Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 39 (1913)
Heft: 15

Artikel: Théorie du coup de bélier
Autor: Allievi, Lorenzo
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-30139

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

occupaient et la place devenue libre est utilisée dans un autre but. L'installation fonctionne, sans accumulateur, d'une façon aussi satisfaisante que précédemment.

Sur la fig. 3 on voit une installation semblable de la Société de la Providence, à Hautemont, avec l'accumulateur, l'ancienne pompe à piston et la nouvelle pompe centrifuge. Celle-ci débite $^3/_4$ m³ par minute, sous la pression de 400 m. d'eau et tourne à la vitesse de 2600 tours par minute.

Enfin, la fig. 4 montre une pompe centrifuge qui travaille sur trois accumulateurs dont chacun est à une pression différente de celle des deux autres. C'est une pompe à 6 étages et telle que les deux premiers étages débitent dans la conduite I, à une pression de 2 atmosphères, les quatre premiers étages, dans la conduite II, à la pression de 4 atmosphères, et tous les six étages débitent dans la conduite III, à la pression de 6 atmosphères. La pompe centrifuge a été installée à la place de trois pompes à piston qui travaillaient sous des pressions différentes.

Lorenzo ALLIEVI, ingénieur

Théorie du coup de bélier.

Traduction française

par R. NEESER, professeur à l'Université de Lausanne.

(Suite)[1].

§ 5. Le synopsis cartésien des phénomènes du coup de bélier.

Il résulte du système fondamental 9), ainsi que nous en avons déjà fait la remarque, que les lois, ainsi que l'intensité relative du coup de bélier dépendent exclusivement de la caractéristique ρ (qui contient tous les éléments caractéristiques de la conduite, à la seule exception de sa longueur L), et de la manœuvre de l'obturateur, c'est-à-dire de la série des degrés d'ouverture η_1, η_2, η_3, etc., qui existent aux instants de rythme entier.

Deux conduites ayant la même caractéristique ρ, mais des vitesses de propagation a et des longueurs L différentes, donneront donc lieu, tout de même, à des phénomènes identiques, pour peu que l'on manœuvre l'obturateur de façon à produire, pour chacune d'elles, à des intervalles de phases homologues, des valeurs égales η_1, η_2, η_3, etc., du degré d'ouverture de leur orifice.

Je dirai que ces deux conduites, aussi bien que les lois de manœuvre de leurs orifices sont *identiques*, bien que ces manœuvres aient dû être, en réalité, exécutées avec des vitesses différentes et, par ailleurs, proportionnelles aux durées respectives des phases de ces conduites. On est ainsi amené tout naturellement à l'idée d'adopter, comme unité de temps, au lieu de l'unité habituelle (la seconde ou les unités qui en dérivent), la *durée μ de la phase* de la conduite considérée ; cela revient, en quelque sorte, à ramener toutes les conduites à une longueur commune, ce qui synthétise le problème et en facilite l'étude.

Voilà le 3me des principes fondamentaux de cette théorie, énoncés à la fin du premier paragraphe ; cet artifice, particulièrement fécond, constitue la clé de la représentation graphique du coup de bélier, que j'ai désignée, en titre de ce paragraphe, par *synopsis cartésien du coup de bélier*, et qui résume, par des systèmes ou faisceaux de courbes, les lois de ces phénomènes.

La manœuvre des orifices d'écoulement alimentés par les conduites auxquelles nous aurons à appliquer ces théories s'exécute, nous l'avons déjà fait remarquer, presque exclusivement à vitesse à peu près constante ; la variation relative de l'orifice d'écoulement a donc une valeur à peu près constante, et la vitesse de manœuvre est déterminée par le temps total, τ, nécessaire à produire, dès l'état de régime, la fermeture ou l'ouverture complète de l'orifice.

Si, comme je viens de le proposer, on adopte la durée μ de la phase comme unité de temps, le temps ϑ nécessaire à la fermeture ou à l'ouverture totale s'exprimera, évidemment, par :

$$\vartheta = \frac{\tau}{\mu} = \frac{a.\tau}{2L}$$

et la série des ouvertures fractionnaires, η, sera définie par :

$$\eta = 1 \pm \frac{t}{\vartheta}$$

équation dans laquelle la variable t, doit, bien entendu, être mesurée au moyen de la même unité μ.

Si l'on fixe la nature de la manœuvre de l'orifice d'écoulement (ouverture, fermeture ou mouvement alternatif quelconque) et si l'on donne le temps ϑ, tous les phénomènes susceptibles de se produire dans la conduite, en régime troublé, sont complètement déterminés, puisque les éléments nécessaires à l'application du système 9), qui résume les lois de ces phénomènes sont, dès lors, tous connus :

Ceci nous permet d'énoncer le résultat suivant :

Lorsque la manœuvre de l'orifice d'écoulement est exécutée avec une vitesse constante, les lois qui régissent le coup de bélier sont fonction de deux paramètres seulement, ρ (la caractéristique de la conduite) et ϑ (qui définit la vitesse de cette manœuvre).

