Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 43 (1917)
Heft: 24

Artikel: Problème d'équilibre tiré de la construction des machines à broder
Autor: Bolle, L.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-33198

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

43me année — 1er Décembre 1917 — N° 24

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Réd. : Dr H. Demierre, ing.
2, Valentin, Lausanne

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : *Problème d'équilibre tiré de la construction des machines à broder*, par L. Bolle, Dr ès sc., Uzwil. — *Emposieux de la Chaux-de-Fonds*, par J. Curti, ingénieur (suite et fin). — Le Sanatorium « Beau-Site », à Leysin. — Dispositif de sûreté des turbines à vapeur Oerlikon, par Ch. Colombi. — Méthodes modernes d'entretien et de revêtement des chaussées empierrées, par J.-P. Blaser. — *Bibliographie*.

Problème d'équilibre
tiré de la construction des machines à broder

par L. Bolle, Dr ès sc. tech., Uzwil.

Dans la plupart des machines à broder (machines de Heilmann, machines Jacquard, machines à navettes, etc.), la toile est tendue sur un cadre vertical mobile que l'on conduit, automatiquement ou à l'aide d'un pantographe, devant la rangée des aiguilles fixes. Afin de supporter constamment ce cadre tout en lui assurant un libre déplacement dans les deux directions horizontale et verticale de son plan, on se sert ordinairement de deux galets *g* montés chacun à l'extrémité d'un levier *l* (Fig. 1). Lors d'un déplacement horizontal, le cadre roule simplement sur les galets, tandis que pour un déplacement vertical, ce sont les leviers qui entrent en mouvement. Les conditions de travail exigeant d'autre part que tout mouvement du cadre soit une translation, on établit entre les deux leviers une liaison *L* qui oblige ceux-ci à ne se déplacer que simultanément et toujours de quantités égales, maintenant ainsi constamment horizontale la droite qui joint les galets. Grâce à cette liaison, on n'enregistre que la résultante des charges des deux galets (résultante toujours égale au poids total du cadre), et pour étudier l'équilibre de tout le système on pourra ne considérer qu'un seul levier portant à son extrémité une charge constante, égale au poids total du cadre. Il est dès lors évident qu'on peut obtenir un équilibre indifférent de tout le système en ajoutant simplement un contrepoids *P* à l'un quelconque des leviers, mais on peut aussi, comme le proposent les brevets ✠ classe 22, N° 47102, N° 54121, etc., obtenir le même résultat en remplaçant

