'opinion que Descartes s'est approprié la découverte de Snellius.

D'une manière générale, il faut reconnaître que Descartes « oublie » parfois de mentionner ses devanciers, encore qu'il lui soit arrivé de citer Metius, Kepler, Vitellion et quelques autres. Mais il ne semble pas qu'on doive lui faire de ses oublis un grief bien grave. Pour les expliquer, ne convient-il pas de se souvenir que le philosophe, après avoir démoli de fond en comble le temple lézardé de la Scolastique, entreprend de construire, en le fondant sur sa *Méthode*, un édifice grandiose, dont il se regarde comme l'architecte unique et le seul ouvrier. S'il lui arrive, au cours de ses travaux, d'empiéter sur le terrain d'autrui, il ne s'en rend pas compte : tout le domaine scientifique n'est-il pas à lui? Dans cet état d'esprit, nouvel Aristote pénétré de l'originalité et de la généralité de ses principes, il devait fatalement considérer comme négligeable ou nulle la dette que tout savant contracte envers les anciens et les contemporains. Mais, ce qu'on sait du caractère et de la vie de Descartes empêche déjà de le supposer un seul instant capable d'un vulgaire plagiat. Au surplus, dans le cas particulier la question est tranchée par une étude serrée où M. Korteweg établit d'une façon définitive les points suivants[1] :

Descartes avait fait et conseillé des expériences sur la réfraction et il était en possession de la loi des sinus avant 1629[2], alors que le manuscrit de Snellius fut mis au jour en 1632 seulement ;

auparavant, les travaux de Snellius n'étaient connus ni de ses élèves, ni de ses proches ;

---

[1] *Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux,* par D.-J. Korteweg. — Les documents sont déposés à la bibliothèque de l'Académie des sciences d'Amsterdam.

Voir aussi l'importante étude : *Descartes und das Brechungsgesetz des Lichtes,* par P. Kramer. (Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, t. IV) ; et dans les *Archives néerlandaises* (t. XVIII), l'article *Snellius,* par P. van Geer.

[2] Lettres de Descartes à Ferrier, à Golius, etc. (Edition Cousin, t. VI).

avant 1632, ces personnes connaissaient la « loi du rayon réfracté », et en attribuaient la découverte à Descartes.

En revanche, il est probable que les cahiers de Snellius furent communiqués à Descartes, lors d'un de ses séjours en Hollande, avant la publication de sa *Dioptrique* (1637). Mais les deux découvertes sont indépendantes.

§ 2. — Fermat, Barrow, Grégory, Hérigone, Bernouilli, de Mairan, d'Alembert.

Visiblement insuffisante et inexacte, la démonstration de Descartes fut attaquée de divers côtés, principalement par Fermat. Le savant précurseur de Leibniz et Newton trouve la relation I en partant d'un principe métaphysique, à savoir que *la Nature suit les voies les plus rapides*[1]. Sa démonstration, recueillie dans les *Œuvres* de Descartes, est laborieuse[2]. Au reste, elle ne mit pas fin à la dispute,

[1] Par exemple, lorsqu'il y a réflexion de la lumière.

[2] Dès que furent connus les éléments du calcul différentiel (publication de Leibniz, 1684 ; de Newton, 1687), le problème de Fermat reçut la solution la plus simple. En posant la condition que *le temps* employé par un rayon lumineux pour passer de A à B *est minimum*,

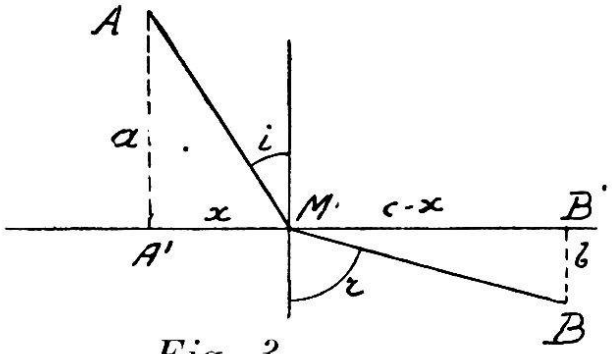

Fig. 3.

on a (fig. 3) :

$$t = \frac{AM}{v_1} + \frac{MB}{v_2} =$$

$$= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{a^2 + (c - x)^2}}{v_2} ;$$

$$t' = \frac{x}{v_1 \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c - x}{v_2 \sqrt{a^2 + (c - x)^2}} = 0 ,$$

d'où (I)
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} .$$

que les cartésiens entretinrent avec ardeur jusqu'au jour où Fermat, non convaincu mais lassé, renonçât à répondre :

« Pour moi, écrivait-il, j'aime beaucoup mieux connaître certainement la vérité que de m'arrêter plus longtemps à des débats de contentions superflues et inutiles. »

Ainsi Fermat eut doublement raison : il reconnut la vraie valeur du rapport des sinus, et il sut mettre fin à une vaine querelle.