J'engage le lecteur à se familiariser avec l'idée que ces deux paramètres ρ et ϑ suffisent complètement à caractériser une conduite, au point de vue des phénomènes de coup de bélier susceptibles d'y prendre naissance, et que chaque paire de paramètres représente, en réalité, une triple infinité de conduites identiques, au point de vue du coup de bélier, savoir, la triple infinité des conduites dont les cinq éléments caractéristiques

y_0, hauteur de chute,

a, vitesse de propagation des charges variables,

L, longueur de la conduite,

v_0, vitesse de l'eau dans la conduite, en régime,

τ, temps qui définit la vitesse de manœuvre de l'orifice,

satisfont aux deux relations :

[1] Voir N° du 25 juillet 1913, page 159.

$$\frac{av_0}{2g\,y_0} = \rho \qquad \frac{a\tau}{2L} = \vartheta$$

Un point de coordonnées ρ et ϑ du plan représentera, comme nous l'avons vu, la conduite considérée, ou, mieux encore, la triple infinité des conduites définies par les paramètres ρ et ϑ et le quadrant positif de ce plan contiendra, évidemment, toutes les conduites sous tous les régimes possibles.

Nous pourrons donc envisager, dans ce plan :

1. Des conduites *situées en un point* ρ, ϑ, *du synopsis cartésien;* ce point caractérisera les conduites dont les éléments constructifs et fonctionnels correspondront aux paramètres ρ et ϑ.

2. Des conduites *situées sur une ligne ou dans une région déterminée du synopsis* par quoi nous désignerons les conduites dont les éléments constructifs et fonctionnels et, par suite, les paramètres ρ et ϑ, pourront être compris entre certaines limites.

Par exemple, si l'on considère une conduite dont le débit initial peut varier entre certaines limites, cette conduite sera représentée dans le synopsis, non plus par un point, mais par un segment de droite AB (fig. 2), parallèle à l'axe des ρ, puisque la variation du débit initial entraîne celle de v_0, donc aussi celle de la caractéristique ρ, tandis que ϑ reste constant.

De même une conduite dont le débit initial serait toujours le même, mais dont on manœuvrerait l'obturateur avec des vitesses variables, serait représenté par un segment AC parallèle, à l'axe des ϑ.

Enfin si, dans une conduite, le débit initial et la vitesse de manœuvre peuvent tous les deux prendre des valeurs variables, comprises entre certaines limites, cette conduite sera représentée, dans le synopsis, par l'aire comprise entre les quatre droites définies par les deux paires des valeurs limites de ρ et δ.

Je choisirai dans la règle (fig. 2), comme axe vertical, celui des ϑ, les valeurs positives de ϑ étant comptées de haut en bas (pour une manœuvre de fermeture) et, comme axe horizontal, celui des ρ, les ρ positifs étant portés de gauche à droite; je placerai, en outre, en-dessus de l'axe des ρ, l'abaque des caractéristiques (fig. 1), ce qui fournira rapidement toutes les valeurs de y_0 et de v_0 correspondant (dans le cas d'une conduite en tôle), à une valeur donnée de ρ.

Le choix des échelles pour les valeurs de ρ et ϑ est évidemment arbitraire; il convient cependant d'adopter, en général, une échelle plus grande pour les ρ que pour les ϑ, parce que, si l'on veut envisager toutes les conduites possibles, il faut que ρ puisse atteindre la valeur de $\rho = 10$ (voir le tableau du § 3), tandis que ϑ doit atteindre au moins $\delta = 25$ à 30. Nous constaterons, en outre, que les lois du coup de bélier subissent d'importantes modifications, si l'on passe d'une zone de la conduite à la zone voisine, dans le sens des ρ, tandis qu'elles ne se modifient que fort peu, si l'on se déplace dans le sens des ϑ.

Je ferai encore remarquer que toutes les régions du quadrant positif du synopsis, dans lequel sont comprises toutes les conduites possibles, n'ont cependant pas une égale importance ; certaines d'entre elles n'en ont même, pour ainsi dire, aucune.

Ainsi, il faut exclure complètement l'hypothèse de grandes valeurs de ϑ se rencontrant en même temps que de petites valeurs de ρ, ou de petites valeurs de ϑ se produisant en même temps que de grandes valeurs de ρ ; il n'existe pas, en général, de conduites donnant lieu à des paires de paramètres semblables. Les conduites qui ont de petites valeurs de ρ sont les con luites ponr hautes chutes (voir l'abaque fig. 1), qui ne peuvent s'exécuter, cela va de soi, qu'avec de grandes longueurs de la tuyauterie, donnant lieu à de grandes valeurs de la phase μ ; les valeurs correspondantes de ϑ seront donc petites, même si les manœuvres de l'obturateur s'exécutent lentement. De même, les conduites caractérisées par de grandes valeurs de ρ sont des conduites à faible pression, qui n'exigent, d'ordinaire, que des tuyauteries courtes, donc des phases μ de très brève durée, en sorte qu'elles donnent lieu à de grandes valeurs de ϑ, même si les manœuvres de l'obturateur sont très rapides.

Emploi du synopsis cartésien.

On peut utiliser le synopsis cartésien, soit comme abaque destiné à la recherche des valeurs numériques du coup de bélier, soit comme abaque classificatif, permettant la classification de ces phénomènes. Il suffira, pour l'instant, d'exposer l'idée générale à la base de ces divers emplois ; je reprendrai cette question plus en détail, par la suite, à l'occasion des recherches qui feront l'objet des notes ultérieures.