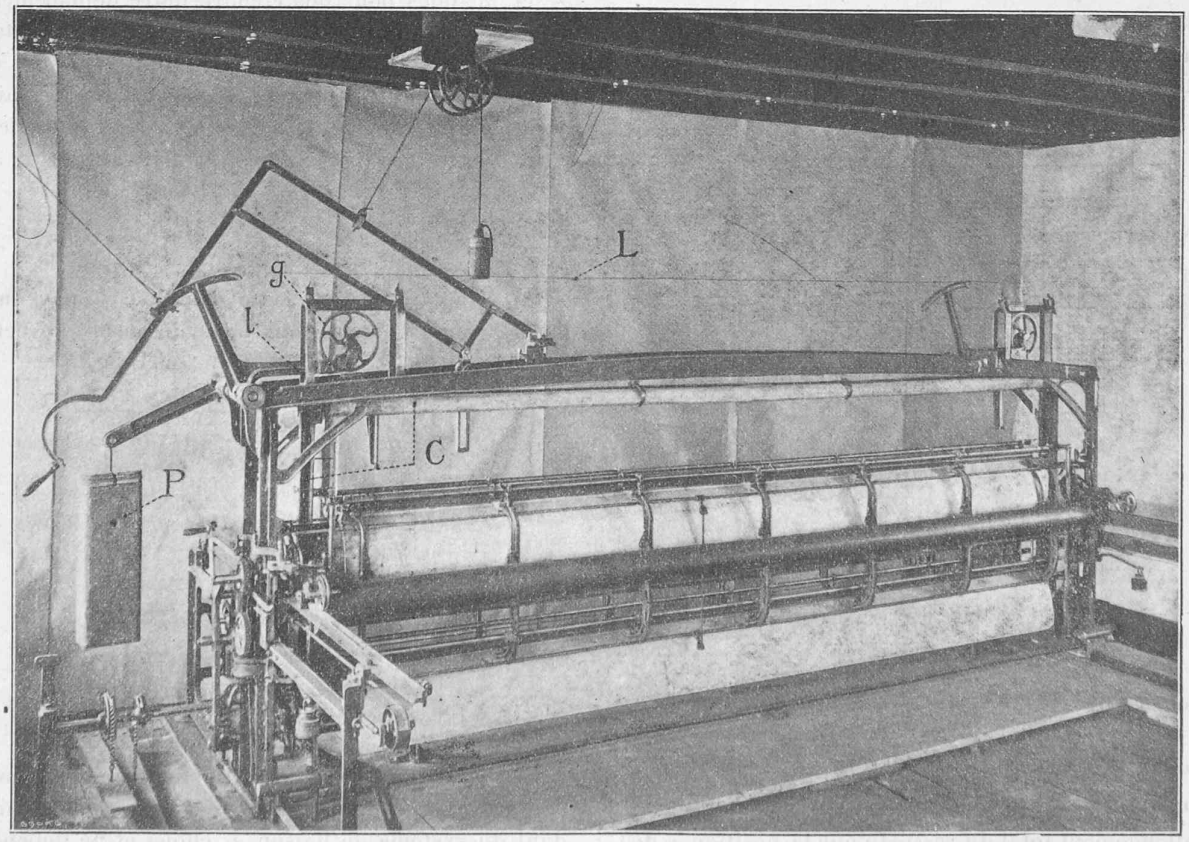

Fig. 1. — Métier à broder à main. — Construction *Benninger & Cie, A.-G.*, Uzwil.

le contrepoids par l'action d'un ressort. Pour comprendre les avantages pratiques de cette dernière solution, il suffit de remarquer que l'emploi d'un contrepoids augmente inutilement la masse du système à accélérer lors de chaque déplacement vertical du cadre. D'autre part, le contrepoids n'entrant pas en mouvement lors d'un déplacement horizontal, la « masse réduite » du système n'est plus la même pour les deux directions verticale et horizontale, et il en résulte que, pour tout déplacement oblique, le cadre ne suit pas exactement la direction de la force qui lui est appliquée. L'ouvrier qui conduit le pantographe doit donc non seulement fournir un plus gros effort pour déplacer dans le même temps une masse plus grande, mais il doit encore habituer sa main aux inégalités de réaction du système. Etant donné que le poids des masses à accélérer (cadre + contrepoids), peut atteindre 850 kgs et que l'on dispose d'environ une demi-seconde pour chaque déplacement, on comprendra l'avantage qu'il y a à remplacer le contrepoids par un ressort, solution qui, en diminuant l'effort du travail, permet d'augmenter la production.

Nous nous proposons d'étudier ici au point de vue théorique cette dernière solution; mais afin d'obtenir des résultats aussi généraux que possible, nous traiterons directement le problème suivant.

Problème général.

Etablir au moyen d'un ressort l'équilibre indifférent d'un arbre O mobile autour de son axe et sollicité par un moment quelconque $M(\alpha)$ fonction de la coordonnée de position α de cet arbre (Fig. 2).

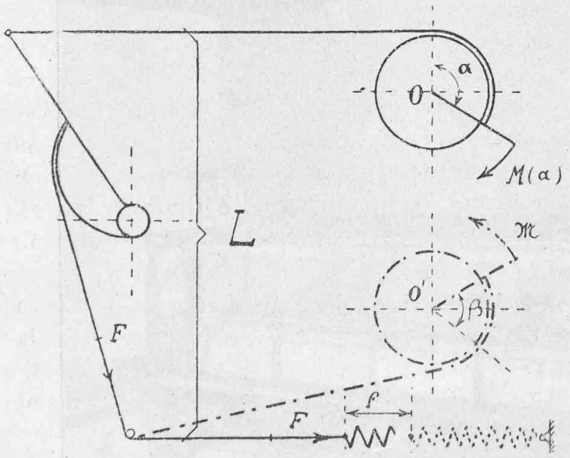

Fig. 2.

Supposons que l'action du ressort soit transmise à l'arbre O par l'intermédiaire d'un système convenable de liaison L et soient :

1) Pour un ressort ordinaire (« ressort de traction ») :

f, l'allongement total du ressort pour la position α de l'arbre;

$F = k.f$, la force qui en résulte et qui agit suivant la direction de f (k désignant la constante du ressort);

$\mathfrak{A} = \frac{F.f}{2} = \frac{F^2}{2k} = \frac{kf^2}{2}$, l'énergie potentielle correspondante.

