Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 63 (1937)
Heft: 17

Artikel: En suivant de la construction du barrage de Kembs
Autor: Peitrequin, Pierre
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-48461

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

63e année 14 août 1937 N° 17

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

ABONNEMENTS :
Suisse : 1 an, 12 francs
Etranger : 14 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 10 francs
Etranger : 12 francs
Prix du numéro :
75 centimes.
Pour les abonnements s'adresser à la librairie F. Rouge & Cie, à Lausanne.

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. — Organe de publication de la Commission centrale pour la navigation du Rhin.

COMITÉ DE RÉDACTION. — Président : R. Neeser, ingénieur, à Genève. — Membres : *Fribourg :* MM. L. Hertling, architecte ; A. Rossier, ingénieur ; *Vaud :* MM. C. Butticaz, ingénieur ; E. Elskes, ingénieur ; Epitaux, architecte ; E. Jost, architecte ; A. Paris, ingénieur ; Ch. Thévenaz, architecte ; *Genève :* MM. L. Archinard, ingénieur ; J. Calame, ingénieur ; E. Odier, architecte ; Ch. Weibel, architecte ; *Neuchâtel :* MM. J. Béguin, architecte ; R. Guye, ingénieur ; A. Méan, ingénieur cantonal ; *Valais :* MM. J. Couchepin, ingénieur, à Martigny ; Haenny, ingénieur, à Sion.

Rédaction : H. Demierre, ingénieur, 11, Avenue des Mousquetaires, La Tour-de-Peilz.

ANNONCES
Le millimètre sur 1 colonne, largeur 47 mm :
20 centimes.
Rabais pour annonces répétées.
Tarif spécial pour fractions de pages.
Régie des annonces :
Annonces Suisses S. A.
8, Rue Centrale (Pl. Pépinet)
Lausanne

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. Dommer, ingénieur, président ; G. Epitaux, architecte ; M. Imer ; A. Stucky, ingénieur.

SOMMAIRE : *En suivant la construction du barrage de Kembs*, par Pierre Peitrequin, ingénieur, à Lausanne. — *Calcul de la contraction causée par une vanne plane dans le cas d'un écoulement dénoyé*, par Carlos Fawer, ingénieur (suite). — *Les mesures de rationalisation et d'économie prises par les chemins de fer fédéraux suisses, depuis 1920, et leurs effets financiers.* — Nécrologie : *William Grenier.* — Sociétés : *Assemblées générales annuelles de l'Association suisse des Electriciens et de l'Union des Centrales suisses d'électricité.* — *Centenaire de la Société suisse des ingénieurs et des architectes.* — *Société suisse des ingénieurs et des architectes : Procès-verbal.* — Bibliographie. — Nouveautés - Informations.

En suivant la construction du barrage de Kembs,

par PIERRE PEITREQUIN, ingénieur à Lausanne.

(Suite.) [1]

M. P. Peitrequin poursuit, avec sagacité, la description et le commentaire des circonstances et des incidents marquants qu'il a vécus, à Kembs.

Batardeau de la rive droite et fondation de la première pile à partir de cette rive (pile IV).

Les ouvrages de la rive droite du Rhin, par lesquels on a commencé la construction du barrage, au début de 1929 (simultanément avec la culée de rive gauche) ont été fondés à ciel ouvert, en fouille blindée, à l'abri d'un batardeau.

Par ouvrages de la rive droite, nous entendons la culée, la première pile, le seuil intermédiaire, le mur amont et celui d'aval, sur 75 m de longueur. Le mur aval a été prolongé plus tard, en 1933, au moyen de deux caissons en béton armé, de 20 m chacun.

L'exécution à l'air libre des fondations de ces ouvrages a été facilitée par le fait qu'ils se trouvaient placés près de la rive convexe, dans une partie du fleuve où des dépôts de gravier s'étaient formés et où la profondeur de l'eau était, par conséquent, réduite. D'autre part, la première ouverture de la rive droite empiète sur l'ancienne berge du Rhin pour tenir compte de la place occupée dans le lit du fleuve par les différentes piles.