Ainsi, p. ex., la branche d'allure hyperbolique de la fig. 2 est le lieu des conduites pour lesquelles le maximum de la charge relative du coup de bélier direct qui se produit pendant une fermeture de l'orifice atteint la valeur

$$\zeta_1 + \frac{Y_1}{y_0} = 1{,}5\,;$$

si l'on trace une famille de courbes semblables à celles-là, pour une série de valeurs de ζ_1 choisies d'avance, on obtiendra évidemment l'abaque des charges de coup direct, dues à la fermeture de l'orifice.

Mais l'on peut démontrer également, toujours au moyen du système 9), que les conduites situées dans certaines régions du plan synoptique donnent lieu, pour certaines manœuvres de l'obturateur, à des phénomènes particulièrement intéressants au point de vue technique ; on peut facilement isoler les zones dans lesquelles ces phénomènes se produisent, si bien que notre synopsis cartésien peut effectivement servir d'abaque classificatif des phénomènes du coup de bélier.

Par exemple, la branche hyperbolique s, fig. 2, partage le plan en deux zones ; celle de gauche contient toutes les conduites pour lesquelles la charge maximum, due à une fermeture, est celle du coup de bélier direct, tandis que la zone située à la droite de s, contient toutes les conduites pour lesquelles le maximum du coup de bélier de fermeture est une des charges du contre-coup.

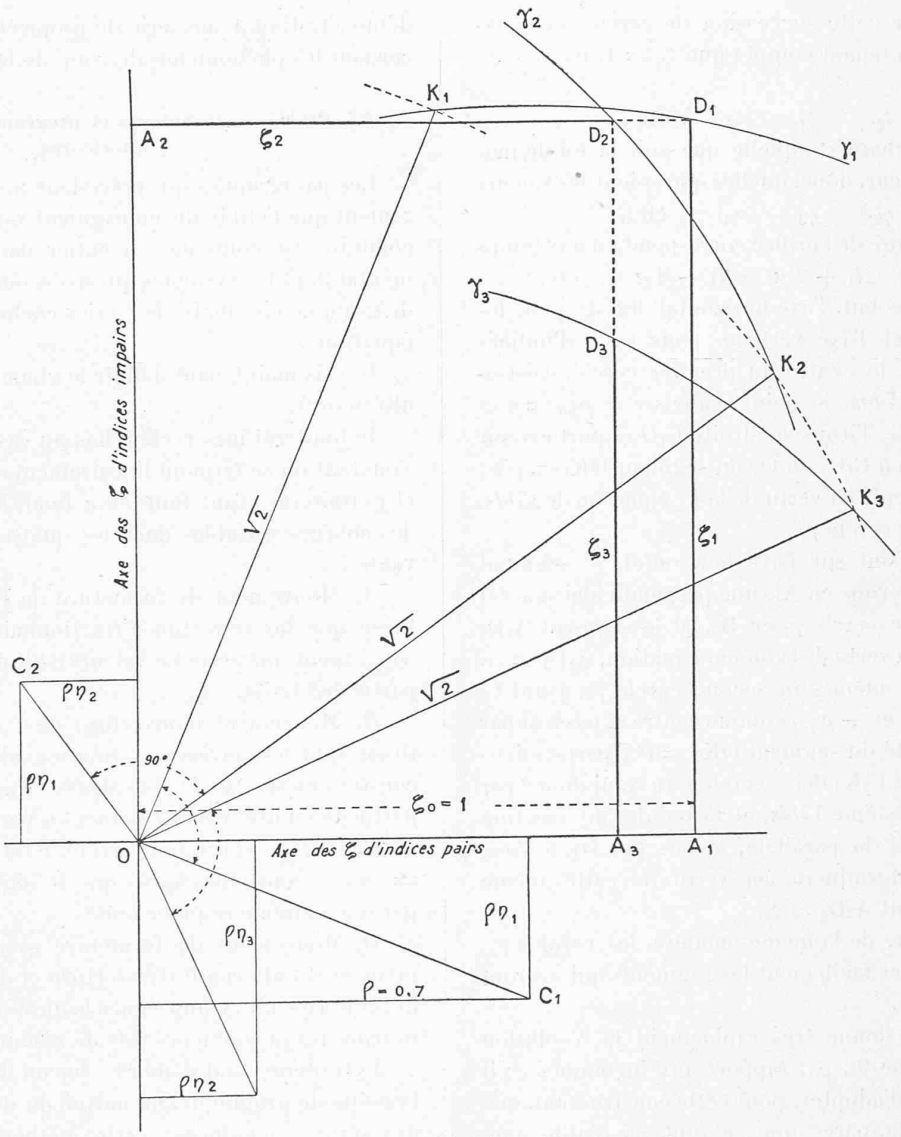


Fig. 3. — Diagramme circulaire des séries enchaînées ζ.

§ 6. Le diagramme circulaire des séries enchaînées.

Les équations 9) nous donnent enfin un moyen de déterminer graphiquement, par un diagramme circulaire, la série des valeurs enchaînées

$$\zeta_1,\ \zeta_2,\ \zeta_3,\ \zeta_4,\ \text{etc.},$$

correspondant à une conduite donnée (donc à une valeur donnée de ρ) et à une manœuvre déterminée de l'obturateur, donc à une série de valeurs connues de

$$\eta_1,\ \eta_2,\ \eta_3,\ \eta_4,\ \text{etc.}$$

Ce diagramme qui constitue un instrument de recherche nouveau et fort utile, se déduit des équations 9), si l'on observe que ces équations peuvent être interprétées comme étant celles d'une série de cercles.