2) Pour un ressort qui s'oppose à la rotation d'un axe O' (« ressort de torsion ») :

β, l'angle dont ce ressort est armé lorsque l'arbre O occupe la position α;

$\mathfrak{M} = k'.\beta$, le moment qui en résulte autour de O' (k' désignant la constante du ressort);

$\mathfrak{A} = \frac{\mathfrak{M}.\beta}{2} = \frac{\mathfrak{M}^2}{2k'} = \frac{k.\beta^2}{2}$, l'énergie potentielle correspondante.

Pour des valeurs particulières α_0 et α_1 les grandeurs ci-dessus seront désignées par les mêmes lettres affectées des indices 0 ou 1.

La condition nécessaire et suffisante d'équilibre de l'arbre O et du système L dans la position α est, en négligeant tout frottement, que la somme des travaux virtuels des forces extérieures soit nulle pour tout déplacement $d\alpha$ compatible avec les liaisons. Les deux seules forces extérieures étant le moment $M(\alpha)$ et la force F (respectivement le moment $\mathfrak{M}$) du ressort, notre condition exige que dans le déplacement virtuel $d\alpha$ le travail fourni par $M(\alpha)$ soit complètement absorbé par le ressort. Si maintenant nous demandons que l'équilibre ait lieu dans tout l'intervalle compris entre les deux limites α_0 et α_1 nous pourrons étendre notre déplacement virtuel à une portion quelconque $\alpha_0 \ldots \alpha$ de cet intervalle et exprimer que le travail fourni par $M(\alpha)$ est encore absorbé intégralement par le ressort; ce travail sera donc égal à l'augmentation de l'énergie potentielle du ressort entre ces deux limites et nous aurons

$$\text{I.} \qquad \mathfrak{A} - \mathfrak{A}_0 = \int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha\,.$$

En remplaçant dans cette équation $\mathfrak{A}$ par l'une ou l'autre de ses expressions nous déduisons directement les valeurs de F, f; $\mathfrak{M}$, β en fonction de α

$$\text{II.} \qquad F = \pm\sqrt{2k}\,\sqrt{\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha + \mathfrak{A}_0}\,.$$

$$\text{II}'. \qquad \mathfrak{M} = \pm\sqrt{2k'}\,\sqrt{\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha + \mathfrak{A}_0}\,.$$

$$\text{III.} \qquad f = \pm\sqrt{\frac{2}{k}\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha + f_0^2}\,.$$

$$\text{III}'. \qquad \beta = \pm\sqrt{\frac{2}{k'}\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha + \beta_0^2}$$

Ces équations absolument générales montrent tout d'abord (II et II'), que l'effort du ressort est indépendant du système de liaison L choisi et ne dépend pour un même ressort que de l'effort initial et de l'intégrale

$\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)d\alpha$ (*); elles donnent en outre (III et III'), la seule condition cinématique à laquelle doivent satisfaire tous les systèmes de liaison qui peuvent répondre à la question. En effet, considérons d'une part un plan A perpendiculaire à O et participant au mouvement de cet

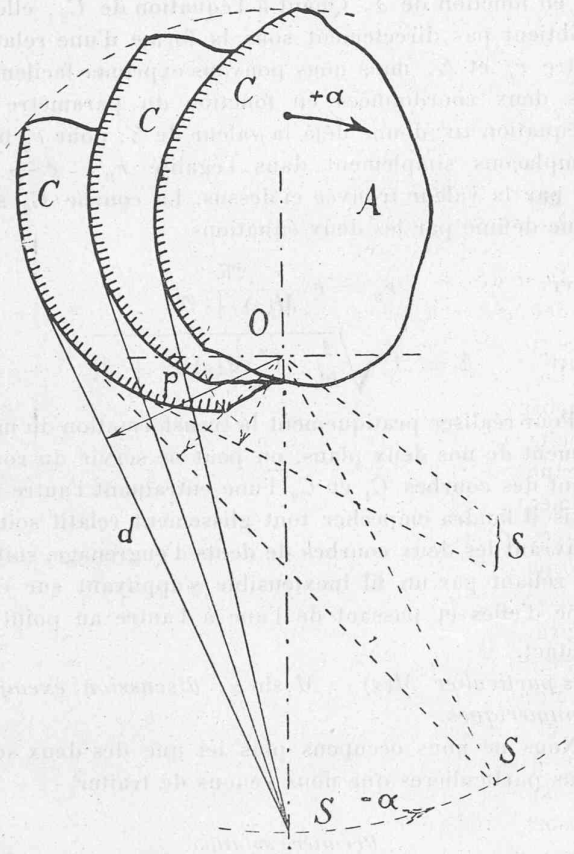

Fig. 3.