*
* *

Montucla mentionne[1] l'explication suivante, adoptée par le père Maignan, par Barrow — qui fut le maître de Newton — et quelques autres physiciens : Un rayon lumineux est composé de particules en forme de parallélépipèdes couchés perpendiculairement à la direction de la lumière (fig. 4). Ceci admis, quand le rayon passe, par exemple, d'un milieu moins dense à un milieu plus dense, l'extrémité A′ de la particule lumineuse éprouve une résistance nouvelle, son mouvement est retardé, tandis que l'autre extrémité, A, conserve jusqu'en B sa vitesse. A′B′ est donc un arc de cercle plus petit que AB. Lorsque la particule est entièrement plongée dans le second milieu, le mouvement redevient rectiligne et uniforme. Si l'on mesure « les

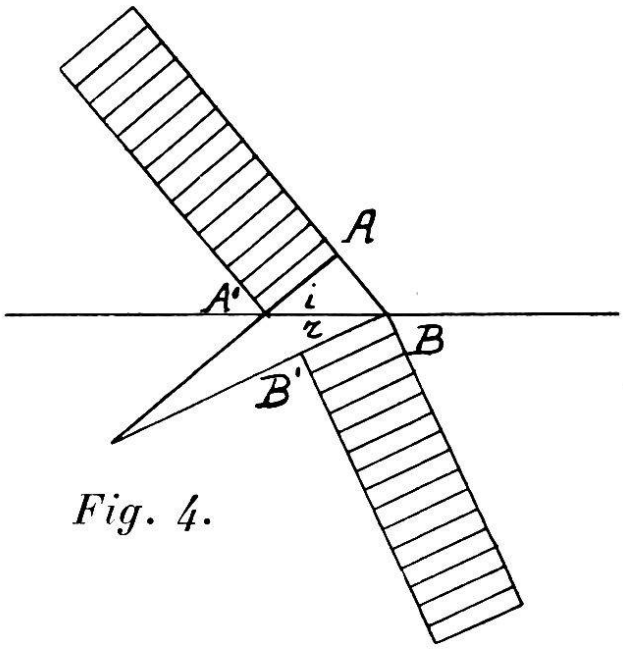

Fig. 4.

[1] *Histoire des mathématiques*, t. II.

facilités des milieux » par les petits arcs AB, A′B′, dont la longueur sera sensiblement égale à celle des droites AB, A′B′, on a, dans les triangles A′AB et A′B′B :

$$\sin i = \frac{AB}{A'B}, \qquad \text{et} \qquad \sin r = \frac{A'B'}{A'B},$$

d'où

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AB}{A'B'} = \text{constante},$$

« puisque le rapport des arcs est le même, quelle que soit l'inclinaison des rayons ».

On remarquera l'insuffisance de cette affirmation, ainsi que le caractère artificiel de l'hypothèse relative à la forme des particules lumineuses.

*
* *

David Grégory imagine qu'en changeant de milieu la lumière « se dilate ou se resserre latéralement, à proportion qu'elle coule plus ou moins à son aise. » Il faut encore admettre que la dilatation (ou la contraction) s'opère suivant un certain rapport, moyennant quoi la loi des sinus peut être démontrée.

*
* *

Hérigone suppose qu'un rayon lumineux exerce sur la surface réfringente une pression, comparable à celle d'un poids roulant sur un plan incliné[1].

*
* *

Bernouilli part d'une idée analogue, en comparant le

[1] Ne faut-il pas voir dans cette hypothèse, sortie de l'imagination de Descartes (voir p. 2, note 1) et d'Hérigone, comme une première idée de la pression de radiation produite par les ondes lumineuses sur les corps qu'elles frappent ? Maxwell et Bartoli ont démontré mathématiquement l'existence de cette pression, que M. Lebedew a réussi à mesurer. Dans les limites des erreurs d'observation, les valeurs fournies d'un côté par l'expérience, de l'autre par le calcul, sont égales. — Voir : *Les forces de Maxwell-Bartoli dues à la pression de la lumière,* par P. Lebedew, professeur à l'Université de Moscou.

mouvement de la lumière suivant les rayons incident et réfracté au mouvement d'un point sollicité par deux forces variables.

Mais on ne distingue pas nettement la raison de ces analogies.