Le système 9) peut, en effet, si l'on maintient la notation particulière :

$$\eta_0 = 1 \qquad \zeta_0 = 1$$

se mettre sous la forme suivante :

$$\left.\begin{aligned}
(\zeta_0 - \rho\eta_0)^2 + (\zeta_1 + \rho\eta_1)^2 &= \overline{\rho\eta_0}^2 + \overline{\rho\eta_1}^2 + 2 \\
(\zeta_1 - \rho\eta_1)^2 + (\zeta_2 + \rho\eta_2)^2 &= \overline{\rho\eta_1}^2 + \overline{\rho\eta_2}^2 + 2 \\
(\zeta_2 - \rho\eta_2)^2 + (\zeta_3 + \rho\eta_3)^2 &= \overline{\rho\eta_2}^2 + \overline{\rho\eta_3}^2 + 2 \\
\text{etc.,} \qquad & \qquad \text{etc.}
\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Or, il est évident que, si l'on considère les ζ d'indices pairs d'une part, et les ζ d'indices impairs d'autre part, comme coordonnées d'un point rapporté à deux axes rectangulaires, les équations 17) représentent une série de cercles dont les rayons et les centres respectifs sont donnés par :

	coordonnées du centre ;	rayons
1°	$(+\rho\eta_0 \cdot -\rho\eta_1)$	$\sqrt{\overline{\rho\eta^0}^2 + \overline{\rho\eta_1}^2 + 2}$
2°	$(+\rho\eta_1 \cdot -\rho\eta_2)$	$\sqrt{\overline{\rho\eta_1}^2 + \overline{\rho\eta_2}^2 + 2}$
3°	$(+\rho\eta_2 \cdot -\tau\eta_3)$	$\sqrt{\overline{\rho\eta_2}^2 + \overline{\rho\eta_3}^2 + 2}$
	etc.	etc.

(17*bis*)

On pourra tracer cette succession de cercles et construire, par suite, en tenant compte que $\zeta_0 = 1$, les valeurs successives de

$$\zeta_1, \quad \zeta_2, \quad \zeta_3, \quad \zeta_4, \quad \text{etc.},$$

d'une des séries enchaînées, quelle que soit la loi de manœuvre de l'obturateur, donc, quelles que soient les valeurs

$$\eta_1, \quad \eta_2, \quad \eta_3, \quad \eta_4, \quad \text{etc.},$$

des degrés d'ouverture de l'orifice correspondant aux temps

$$t_1, \quad t_1 + \mu, \quad t_1 + 2\mu, \quad t_1 + 3\mu, \quad \text{etc.}$$

Prenons, dans ce but, l'axe horizontal (fig. 3), pour les ζ d'indices pairs, et l'axe vertical, pour les ζ d'indices impairs, et soit C_1, le centre du premier cercle, c'est-à-dire, en vertu de 17 *bis*, le point d'abcisse $= \rho\eta_0 = \rho$ et d'ordonnée $= -\rho\eta_1$. Tirons la droite C_1O et portons sur une perpendiculaire à C_1O, en O, un segment $OK_1 = \sqrt{2}$; C_1K_1 sera évidemment, en vertu de la 1re équation de 17*bis*, le rayon du premier cercle γ_1.

Portons maintenant sur l'axe horizontal, le segment $OA_1 = \zeta_0 = 1$, et élevons en A_1, une perpendiculaire à cet axe; elle coupera le cercle γ_1 en D_1, et le segment A_1D_1 sera évidemment, en vertu de la même équation, $A_1D_1 = \zeta_1$.

Si l'on trace de même un second cercle γ_2, ayant C_2 (coordonnées $+\rho\eta_1$ et $-\rho\eta_2$) comme centre et passant par le point K_2, extrémité du segment $OK_2 = \sqrt{2}$ perpendiculaire à OC_2, le rayon C_2K_2 de ce cercle sera celui donné par l'équation n° 2 du système 17*bis*, et le point d'intersection D_2 de ce cercle avec la parallèle, menée par D_1, à l'axe horizontal, nous déterminera, en vertu de cette même équation, un segment $A_2D_2 = \zeta_2$.

On pourra tracer, de la même manière, les cercles γ_3, γ_4, etc., et déterminer facilement les segments qui fixeront les valeurs ζ_3, ζ_4, etc.

Ce procédé nous donne très rapidement la résolution graphique du système 9), par rapport aux inconnues ζ; il est recommandable d'adopter, pour cette construction, une échelle plutôt grande, parce que ce sont, en réalité, non pas les valeurs de ζ qui nous intéressent, mais celles de ζ^2, vu que :

$$\zeta_i^2 = \frac{u_i^2}{u_o^2} = \frac{Y_i}{y_0}$$

nous donne la valeur relative du coup de bélier, et que les petites erreurs dans la détermination de ζ_i peuvent donner lieu à des erreurs appréciables de ζ_i^2.

Cette recherche graphique des charges ζ_i^2 qui se produisent dans une conduite donnée, sous l'effet d'une manœuvre de l'obturateur fixée d'avance, si intéressante et rapide qu'elle puisse être, ne constitue d'ailleurs nullement l'objet principal de nos recherches ; nous visons, avant tout, à obtenir un instrument d'investigation qui nous permette d'étudier les lois générales du phénomène, afin d'en tirer les critères rationnels intéressant la technique des conduites sous pression.