[1] Voir *Bulletin technique* du 24 avril 1937, page 105 et du 8 mai 1937, page 117.

Batardeau. — Le batardeau protégeant les fouilles des ouvrages de la rive droite a été constitué par une paroi de 160 m de longueur totale en palplanches Larssen.

Cette paroi présentait en plan trois tronçons rectilignes dont l'un était parallèle au courant du Rhin (exactement parallèle à l'axe longitudinal des piles du barrage), les deux autres étant obliques et venant se terminer dans le talus de la berge, respectivement, 60 m à l'amont et 80 m à l'aval de la culée droite.

La fouille générale protégée par ce batardeau avait ainsi en plan la forme d'un trapèze appliqué par sa

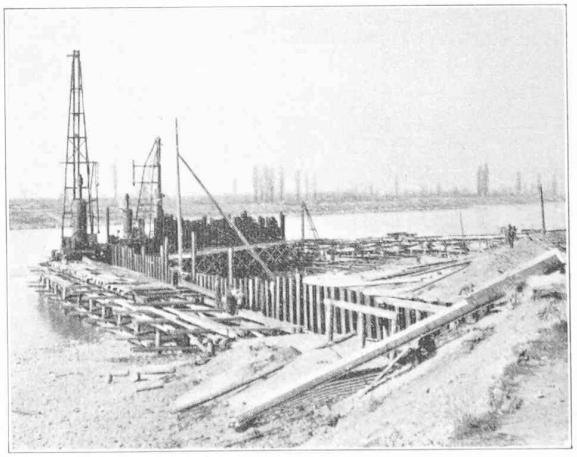

Fig. 7. — Exécution du batardeau de rive droite. (Vue prise d'amont).
Photo *Dyckerhoff & Widmann* (Berlin).

grande base contre la berge, la paroi de palplanches en constituant la petite base et les deux côtés obliques ; la surface de ce trapèze étant de 6000 m² environ.

Pour l'exécution de cette paroi, 400 palplanches *Larssen* de 5 à 12 m de longueur ont été nécessaires. Elles ont été battues au moyen de sonnettes à vapeur circulant sur une estacade en bois, extérieure au batardeau et dont les pieux avaient été préalablement mis en place avec une sonnette à tiraudes. (Fig. 7.)

Le poids total de ces palplanches était de 220 tonnes, la surface de la paroi, de 1420 m², dont près de la moitié (615 m²) représentait la surface dans le terrain. La profondeur de fiche variait de 3,50 m à 5 m (moyenne : 4,25 m). Des fers **U** longitudinaux reliaient les palplanches entre elles et donnaient ainsi une certaine rigidité à la paroi.

La stabilité était assurée par des contreforts en béton écartés de 5 à 6 m d'axe en axe et par des étais en bois, placés obliquement, leurs têtes étant appliquées sous les fers **U** signalés plus haut et leurs pieds s'appuyant contre des pieux courts et robustes, en bois également, battus dans le sol à 3,50 m de la paroi.

Extérieurement, la base des palplanches avait été protégée contre les affouillements par des blocs de pierres et des gabions.

Enfin une murette en béton arasée à une cote légèrement supérieure à celle des crues ordinaires du Rhin couronnait la paroi partout où la tête des palplanches n'atteignait pas cette cote. (Fig. 8.)

Terrassements à l'abri du batardeau. — Par suite de la situation d'une partie des ouvrages empiétant sur l'ancienne berge du Rhin (voir plus haut) la tranche supérieure des terrassements à exécuter se trouvait au-dessus du plan d'eau moyen du fleuve. — Il a donc été possible d'en commencer l'exécution alors que la paroi de palplanches n'était pas terminée. D'autre part, étant donnée la grande surface qui devait être protégée par