Au surplus, dans ces théories éphémères, les hypothèses sont visiblement arrangées et même un peu truquées en vue de s'adapter à un principe connu ; elles n'auraient pas permis de découvrir ce principe.

*
* *

Le cartésien de Mairan (1726) se représente que, lorsqu'il y a réfraction, le mouvement d'un rayon lumineux est analogue à celui d'une petite sphère lancée, par exemple, de l'air dans l'eau. Au moment où elle touche la surface S commune aux deux milieux, elle éprouve une résistance qui d'abord s'exerce uniquement suivant une perpendiculaire à S ; à mesure que la sphérule s'enfonce, la résistance a aussi une composante horizontale ; celle-ci varie, tant que l'immersion dans le second milieu n'est pas complète ; le centre de la sphérule décrit donc une courbe, puis continue sa route par la tangente au dernier élément curviligne, lorsque la résistance ne varie plus.

De Mairan admet d'ailleurs le fond de la théorie cartésienne de la réfraction, et il remplace seulement la toile tendue par un plan mobile.

D'Alembert expose et critique avec ampleur ces vues[1] ; il établit par l'analyse que, pour une masse sphérique passant d'un fluide à un autre, le rapport des sinus de i et r ne demeure constant que dans deux cas : si les résistances des deux milieux sont peu différentes ; ou bien, les résistances étant quelconques, si le rayon incident est presque perpendiculaire à la surface S. — Dès lors, cette

[1] *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, pour servir de suite au Traité de dynamique* (1770).

conclusion s'impose : les lois de la réfraction des corps sphériques et celles de la réfraction de la lumière sont totalement différentes. D'Alembert considère comme seule valable la démonstration de Newton, à laquelle nous revenons.

§ 3. — Newton et la théorie de l'émission[1].

Dans ses *Principes*[2], Newton suppose que les deux milieux réfringents sont séparés par un petit espace compris entre deux plans parallèles, et qu'un corpuscule lumineux, en pénétrant dans cet espace, est attiré ou poussé perpendiculairement vers l'un ou l'autre de ces milieux ; alors — l'attraction ou l'impulsion étant considérée comme constante — le corpuscule décrira un arc de parabole, ainsi que Galilée l'a démontré : le mouvement est en effet comparable à celui d'un projectile lancé obliquement.

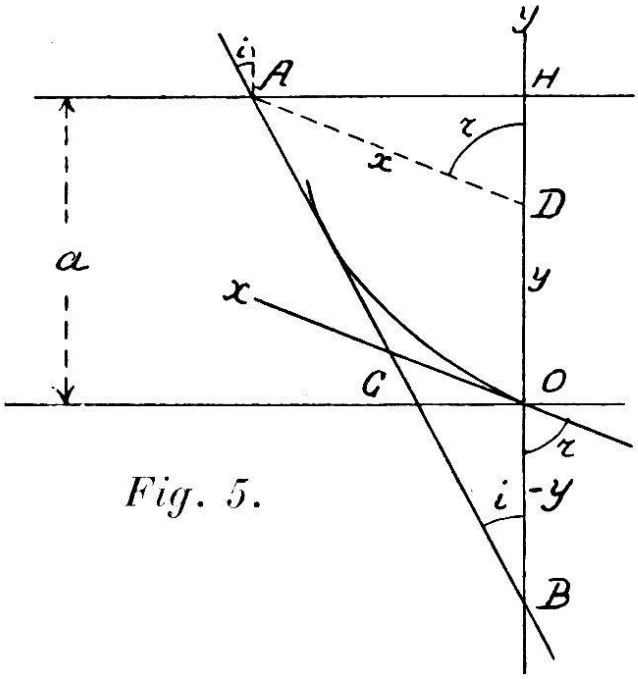

Fig. 5.

Soit a la distance des deux plans (fig. 5), A le point où le corpuscule quitte le premier milieu, sous l'angle d'incidence i, O le point où il pénètre dans le second milieu sous l'angle de réfraction r ; soit en outre

$$y = cx^2$$

l'équation de la parabole décrite, la courbe étant rapportée à la

[1] Empédocle, cité par Aristote, considérait la lumière comme un écoulement continu de matière. Démocrite, Epicure, Lucrèce, attribuaient aux corps lumineux la propriété d'émettre des corpuscules d'une matière particulière.