Or, le diagramme du cercle des séries enchaînées, dont nous venons d'exposer le principe, présente, à ce point de vue-là précisément, un très gros intérêt, parce qu'il nous fournit, avec des moyens d'une simplicité élémentaire, la démonstration d'une série de propriétés intéressantes concernant les phénomènes de coup de bélier.

§ 7. Problèmes techniques et programme des recherches ultérieures.

Les paragraphes qui précèdent nous ont fait voir clairement que l'étude du mouvement varié de l'eau dans une conduite est contenue en entier dans le système fondamental 9) et les systèmes qui en découlent, ainsi que dans le diagramme circulaire des séries enchaînées dérivant de ces équations.

Je vais maintenant définir le champ de mes recherches ultérieures.

Je limiterai mes recherches au cas typique d'un orifice s'ouvrant ou se fermant linéairement en fonction du temps, et je traiterai avant tout, et à fond, la recherche des lois des charges variables dans les quatre cas principaux suivants :

A. Mouvement de fermeture de l'orifice, sous l'hypothèse que les ouvertures fractionnaires η_1, η_2, η_3, etc., constituent une série de valeurs décroissant linéairement à partir de l'unité.

B. Mouvement d'ouverture de l'orifice, sous l'hypothèse que les ouvertures fractionnaires η_1, η_2, η_3, etc., constituent une série de valeurs croissant linéairement à partir de l'unité (éventuellement à partir de zéro).

C. Organe obturateur arrêté, c'est-à-dire $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 =$ etc. $=$ constante, après que le régime aura été troublé par une manœuvre précédente.

D. Mouvement de fermeture saccadée rythmique et mouvement alternatif d'ouverture et de fermeture, se produisant avec un rythme égal à la durée de la phase μ., déterminant des phénomènes dits de résonnance.

Je traiterai, tout d'abord, chacun de ces problèmes par la méthode graphique, au moyen du diagramme circulaire des séries enchaînées ; cette méthode qui constitue en quelque sorte une *théorie graphique du coup de bélier* permettra, ainsi que j'en ai déjà fait l'observation, de faire ressortir quelques-uns des caractères les plus saillants de ces phénomènes.

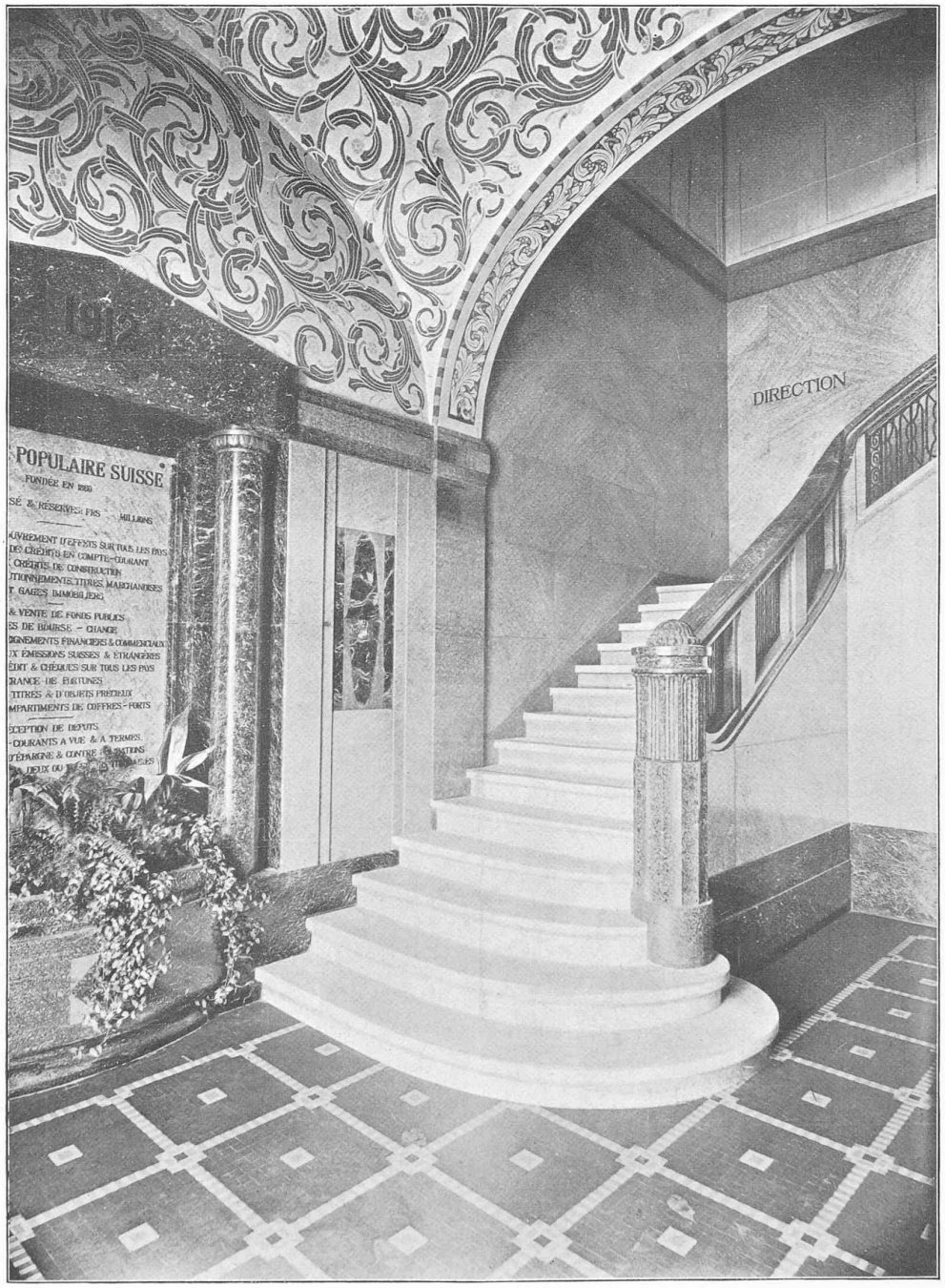
Je reprendrai ensuite chacun de ces problèmes, pour les traiter analytiquement, et préciserai, à cette occasion, au moyen du synopsis cartésien, les lois générales qui permettent de classifier la double (ou quintuple) infinité des conduites par rapport à chacune des quatre manœuvres prévues sous *A*, *B*, *C* et *D*.