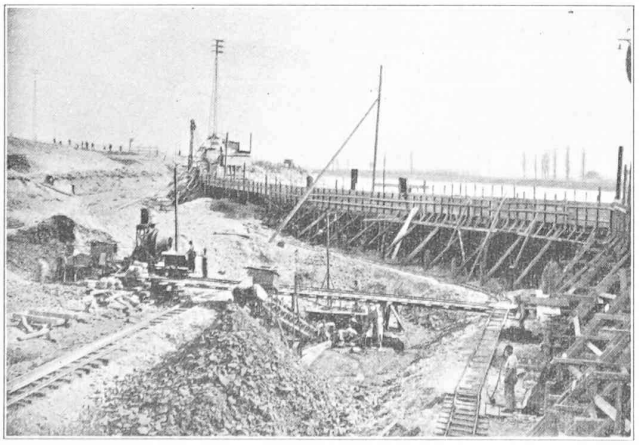

Fig. 8. — Partie amont du batardeau de rive droite (en cours d'exécution).
Au centre de la photo : fondation de la pile provisoire IV amont.
Photo *Dyckerhoff & Widmann* (Berlin).

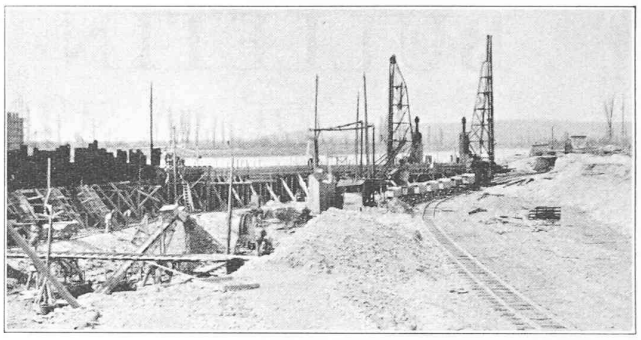

Fig. 9. — Partie aval du batardeau de rive droite.
Au centre de la photo : pelle à vapeur.
Photo *Dyckerhoff & Widmann* (Berlin).

le batardeau et le cube important des déblais graveleux et argileux à extraire, on a pu utiliser sur cette rive une pelle à vapeur qui a enlevé, en 4 mois, 35 000 m³ de matériaux, exécutant ainsi une grande fouille dont le fond, à l'emplacement de la première ouverture du barrage, atteignit la cote 230,50 environ, 7 à 8 m en contrebas du terrain naturel et 6,50 m au-dessous du plan d'eau moyen du Rhin.

Le fond de cette fouille remontait vers l'amont et l'aval par deux rampes utilisées pour l'évacuation des déblais extraits. Ces matériaux étaient transportés dans la digue amont (gravier et sable) ou derrière cette digue (argile). (Fig. 9.)

Il a naturellement suffi, dès lors, de blinder les fouilles profondes des divers ouvrages (culée, pile IV, murs de rive, parafouilles du seuil) en contre-bas de la cote atteinte par la pelle à vapeur.

L'exécution de ces différentes fouilles blindées n'a pas présenté de difficultés spéciales sauf toutefois en ce qui concerne celle qui était le plus près du batardeau (pile IV, dont l'axe était à 14 m seulement de la paroi de palplanches).

Fondation de la pile IV. — Début de l'exécution de la fouille.

Le programme initial des travaux prévoyait au droit de chaque pile définitive l'exécution de deux piles provisoires, une à l'amont, l'autre à l'aval. Ensuite, seules

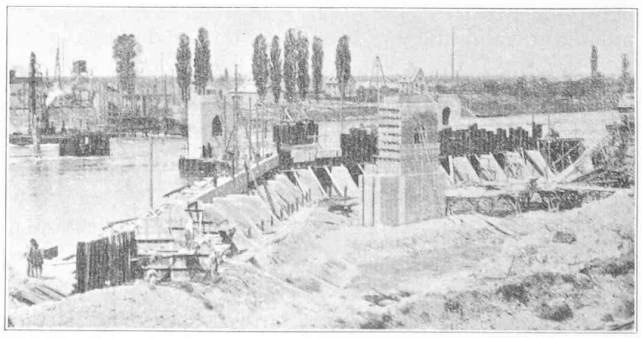

Fig. 10. — Batardeau de rive droite terminé. — Au centre de la photo : pile provisoire IV amont.
Photo *Dyckerhoff & Widmann* (Berlin).

les piles provisoires d'amont furent maintenues (voir *Bulletin technique* du 24 avril 1937, page 107).