[2] *Les principes mathématiques de la philosophie naturelle* (1687), par le chevalier Isaac Newton. Traduction de Mme du Châtelet, ou plutôt de Clairaut.

tangente et au diamètre passant par O. Dans les triangles COB, ADB, on a :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{OC}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4y^2 + 4\,xy \cos r}};$$

mais (triangle AHD),

$$\cos r = \frac{a - y}{x}.$$

Donc,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4\,ay}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\,ac}} = \text{constante}.$$

En établissant cette proportion, basée « sur l'analogie qui est entre le mouvement progressif de la lumière et celui des autres projectiles », Newton ajoute : « Au reste, je ne m'embarrasse point de la nature des rayons, je n'examine point s'ils sont matériels ou non[1] ». Pourtant, par l'emploi même de la trajectoire des projectiles, on sous-entend que la lumière est due à une émission de particules. Si l'on veut remplacer l'attraction qu'elles subissent par l'impulsion d'un fluide invisible, il n'est plus possible d'admettre que ce fluide agisse uniquement dans la direction perpendiculaire à la surface, et la démonstration tombe en défaut.

D'ailleurs, Newton est beaucoup plus explicite à ce sujet dans son *Optique*[2] ; à la fin de ce traité, il pose et résoud un certain nombre de *Questions ;* il conclut que sont erronées toutes les hypothèses qui font consister la lumière dans une pression, ou dans un mouvement au travers d'un milieu fluide ; qu'au contraire les rayons sont « de fort petits corpuscules, élancés ou poussés hors des corps lumineux. »

---

[1] *Principes*, livre I, XIVe section ; théorèmes XLVIII à L.

[2] *Traité d'optique sur les réflexions, réfractions, inflexions, et les couleurs de la lumière.* Deuxième édition française, traduction Coste (1722). — *Questions* 27, 28, 29.

Leibniz combat la théorie newtonienne[1], d'après laquelle la vitesse des corpuscules, augmentant avec l'attraction, serait plus grande dans l'eau que dans l'air, dans l'air que dans le vide. Il suppose que *la lumière va d'un point à un autre*, non dans le temps le plus court, mais *par le chemin le plus facile* — hypothèse métaphysique — et il mesure la facilité du chemin par « le rapport composé de sa longueur et de la résistance du milieu dans lequel se meut la lumière. » On trouve ainsi, par un calcul analogue à celui du problème de Fermat, que

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \text{constante}.$$

(ϱ_1 et ϱ_2 représentent les résistances des milieux.)

Leibniz admet en outre que la résistance augmente proportionnellement à la vitesse, et retrouve alors le résultat auquel était parvenu Descartes (relation II).

§ 4. — Huyghens et la théorie des ondulations[2].

On a parfois considéré Robert Hooke, contemporain et — toute proportion gardée — émule de Newton, comme l'un des fondateurs de la théorie des ondes lumineuses. En fait, ce savant définit bien la lumière « un mouvement rapide de vibration de très petite amplitude », mais la propagation en serait instantanée, comme celle de la pression de Descartes. — Huyghens cite l'ouvrage de Hooke[3], ainsi que celui du père jésuite Pardies ; celui-ci, dit-il, « dans un traité dont il me fit voir une partie, et qu'il ne put

[1] *Actes* de Leipzig. Cité par Montucla, t. II.

[2] Aristote semble avoir prévu cette théorie lorsqu'il écrit : « Que ce soit la lumière ou l'air qui s'interpose entre l'œil et l'objet visible, en tout cas, c'est par le mouvement de ce milieu que l'on voit. » (*Traité de l'Ame,* livre II, chapitre II).

[3] *Micrographia,* (1665) ; voir Verdet : *Leçons d'optique physique,* t. I : Histoire de la théorie ondulatoire.

achever étant mort peu de temps après, avait entrepris de prouver par les ondes les effets de la réflexion et de la réfraction. Mais le principal fondement manquait à ses démonstrations, et il avait dans le reste des opinions bien différentes des miennes. » — L'étude de Pardies fut publiée par les soins d'un autre jésuite, le père Ango[1]. On y compare la lumière au mouvement d'un pendule écarté de sa position d'équilibre, ou à celui des ondes formées par le jet d'une pierre dans une eau tranquille[2] ; la propagation de la lumière est nettement attribuée aux ondulations successives de l'éther.