arbre; d'autre part, le support d de la force F ou un second plan B confondu avec A mais participant au mouvement de O', d et B étant relié S à A par le système de liaison. L'équation III définit une relation entre le mouvement de A et celui de d, l'équation III' une relation entre les mouvements des deux plans A et B. Mais tandis qu'une relation suffit à déterminer le mouvement relatif de deux plans (A et B) assujettis à tourner autour de deux points fixes (O et O'), la condition III à elle seule ne définit qu'une composante du mouvement de la droite d, à savoir son glissement sur elle-même, et nous pourrons choisir arbitrairement sa rotation. Il y aura donc une infinité de mouvements relatifs de d et A satisfaisant à la condition III et les systèmes de liaison qui réaliseront ces transformations de mouvement ne seront pas nécessairement tous équivalents bien que répondant tous aux conditions du problème. Parmi tous ces mouvements relatifs, nous pouvons cependant en distinguer un particulièrement simple à réaliser, et qui consiste en un roulement de d sur une courbe C du plan A (Fig. 3), d étant d'autre part assujettie à passer constamment par un point fixe S de l'espace.

La condition qui détermine la courbe C s'obtient alors sans difficulté. Le mouvement relatif étant un roulement de d sur C, tout glissement df de cette droite sur elle-même dans son mouvement absolu proviendra uniquement du mouvement d'entraînement qui est une rotation $d\alpha$ autour de O. Si p désigne la distance de O à d, le glissement absolu df sera donc égal au produit $p.d\alpha$ ou, ce qui revient au même, p égal à la dérivée de f par rapport à α; de III nous obtenons

$$\text{IV.} \qquad p = \frac{\pm M(\alpha)}{\sqrt{2k}.\sqrt{\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)d\alpha + \mathfrak{A}_0}}\ ^{*}.$$

La position relative des points O et S étant donnée, l'expression ci-dessus suffit à déterminer le mouvement de d et par suite aussi la courbe C qui n'est autre chose que l'enveloppe des positions successives de d dans le plan A. Pour construire cette courbe C on laissera évidemment A fixe, donnant à S le mouvement de rotation inverse autour de O, et on mènera par chaque position α de S la droite dont la distance à O est égale à p; l'ensemble de toutes ces droites déterminera la courbe cherchée C. On réalisera cette solution en attachant simplement l'extrémité d'un fil inextensible passant par S à un point de C et en laissant ce fil tendu par le ressort s'appuyer constamment sur C *. Nous reviendrons plus loin à cette solution du problème pour la discuter, mais nous répétons que ce n'est là qu'un des mouvements relatifs de d et A qui répondent aux conditions du problème; on pourrait sans difficulté en imaginer d'autres réalisables aussi, bien qu'un peu moins directement.

Nous passons maintenant à la solution qui fait usage d'un « ressort de torsion ». Le mouvement des plans A et B étant, comme nous l'avons vu, complètement déterminé par la seule relation III', tous les systèmes de liaison satisfaisant aux conditions du problème seront ici équivalents puisqu'ils réaliseront tous la même transformation de mouvement. Proposons-nous de déterminer

(*) Il est donc tout à fait illusoire de chercher, comme cela a été proposé, un système de liaison qui permette d'éviter les variations de l'effort du ressort lors d'un déplacement vertical du cadre des machines à broder. L'intégrale $\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)d\alpha$ qui représente dans ce cas le travail fourni par le poids du cadre dans son mouvement entre deux positions h_0 et h, est essentiellement variable avec h, et il en sera de même de l'effort du ressort.

(*) On aurait pu aussi déduire cette expression simplement de la condition d'équilibre de l'arbre O : $F.p = M(\alpha)$, dans laquelle on remplacerait F par sa valeur II).