Le lecteur constatera ainsi que ces problèmes qui semblent extrêmement compliqués et obscurs, sont susceptibles de solutions aussi simples qu'élégantes ; il verra, par exemple, qu'il suffit de tracer un seul des cercles du diagramme circulaire des séries enchaînées, pour obtenir les six valeurs limites de la charge variable qui intéressent le technicien et qui correspondant, deux à deux, aux trois mouvements de fermeture, d'ouverture ou d'ouverture et fermeture alternatives.

En outre, les abaques que nous déduirons de synopsis cartésiens permettront de résoudre rapidement les pro-

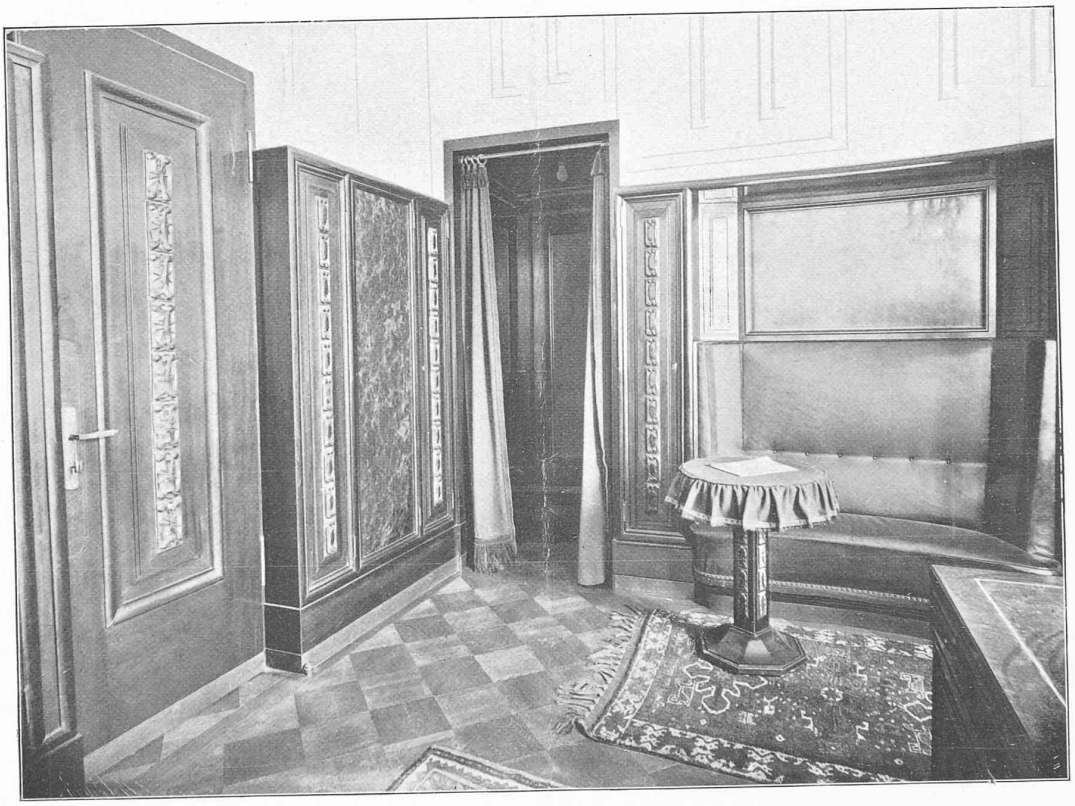
LA BANQUE POPULAIRE SUISSE, A LAUSANNE

Architecte : M. G. Epitaux, à Lausanne



LA BANQUE POPULAIRE SUISSE, A LAUSANNE

Architecte : M. G. Epitaux, à Lausanne.



LA BANQUE POPULAIRE SUISSE, A LAUSANNE

Architecte M. G. Epitaux, à Lausanne.

LA BANQUE POPULAIRE SUISSE, A LAUSANNE

Architecte : M. G. Epitaux, à Lausanne.

blèmes concernant le calcul rationnel des conduites (choix des éléments arbitraires), ainsi que la recherche rapide des manœuvres de l'obturateur produisant les effets les plus dangereux et de fixer, par conséquent, les régimes limites imposables à chaque catégorie de conduites.