Les deux premières piles provisoires de la rive droite (IV amont et IV aval) furent les premiers ouvrages exécutés à l'abri du batardeau. Immédiatement après leur achèvement, on commença la fouille blindée de la pile définitive correspondante. A ce moment-là, le batardeau, tel qu'il est décrit plus haut, était terminé (Fig. 10.)

La pelle à vapeur, à l'aide de laquelle se faisait l'extraction des déblais avait atteint, à cette époque, une profondeur de 5 m environ en contre-bas du plan d'eau du Rhin.

La fouille de la pile IV fut ouverte sur toute sa longueur et toute sa largeur à la fois (32,70 m×6,70 m). Le bord extérieur longitudinal de cette fouille ne se trouvait qu'à 10,70 m de la paroi du batardeau dont les palplanches, dans cette zone, pénétraient de 5 m environ dans le terrain.

L'exécution d'une pareille fouille à proximité d'un batardeau était extrêmement délicate, d'autant plus qu'à chacune de ses extrémités il fallait prévoir un robuste étayage des deux piles provisoires, fondées peu profondément (229,00) et s'élevant jusqu'à 15 m au-dessus du fond de la fouille générale. (Fig. 10.)

Accident du 11 juin 1929 :

On travaillait très prudemment depuis deux semaines dans la fouille blindée de la pile IV lorsque se produisit un accident qui n'eut heureusement comme conséquence qu'une interruption des travaux pendant 40 jours.

Le 11 juin 1929, à la fin de la journée, le massif de terre compris entre le batardeau et la fouille de la pile glissait dans celle-ci, entraînant la paroi de palplanches qui s'inclina rapidement vers l'intérieur et se serait peut-être renversée si, en toute hâte, on n'avait inondé la fouille générale. Cette précaution permit de limiter à 1,50 m au maximum, le déplacement des têtes des palplanches, dans la partie centrale du batardeau.

Ce deuxième accident se produisit 4 jours après celui qui a été relaté dans un précédent article, mais hâtons-nous de dire qu'à partir de cette date et jusqu'à l'achèvement du barrage, aucun autre ennui sérieux ne vint gêner la bonne marche des travaux qui se terminèrent même avec une sérieuse avance sur le programme établi.

Mesures prises après l'accident, redressement des palplanches, renforcement du batardeau.

Sondages. — Les affouillements relevés à cette époque à la base des palplanches des piles provisoires en construction dans le lit du fleuve (voir *Bulletin technique* du 8 mai 1937) pouvaient faire craindre des constatations analogues le long de la paroi du batardeau de la rive droite. Toutefois les piles provisoires étaient incontestablement plus exposées aux affouillements par leur forme et leurs positions en plein courant que la paroi de palplanches de la rive droite. Des sondages furent néanmoins exécutés le long de cette paroi ; ils permirent de constater des affouillements de 0,60 m à 1,20 m de profondeur au maximum. Une des premières précautions prises fut dès lors de renouveler et compléter les enrochements et les gabions emportés ou déplacés par le courant du Rhin.

Comme cela a déjà été dit à propos de l'accident survenu quatre jours plus tôt (renversement dans le Rhin d'une pile provisoire) le fleuve n'était pas en crue à cette époque ; il était toutefois monté depuis quelques jours, mais sans avoir dépassé le niveau des eaux moyennes.

Redressement des palplanches. — Simultanément aux sondages exécutés le long de la paroi, on tenta le redressement des palplanches inclinées en les amarrant aux piles provisoires III amont et III aval, voisines du batardeau et restées debout après l'accident du 7 juin. Cet amarrage se fit au moyen de câbles en acier sur lesquels on tirait avec des treuils.

Pour faciliter le redressement des palplanches, on augmenta la hauteur du plan d'eau dans la fouille inondée par rapport à celui du Rhin en pompant l'eau du fleuve. On obtenait ainsi une légère augmentation de la pression s'exerçant en sens inverse de celle qui avait contribué au renversement des palplanches. Le redressement obtenu fut assez peu sensible.