(*) On peut aussi réaliser cette même solution en faisant usage de la développée de C et d'un galet pouvant rouler librement sur cette nouvelle courbe. Le fil attaché au galet et tendu par le ressort sera pour toutes les positions d'équilibre du galet perpendiculaire à la développée de C, c'est-à-dire tangent à cette courbe.

la base C_1 et la roulette C_2 du mouvement relatif de nos deux plans (Fig. 4).

Ces courbes sont, comme on sait, le lieu des positions successivement occupées dans chaque plan par le centre

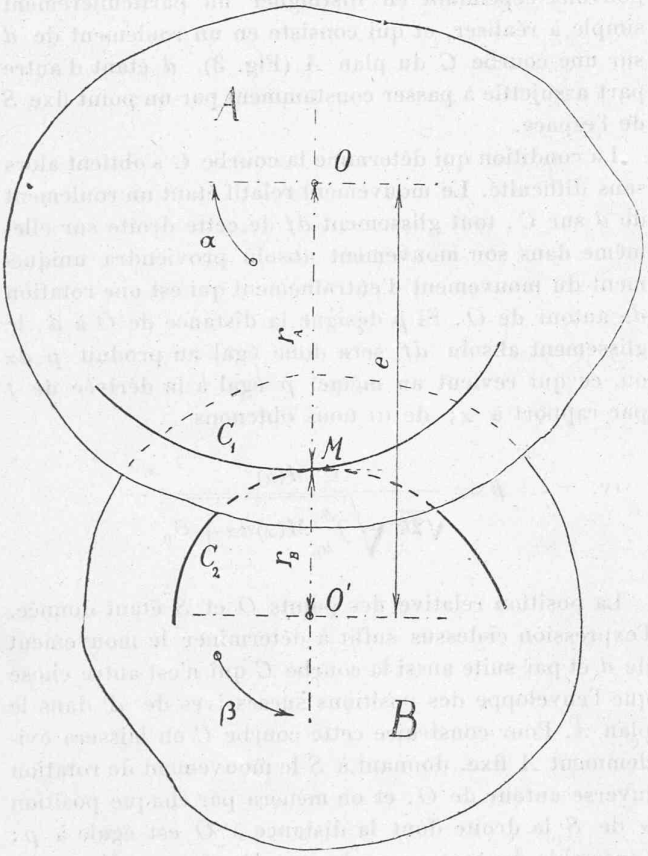

Fig. 4.

instantané de rotation. Si nous considérons les mouvements absolus des deux plans nous trouverons le centre instantané du mouvement relatif en cherchant le point M qui a (en grandeur, direction et sens), la même vitesse dans les mouvements élémentaires de nos deux plans. Soient pour deux positions correspondantes α et β des deux plans, $d\alpha$ et $d\beta$ les rotations instantanées autour de O et O', le point cherché se trouvera nécessairement sur OO' et ses distances r_A et r_B aux centres O et O' seront dans le rapport inverse des rotations correspondantes $d\alpha$ et $d\beta$. Nous aurons donc en tenant compte de III' :

$$\text{IV}' \qquad \frac{r_A}{r_B} = \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{\pm M(\alpha)}{\sqrt{2k'}\sqrt{\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha + \mathfrak{A}_0}} \left(= \frac{M(\alpha)}{\mathfrak{M}}\right)$$

Les positions successives des rayons vecteurs r_A et r_B dans A et B étant évidemment définies par les mêmes angles α et β (mais comptés en sens inverse) qui fixent les positions des deux plans, il suffit d'exprimer r_A et r_B en fonction de α et β pour avoir les équations de C_1 et C_2 en coordonnées polaires. Pour la courbe C_1, nous pouvons remplacer dans IV', r_B par sa valeur $e - r_A$ (e désignant la distance OO'), et résoudre par rapport à r_A ; l'équation de C_1 sera donc

$$\text{V}' \qquad r_A = e\,\frac{M(\alpha)}{M(\alpha) + \mathfrak{M}}$$

dans laquelle $\mathfrak{M}$ doit être remplacé par son expression II' en fonction de α. Quant à l'équation de C_2, elle ne s'obtient pas directement sous la forme d'une relation entre r_B et β, mais nous pouvons exprimer facilement ces deux coordonnées en fonction du paramètre α. L'équation III' donne déjà la valeur de β ; pour r_B nous remplaçons simplement dans l'égalité $r_B = e - r_A$, r_A par la valeur trouvée ci-dessus. La courbe C_2 sera donc définie par les deux équations

$$\text{VI}' \qquad r_B = e\,\frac{\mathfrak{M}}{M(\alpha) + \mathfrak{M}}$$

$$\text{III}' \qquad \beta = \pm\sqrt{\frac{2}{k'}\cdot\int_{\alpha_0}^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha + \beta_0^2}$$