En 1690, parut le *Traité de la lumière*[3], que Huyghens avait composé dès 1678, et dans lequel il pose les principes de la théorie des ondulations en ces termes :

« L'on ne saurait douter que la lumière ne consiste dans le mouvement de certaine matière, qui se trouve entre nous et le corps lumineux. Et je ne crois pas que ce mouvement se puisse mieux expliquer, qu'en supposant le soleil et les étoiles composés de particules qui nagent dans une matière beaucoup plus subtile, qui les agite avec une grande rapidité, et les fait frapper contre les particules de l'éther qui sont beaucoup moindres... Le mouvement successif de la lumière s'étend par des ondes sphériques, ainsi que le mouvement du son. L'agitation, au reste, des particules qui engendrent la lumière doit être bien plus prompte, puisque nous ne voyons pas que le frémissement d'un corps qui sonne est capable de faire naître de la lumière, de même que le mouvement de la main dans l'air n'est pas capable de produire du son. »

Dans cette hypothèse, représentons par AB (fig. 6), le front de l'onde, considéré comme sensiblement plan. Lorsque B arrive en B_2, où se trouvera A_2 ?

---

[1] *L'optique* divisée en trois livres, etc. Paris, 1682 ; ouvrage cité par Verdet.

[2] Cette seconde comparaison se trouve déjà dans Malebranche, pour qui « la lumière subtile ou éthérée est nécessairement composée de petits tourbillons. »

[3] *Traité de la lumière, où sont expliquées les causes de ce qui lui arrive dans la réflexion et dans la réfraction et particulièrement dans l'étrange réfraction du cristal d'Islande ; avec un discours sur la cause de la pesanteur,* par M. Christian Huyghens, seigneur de Zeelhem. (Edition W. Burckardt.)

Prenons

$$\frac{A_1 A_2}{B_1 B_2} = \frac{v_2}{v_1},$$

ou

$$A_1 A_2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot B_1 B_2 .$$

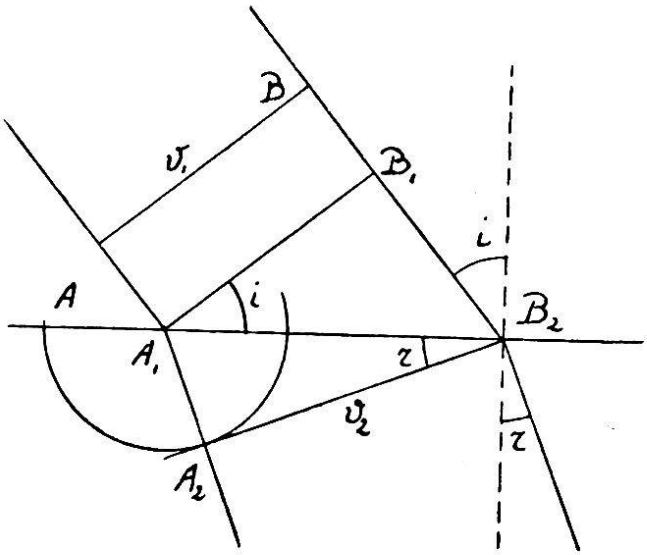

Fig. 6.

Avec A_1 pour centre, $A_1 A_2$ pour rayon, traçons une demi sphère et menons par B_2 le plan tangent à cette surface ; il déterminera le front de l'onde réfractée, et le point de contact sera A_2. On a dès lors

$$\text{triangle } A_1 B_1 B_2 : \quad B_1 B_2 = A_1 B_2 \sin i ;$$

$$\text{»} \quad A_1 A_2 B_2 : \quad A_1 A_2 = A_1 B_2 \sin r ;$$

d'où

$$\text{(I)} \qquad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{B_1 B_2}{A_1 A_2} = \frac{v_1}{v_2} .$$

§ 5. — Maupertuis et le principe de la moindre action.

Dans un petit traité publié en 1751 et intitulé *Essai de cosmologie*, Moreau de Maupertuis énonce le principe de la moindre action, qu'il oppose au principe inexact de la conservation de la quantité de mouvement (Descartes), et à celui de la conservation de la force vive (Leibniz).

« Le principe de Descartes semblait soustraire le monde à l'empire de la divinité... Le principe de la conservation de la force vive semblerait encore mettre le monde dans une espèce d'indépendance... Notre principe, plus conforme aux idées que nous devons avoir des choses, laisse le monde dans le besoin continuel de la puissance du Créateur, et est une suite nécessaire de l'emploi le plus sage de cette puissance...

Lorsqu'il arrive quelque changement dans la nature, la *quantité d'action,* nécessaire pour ce changement, est la plus petite qu'il soit possible. La quantité d'action est le produit de la masse des corps par leur vitesse et par l'espace qu'ils parcourent. — Dans le choc des corps, le mouvement se distribue de manière que la quantité d'action que suppose le changement, est la plus petite qui soit possible. Dans le repos, les corps qui se tiennent en équilibre doivent être tellement situés, que s'il leur arrivait quelque petit mouvement, la quantité d'action serait la moindre.