Ces recherches seront suivies d'une étude sur les lois de propagation des charges instantanées le long de la conduite et sur l'effet du diamètre variable au point de vue de l'atténuation ou de l'aggravation de la charge.

Enfin, les problèmes relatifs aux variations que subit la force vive du jet sortant de l'orifice, sous l'influence des variations de section de celui-ci, feront l'objet d'une seconde catégorie de recherches; on connaît l'importance de ces problèmes au point de vue de la régularisation des turbines.

J'ai déjà effleuré ce dernier sujet, dans mon Mémoire de 1904, et indiqué alors, dans quelles conditions la force vive du jet peut augmenter pendant les premiers instants d'une fermeture. Je généraliserai ces résultats en les étendant aussi bien à la phase entière du coup direct qu'aux diverses phases successives du contre-coup et je ferai ressortir ainsi, avec l'aide du synopsis cartésien, les lois de ces phénomènes si peu connus, voire complètement ignorés jusqu'à présent. Il résultera de ces recherches que, pour des valeurs assez grandes de la caractéristique ρ, soit pour des chutes moyennes et petites, l'augmentation de la force vive du jet, pendant la fermeture, peut gêner le réglage des turbines, au point de le rendre même impossible, phénomènes auxquels l'emploi d'orifices compensateurs synochrones peut n'apporter qu'une amélioration partielle.

Je montrerai enfin que ces phénomènes peuvent être atténués ou supprimés par l'utilisation judicieuse de tubes piézométriques (cheminées d'expansion) ou, d'après les principes que j'ai déjà posés dans mon premier Mémoire, par l'emploi de réservoirs d'air.

Note additionnelle[1].

Exposé succint de la genèse des formules fondamentales utilisées dans la Note 1re, d'après le Mémoire de M. Alliévi sur la « Théorie générale du mouvement varié de l'eau dans les conduites sous pression ».

Dans le but de rendre le lecteur plus rapidement familier avec les formules fondamentales qui constituent le point de départ de toute cette *Théorie du coup de bélier* et que, dès le début de la Note 1re, Alliévi suppose connues, nous allons exposer en quelques lignes la genèse des équations caractérisant cet important phénomène hydrodynamique; nous nous baserons, pour cela, sur le premier Mémoire de Alliévi (1904).

1°. *Equations différentielles et équations fondamentales du mouvement varié de l'eau.*

Nous supposerons, tout d'abord, une conduite cylindrique et horizontale de longueur infinie, d'épaisseur et de diamètre constants et nous admettrons que la section de l'orifice d'écoulement situé à l'extrémité de cette conduite puisse être modifiée, soit par la fermeture, soit par l'ouverture d'un obturateur. Nous admettrons également que l'on puisse négliger l'influence du frottement de l'eau contre les parois de la conduite; cette hypothèse est d'ailleurs parfaitement admissible dans tous les cas où les pertes de charges dues au frottement sont négligeables par rapport à l'intensité des charges provenant des phénomènes du mouvement varié.

Soient alors :

r, D, e, les éléments géométriques de la conduite : rayon, diamètre, épaisseur;

E, le module d'élasticité des parois de la conduite;

ε, ω, le module d'élasticité et le poids spécifique du liquide en mouvement;

v_0, p_0, la vitesse et la pression de régime, avant la perturbation;

v. p, la vitesse et la pression à un instant quelconque et dans une section quelconque;

y, y_0, les pressions ou charges (en colonne d'eau) correspondant l'une au régime varié et l'autre au régime permanent initial,

soit x, l'abscisse d'une section quelconque, comptée le long de la conduite, à partir de l'orifice et vers le réservoir de mise en charge soit, par conséquent, dans le sens opposé à celui du mouvement du liquide; l'équation générale du mouvement varié sera, dans ces hypothèses :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\omega}{g}\left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)$$

ou, en tenant compte de la position horizontale de l'axe des x et du sens admis pour x :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\omega\,\partial^2 x}{g\,\partial t^2} = \frac{\omega}{g} v'_x$$

équation qui peut s'écrire encore :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\omega}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial t} - v\frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad \text{(I)}$$

puisque v_x est fonction de x et de t.

L'équation de continuité va nous fournir une relation nouvelle; il suffit d'exprimer que la différence des volumes d'eau, débités pendant le temps dt, par deux sections de la conduite distantes l'une de l'autre de dx, est égale au volume d'eau emmagasiné, pendant ce temps-là, dans la tranche de conduite d'épaisseur dx; or, la variation de volume de cette tranche se compose de

$\pi r^2 \frac{dx}{\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial t}dt$ provenant de l'élasticité des parois et de

$\frac{\pi r^2}{E}\cdot\frac{D}{e}\cdot\frac{\partial p}{\partial t}dt\,.\,dx$ dû à la compressibilité du liquide. On obtient ainsi, en négligeant les termes en $\frac{1}{E^2}$ et les différentielles d'ordre supérieur au 1er

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{E}\frac{D}{e}\right)\frac{\partial p}{\partial t} \qquad \text{(II)}$$

Ces équations I et II sont les équations différentielles fondamentales du mouvement varié; on peut les réduire à

[1] Tirée des « Atti dei Collegio degli Ingegneri ed Architetti », Milano, Anno XLVI. n° 1.

une forme plus simple si l'on néglige, dans l'équation I, le terme en $\frac{\partial v}{\partial x}$; cette simplification est parfaitement admissible parce que les phénomènes de coup de bélier qui ont une importance pratique se déroulent presque instantanément, si bien que la variation de v par rapport à l'abscisse x est certainement négligeable par rapport à celle de v dans le temps.