Pour réaliser pratiquement la transformation du mouvement de nos deux plans, on peut se servir du roulement des courbes C_1 et C_2 l'une entraînant l'autre (*) ; mais il faudra empêcher tout glissement relatif soit en couvrant les deux courbes de dents d'engrenage, soit en les reliant par un fil inextensible s'appuyant sur chacune d'elles et passant de l'une à l'autre au point de contact.

Cas particulier $M(\alpha) = M.\sin\alpha$; *discussion, exemples numériques.*

Nous ne nous occupons plus ici que des deux solutions particulières que nous venons de traiter.

Première solution.

Soit en premier lieu la solution dans laquelle l'effort du ressort est transmis à l'arbre O par l'intermédiaire d'un fil inextensible passant par un point fixe S et s'enroulant sur une courbe C qui participe au mouvement de A. Nous faisons dans II, III et IV, $M(\alpha) = M.\sin\alpha$ et choisissons la position initiale $\alpha_0 = 0$; ces formules deviennent, en désignant par b le rapport constant $\frac{\alpha_0}{M}$.

$$2) \qquad F = \sqrt{2kM}\sqrt{1 - \cos\alpha + b}$$

$$3) \qquad f = \sqrt{\frac{2M}{k}}\sqrt{1 - \cos\alpha + b}$$

$$4) \qquad p = \frac{\sqrt{\frac{M}{2k}}\,\sin\alpha}{\sqrt{1 - \cos\alpha + b}} \quad (*)$$

(*) On pourrait aussi entraîner le plan B en laissant glisser un de ses points sur une courbe de A ou inversement (Brevet ✠ 71318 classe 22h) ; l'équation de la courbe à choisir se déduirait encore aisément du mouvement relatif de nos deux plans.

(*) Nous supprimons le double signe dans ces formules parce que le dispositif choisi ne nous permet pas de transmettre par l'intermédiaire du fil une poussée du ressort ($F = -$); il y a d'ailleurs symétrie complète entre les solutions qui correspondent aux deux signes.

Selon la valeur de la constante b qui intervient sous le radical, il y a lieu de distinguer déjà les cas particuliers suivants :

1. $b > 0$; le radical sera toujours réel, jamais nul, la solution du problème reste réelle pour toutes les valeurs de α et en particulier entre les limites 0 et π, seul intervalle qui nous intéresse ;

2. $b = 0$; les expressions 2, 3 et 4 dans lesquelles il est alors avantageux d'introduire la variable $\frac{\alpha}{2}$, se réduisant à :

$$F = 2\sqrt{kM}.\sin\frac{\alpha}{2} \qquad f = 2\sqrt{\frac{M}{k}}\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$p = \sqrt{\frac{M}{k}}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Ici encore nous trouvons une solution valable dans tout l'intervalle $0 \ldots \pi$.

3. $-2 < b < 0$; le radical reste imaginaire tant que $\cos\alpha < b + 1$, devient nul pour $\cos\alpha \equiv \cos\lambda = b + 1$, puis reste réel dans toute la dernière partie de l'intervalle considéré. La solution ne pourra donc être réelle qu'à partir de la limite $\alpha = \lambda$.

4. $b < -2$; le radical étant imaginaire pour toutes les valeurs de α nous n'aurons aucune solution réelle du problème.