Les lois du mouvement et du repos ainsi déduites, nous pouvons en admirer l'application dans tous les phénomènes : dans le mouvement des animaux, dans la végétation des plantes, dans la révolution des astres ; et le spectacle de l'Univers devient bien plus grand, bien plus beau, bien plus digne de son auteur... Quelle satisfaction pour l'esprit humain, en contemplant ces lois qui sont le principe du mouvement et du repos de tous les corps de l'Univers, d'y trouver la preuve de l'existence de celui qui le gouverne ! »

Dans le mouvement d'une particule lumineuse, de masse m, la quantité d'action est (fig. 7) :

$$A = m\left[v_1\sqrt{a^2+x^2} + v_2\sqrt{b^2+(c-x)^2}\right].$$

Et la condition

$$A' = \frac{v_1 x}{\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{v_2(c-x)}{\sqrt{b^2+(c-x)^2}} = 0$$

équivaut à la relation II, conforme à la théorie de l'émission.

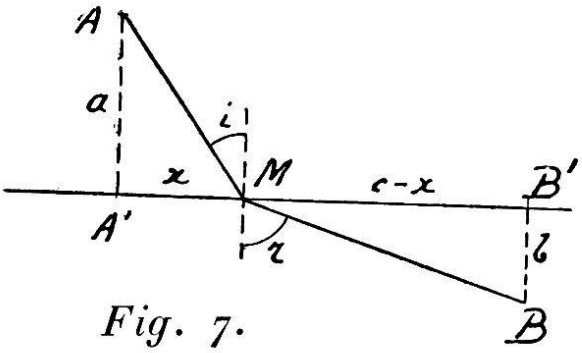

Fig. 7.

L'énoncé du principe de la moindre action fut la cause indirecte de la brouille de Voltaire et du roi de Prusse. Voici comme :

Lorsque parut, précédant l'*Essai de cosmologie*, le mémoire de Maupertuis exposant son principe et l'appliquant à la réfraction de la lumière, Samuel Kœnig rappela que

Leibniz avait trouvé, plus de quarante ans auparavant, un principe tout à fait analogue. Kœnig appuyait ses affirmations d'une lettre de Leibniz (1707), contenant un résumé de la théorie en question[1]. Copie de la missive avait été remise à Kœnig par Henzi, le patriote bernois. Maupertuis somma Kœnig d'en produire l'original (1751). Chose impossible, le capitaine Henzi ayant été décapité en 1749 pour avoir conspiré contre leurs Excellences de Berne[2]. — Où retrouver cette lettre? Frédéric II intervint et demanda aux autorités bernoises de faire rechercher la pièce dans les archives des tribunaux ou chez les héritiers de Henzi. Les perquisitions n'aboutirent pas. Maupertuis protesta contre l'attaque ouverte et vive de Kœnig : c'était son droit strict[3] ; mais il eut le tort de ne pas s'en tenir à une discussion scientifique, et de pousser l'Académie de

---

[1] Kœnig (1712-1757), étudia à Berne, puis à Bâle avec Bernouilli, en même temps que Maupertuis ; vers 1740, il initia la marquise du Châtelet aux œuvres de Leibniz. On sait le commerce scientifique, philosophique, etc., de Voltaire et de la « docte Uranie » qu'il a si dévotement encensée :

« Tu m'appelles à toi, vaste et puissant génie,
Minerve de la France, immortelle Emilie ;
Je m'éveille à ta voix, je marche à ta clarté
Sur les pas des Vertus et de la Vérité... » *(Epître à Emilie)*

« ...Newton recueillit pendant sa vie toute la gloire qu'il méritait. Mais l'honneur que vous lui faites aujourd'hui — en traduisant et commentant son ouvrage — est sans doute le plus grand qu'il ait jamais reçu. Je ne sais qui des deux je dois admirer davantage, ou Newton, l'inventeur du calcul de l'infini, qui découvrit de nouvelles lois de la nature, et qui anatomisa la lumière, ou vous, Madame, qui, au milieu des dissipations attachées à votre état, possédez si bien tout ce qu'il a inventé... » *(Préface de Voltaire)*

[2] Henzi était fort érudit. Il avait rassemblé une partie de la correspondance de Leibniz, dans l'intention de la publier. — Voir *Samuel Henzi's Leben und Schriften,* Dr J.-J. Bæbler, Aarau.

[3] « Ce principe (de la moindre action), écrit-il dans la préface de son *Essai de cosmologie,* est absolument nouveau, ou du moins l'était avant que je l'eusse proposé pour en déduire toute les règles de la dioptrique.