Enfin, si l'on pose :

$$\frac{\omega}{g}\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{E}\frac{D}{e}\right)=\frac{1}{a^2} \qquad \text{(III)}$$

dans laquelle équation a, ainsi qu'il est facile de le constater, a les dimensions d'une vitesse, les équations I et II deviennent :

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial t}&=g\,\frac{\partial y}{\partial x}\\ \frac{\partial v}{\partial x}&=\frac{g}{a^2}\,\frac{\partial y}{\partial t}\end{aligned}\right\} \text{(IV)}$$

Ces équations sont satisfaites, ainsi qu'on le vérifiera facilement, par les intégrales générales suivantes :

$$y=y_0+F\left(t-\frac{x}{a}\right)+f\left(t+\frac{x}{a}\right) \qquad \text{(V)}$$

$$v=v_0-\frac{g}{a}\left[F\left(t-\frac{x}{a}\right)-f\left(t+\frac{x}{a}\right)\right]$$

Des équations IV et V, on déduit que le phénomène du coup de bélier est caractérisé par deux systèmes de charges variables co-existantes, qui se propagent le long de la conduite, en sens contraire l'une de l'autre, et avec la vitesse constante a. (En effet, selon que l'on posera $x=+at+$ const., ou $x=-at+$ const., nous rendrons constante la fonction F ou la fonction f et, par là même, constantes aussi les valeurs de y et de v dépendant de chacun de ces deux systèmes de charges.)

Nous désignerons par *coup de bélier direct* celui qui dépend du premier de ces systèmes de charges et qui, dû à une variation de la section d'écoulement, se propage depuis l'orifice vers la mise en charge, dans le sens des x positifs; nous désignerons par *contre-coup* le coup de bélier qui, dû à l'effet de la réaction du réservoir alimentant la conduite, se propage du réservoir vers l'orifice d'écoulement, dans le sens des x négatifs.

2° *Coup de bélier direct.*

Si la conduite est infinie, c'est-à-dire si le réservoir d'alimentation est à l'infini, il n'y aura jamais, en aucun point de la conduite, d'onde réfléchie, nous nous trouverons évidemment, pour tous les temps, dans les conditions du coup de bélier direct.

Si, par contre, la conduite a une longueur finie L, le coup de bélier direct, dans une section quelconque d'abscisse x, n'aura qu'une durée limitée au temps $\frac{2L-x}{a}$.

Dans le cas du coup de bélier direct, les équations V se réduisent à

$$\left.\begin{aligned}y&=y_0+F\left(t-\frac{x}{a}\right)\\ v&=v_0-\frac{g}{a}F\left(t-\frac{x}{a}\right)\end{aligned}\right\} \text{(VI)}$$

3° *Contre-coup de bélier.*

Dans une conduite de longueur finie L, toujours supposée horizontale, et alimentée par un réservoir à pression constante y_0, les équations du mouvement varié, pour une section quelconque d'abscisse x, et à partir du temps $t=\frac{2L-x}{a}$, sont évidemment :

$$y=y_0+F+f$$

$$v=v_0-\frac{g}{a}(F-f)$$

parce que, à partir de cet instant, coexisteront en x, aussi bien l'onde directe que l'onde réfléchie. Les fonctions $F\left(t-\frac{x}{a}\right)$ et $f\left(t+\frac{x}{a}\right)$ des équations sont (V) inconnues. Cependant on peut en éliminer une des deux en faisant intervenir le fait qu'à l'abscisse $x=L$ (au réservoir), la pression y doit être constante et égale à y_0, quelle que soit la valeur de t. On aura alors évidemment :

$$-f\left(t+\frac{L}{a}\right)=F\left(t-\frac{L}{a}\right), \qquad \text{(VII)}$$

or, si nous posons en particulier $t=t_1+\frac{x}{a}-\frac{L}{a}$, où t_1 désignera un instant quelconque de la phase de contre-coup dans la section d'abscisse x, pourvu cependant que $t_1 \geqq \frac{2L-x}{a}$, l'équation VII devient :

$$f\left(t_1+\frac{x}{a}\right)=-F\left(t_1+\frac{x}{a}-\frac{2L}{a}\right) \qquad \text{(VIII)}$$

qui est l'équation caractéristique de la phase de contre-coup.

(A suivre).

Banque populaire suisse à Lausanne.

(Planches 10, 11, 12 et 13.)

Comme suite aux diverses études faites sur les nouveaux bâtiments édifiés à Lausanne pour les besoins des établissements financiers, nous donnons dans notre numéro de ce jour les plans des façades et vues de l'intérieur de l'immeuble de la Banque Populaire Suisse.

Cette banque, construite à l'angle de la rue du Grand-Pont et de la rue Pichard, fait partie de l'ensemble d'immeubles édifiés par suite de la création de la rue Pichard.

Quoique modernisée dans certains détails, l'architecture s'inspire des édifices bernois du XVIIIme siècle et l'emploi de la molasse pour la plus grande partie des façades concourt à cette inspiration.

L'ordonnance du rez-de-chaussée est construite en pierre d'Hauterive, blanc gris.

Les dimensions exiguës du terrain n'ont pas permis le développement d'un plan largement conçu, mais, malgré