Examinons maintenant à l'aide d'exemples numériques les différentes courbes auxquelles nous conduisent les trois premiers cas particuliers. Ces courbes dépendent évidemment encore de la distance R de S à l'arbre O ; nous supposons pour commencer $R = \infty$, c. à d., le point S rejeté à l'infini dans la direction OS. La construction de la courbe C est encore la même : laissant le plan A fixe, nous donnons à S la rotation inverse et menons cette fois parallèlement à chaque position α de OS une droite d dont la distance à O soit donnée par 4 ; l'enveloppe de toutes ces droites sera la courbe cherchée C (Fig. 5) (*). Un petit nombre de tangentes suffira en général à déterminer la courbe assez exactement, mais on peut encore, si l'on juge cela nécessaire, faire usage des dérivées première p' et seconde p'' de p par rapport à α pour déterminer le point de contact N de chaque tangente et le rayon de courbure ρ en ce point. On verrait facilement en effet que la distance $\overline{PN}$ (comptée positivement dans le sens des α croissants), est égale à p' et que ρ est représenté par la somme $p + p''$. *(A suivre.)*

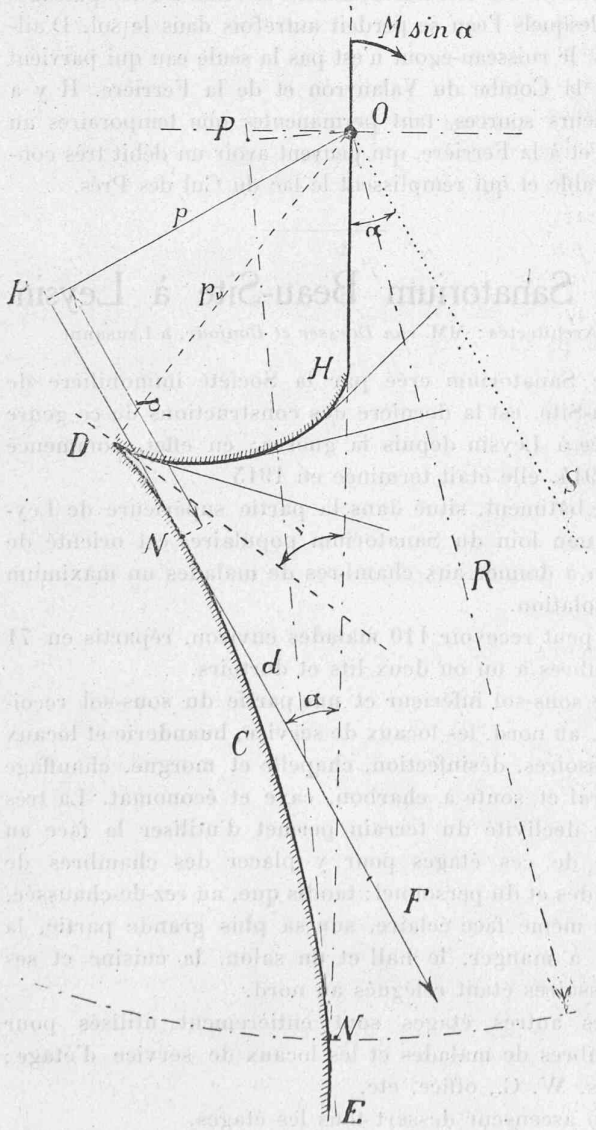

Fig. 5.

(*) C est ainsi représenté dans un système de coordonnées tangentielles bien connu, à savoir celui qui définit à l'aide des coordonnées p (distance à un point fixe O) et α (angle formé avec une droite fixe), la position d'une tangente quelconque de la courbe. On peut rappeler à ce propos que ce système de coordonnées se prête très bien à l'intégration graphique des équations différentielles linéaires (voir Meissner, *Schw. Bauzeitung* du 11 octobre 1913).

Emposieux de la Chaux-de-Fonds.

Notice sur les travaux de désobstruction des Emposieux de la Ronde, et des installations de dépotoirs pour la décantation des eaux d'égout,

par J. Curti, ingénieur.

(Suite et fin).[1]

Observations.

Pour la Ville de La Chaux-de-Fonds, l'évacuation des eaux nuisibles comprenant les eaux ménagères, les eaux vannes et les eaux industrielles se fait par les égouts qui ont l'avantage de soustraire les eaux à la chaleur, à la lumière, sans toutefois leur enlever le contact de l'oxygène.

Toutes les matières putrescibles, détritus de la ville sont ainsi entraînées rapidement au loin. Les voies publiques sont très larges, l'air y circule sans peine et la lumière solaire pénètre partout. Les préceptes de l'hygiène sont donc bien observés. Par contre, le réseau de canalisation-égout présente certains inconvénients. Le maintien de la

[1] Voir *Bulletin technique* du 3 novembre 1917, p. 217.