Cependant ceux qui ne sont pas assez instruits dans ces matières ont cru que je ne faisais ici que rebattre l'ancien axiome, qui porte que la nature agit par les voies les plus simples. Mais cet axiome, qui n'en est un qu'autant que l'éxistence de Dieu est déjà prouvée, est si vague, que personne n'a encore su dire en quoi il consiste. »

Berlin, dont il était pour lors le président, à décréter tout uniment que la lettre de Leibniz avait été falsifiée. La dispute, qui divisa les savants en deux camps, dura jusqu'en 1754, sans que Maupertuis pût parvenir à disqualifier, ni même à réduire au silence son adversaire.

Voltaire s'était jeté dans la mêlée, aux côtés de Kœnig calomnié. Cet amour de la justice dont il donna par ailleurs des preuves mémorables l'y poussait sans doute ; mais peut-être aussi la sournoise rivalité qui existait entre le président et le plus spirituel des membres de l'Académie. Tant il y a que *la Diatribe du docteur Akakia,* écrite — non signée — par Voltaire, visait Maupertuis et le tournait en ridicule, avec une verve et une impertinence supérieures. Frédéric prit fait et cause pour le savant blessé : il fallait sauvegarder la dignité de la compagnie. Et puis, la faveur, payée de flagorneries, que le roi de Prusse daignait accorder au roi de l'esprit, diminuait de plus en plus... Le pamphlet fut brûlé par le bourreau, et bientôt après ce geste démonstratif Voltaire quittait la cour et reprenait sa liberté[1].

---

[1] Suggestif est le changement de ton de Voltaire à l'égard de celui qu'il proclame d'abord « son aimable maître à penser », qu'il décore « sir Isaac Maupertuis », et « marquis du Cercle polaire » — pour le désigner, dans la seconde édition de ses *Œuvres*, sous le nom de « Moreau, natif de Saint-Malo. » Maupertuis, qui avait dirigé avec Clairaut et Lemonnier l'expédition chargée de mesurer un arc de méridien près du cercle polaire, s'était fait peindre, au retour, en costume de Lapon, une main appuyée sur le globe terrestre. Et, galamment, Voltaire avait écrit sous le portrait :

« Ce globe mal connu, qu'il a su mesurer,
Devient un monument où sa gloire se fonde.
Son sort est de fixer la fortune du monde,
De lui plaire, et de l'éclairer. »

Dans son *Discours sur la Modération,* Voltaire s'écriait, avec un enthousiasme peut-être sincère :

« Revole, Maupertuis, de ces déserts glacés
Où les rayons du jour sont six mois éclipsés.
Apôtre de Newton, digne appui d'un tel maître,
Né pour la vérité, viens la faire connaître.

§ 6. — Le principe de la moindre action appliqué aux deux théories classiques de la lumière.

L'avenir appartenait au principe de la moindre action, qui, étendu par Euler, Laplace, Lagrange et Poisson, établi par Jacobi sous sa forme définitive, a dès lors sa place marquée au nombre des principes fondamentaux de la mécanique. Il s'applique au mouvement d'un point ou d'un système soumis à des forces dérivant d'un potentiel U. Il devient un cas particulier du principe d'Hamilton, d'après lequel, si l'on désigne par T la demi force vive d'un système *dans le mouvement naturel ou réel* de celui-ci, on a

$$\delta I = \int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta U)\, dt = \delta \int_{t_0}^{t_1} (T + U)\, dt = 0;$$

ce qui signifie :

connaissant, aux instants t_0 et t_1, les positions du système, la variation δI est nulle quand on fait subir au système n'importe quel déplacement infiniment petit compatible avec les liaisons. Le mouvement naturel est donc déterminé en cherchaut pour quel déplacement compatible avec les liaisons la fonction

---

Héros de la physique, Argonautes nouveaux
Qui franchissez les monts, qui traversez les eaux,
Dont le travail immense et l'exacte mesure
De la Terre étonnée ont fixé la figure,
Dévoilez ces ressorts qui font la pesanteur :
Vous connaissez les lois qu'établit son auteur. »

Dans l'édition suivante, la leçon change :

« Courriers de la physique, Argonautes nouveaux
Qui franchissez les monts, qui traversez les eaux,
Ramenez, des climats soumis aux Trois Couronnes,
Vos perches, vos secteurs, et surtout deux Laponnes.
Vous avez confirmé, dans ces lieux pleins d'ennui,
Ce que Newton connut sans sortir de chez lui, etc.

(Voir *Œuvres complètes*, t. 12, 14, 39, 56.)

$$I = \int_{t_0}^{t_1} (T + U)\, dt$$

est maximum ou minimum. On démontre qu'en satisfaisant à cette condition on retrouve les équations du mouvement sous la forme que leur a donnée Lagrange.

En particulier, si les liaisons sont indépendantes du temps, le théorème des forces vives appliqué au mouvement devient

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} = U + h$$

(où h est une constante déterminée),

ou encore, si l'on pose

$$(dS)^2 = \Sigma m\, [(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2],$$

la somme s'étendant à tous les points du système :

$$\frac{dS}{dt} = \sqrt{2\,U + 2\,h}.$$

Alors, pour deux positions P_0, P_1, du système, l'action est

$$A = \int_{(P_0)}^{(P_1)} \sqrt{2\,U + 2\,h}\,.\, dS,$$

et l'on retrouve les équations de Lagrange en cherchant le minimum de A, c'est-à-dire en posant, condition nécessaire,

$$\delta A = 0.$$

*
* *

Dans le cas de la réfraction de la lumière, on a, si m est la masse d'une particule lumineuse

$$A = m\,(v_1\, s_1 + v_2\, s_2) + m \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} v d\sigma,$$

s_1 et s_2 étant les espaces parcourus dans les deux milieux,

avec les vitesses respectives v_1 et v_2, $d\sigma$ l'arc élémentaire de la courbe raccordant les deux trajectoires rectilignes. Si l'on néglige la valeur de l'intégrale, qui est très petite, on trouve, comme Maupertuis, la relation II.

Mais, avec la théorie de l'émission, la lumière atteint sa plus grande vitesse dans les milieux les plus réfringents ; avec la théorie des ondulations, c'est le contraire. Les travaux si remarquables de Young (1802) et de Fresnel (1818), — qui ont montré comment s'expliquent, et avec quelle facilité, dans l'hypothèse de Huyghens, tous les phénomènes optiques — témoignent de la commodité et de la fertilité de cette hypothèse. Mais l'expérience cruciale nécessaire fut exécutée seulement en 1862, par Foucault. Ce physicien réalisa une idée émise par Arago, et démontra que la vitesse de la lumière est plus grande dans l'air que dans l'eau. Nons nous bornons à rappeler le principe de l'expérience.

Un rayon lumineux tombant sur un miroir M est réfléchi sur un miroir M′ qu'il rencontre normalement. Le rayon reprend donc le chemin M′ M. Si M tourne autour d'un axe avec une vitesse du même ordre que celle de la lumière, d'un angle $\frac{\alpha}{2}$, le rayon est dévié, au retour, d'un angle α. — Foucault disposait cinq miroirs fixes, à 4 mètres les uns des autres ; M, miroir tournant de Wheatstone, faisait 800 tours à la seconde. Quand le rayon effectuait le trajet dans l'air, on constatait une déviation α_1 ; on interposait alors entre deux miroirs un tube de 4 mètres environ, rempli d'eau et fermé à ses extrémités par deux plaques de verre ; on mesurait une déviation α_2. L'expérience donne $\alpha_1 < \alpha_2$: la théorie des ondulations l'emporte.

*
* *

Une remarque, pour terminer. Le principe de la moindre action conduisant à un résultat conforme à la théorie de

l'émission, semble en contradiction avec la théorie ondulatoire. Or, il n'en est rien : si m_1 et m_2 représentent les masses de l'éther ébranlé en un même temps dans les deux milieux, et si l'on suppose que quand l'onde se propage *la force vive reste constante*, on a

$$m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2,$$

ou

$$m_2 = m_1 \cdot \frac{v_1^2}{v_2^2}.$$

D'ailleurs, l'action est

$$A = m_1 v_1 s_1 + m_2 v_2 s_2,$$

et la condition $A' = 0$ donne

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}.$$

En substituant la valeur de m_2 :

$$\text{(I)} \qquad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Dans la théorie de l'émission, la même hypothèse sur la force vive conduirait à admettre que la masse d'un corpuscule lumineux change avec sa vitesse : cette conception paraîtra bien artificielle et fort éloignée de la notion classique de la masse. Mais, dans les théories électromagnétiques de la lumière, pour MM. Lorentz et Larmor, continuateurs de Maxwell et de Hertz, la masse devient un simple coefficient, variable *en fonction de la vitesse*.

Quoi qu'il en soit, le principe de la moindre action ne saurait être invoqué, à propos de la réfraction de la lumière, pour décider souverainement entre les théories de Newton et de Huyghens, puisqu'il peut s'appliquer à l'une et à l'autre.