Renforcement de la paroi. — Le renforcement de l'étayage du batardeau fut alors envisagé. Une sonnette à vapeur sur pontons fut introduite dans la fouille inondée. Il fallut pour cela contourner la paroi de palplanches, par l'aval avec les pontons.

La sonnette à vapeur fut utilisée à battre 23 pieux de 12 m de longueur et de 30 à 40 cm de diamètre disposés en deux rangées écartées l'une de l'autre de 15 m la première rangée étant placée entre la fouille de la pile IV et le batardeau et à 5 m de celui-ci, la deuxième rangée, de l'autre côté de la fouille de cette pile.

Les pontons et la sonnette furent ensuite évacués et pendant ce temps un scaphandrier, descendu dans la fouille générale inondée plaça des étais obliques entre les palplanches inclinées et la base des pieux de la première rangée.

Cet étayage supplémentaire permit de commencer l'épuisement de la fouille ; cet épuisement, exécuté prudemment, dura une semaine (débit moyen des pompes 35 l/sec.).

Dès que l'abaissement du plan d'eau le permit on fixa des madriers de bois contre les pieux de la première rangée, de façon à constituer une paroi solide en bois à 5 m de distance environ des palplanches *Larssen* inclinées, l'intervalle étant ensuite rempli avec du gros gravier. (Fig. 11.)

Le batardeau ainsi renforcé fut étayé par de grosses pièces de bois de 15 m de longueur passant par-dessus la fouille de la pile IV et venant prendre appui contre la base des pieux de la deuxième rangée qui furent sciés très courts, leurs parties inférieures seules étant nécessaires. On obtint ainsi un ensemble très stable s'appuyant sur un terrain solide.

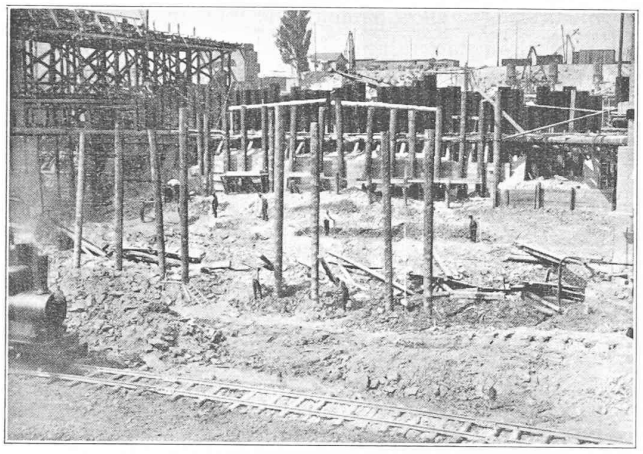

Fig. 11. — Renforcement de la partie centrale du batardeau de rive droite.
Photo *Dickerhoff & Widmann* (Berlin).

Les parties amont et aval de la paroi de palplanches n'avaient subi ancun dommage. Il parut toutefois utile de les renforcer également au moyen d'étais en bois de fort diamètre dont le pied était retenu par des palplanches métalliques de 5 m de longueur, battues à 8-10 m à l'arrière de la paroi au moyen d'un marteau mû par un treuil électrique. Ces palplanches battues par paires, pénétraient de 3 m dans le terrain, elles étaient écartées de 2 m.

Enfin, les deux piles provisoires IV amont et IV aval exécutées à l'abri du batardeau et restées absolument intactes après l'accident constituèrent deux solides points d'appui supplémentaires.

Quand la fouille générale fut complètement épuisée, on put constater qu'un des contreforts en béton qui étayait la paroi de palplanches avait été entraîné jusque dans la fouille de la pile IV, qu'un deuxième s'était renversé transversalement et que 4 ou 5 autres enfin s'étaient décollés de la paroi de palplanches qu'ils n'étayaient naturellement plus. La fouille de la pile IV était partiellement comblée par le massif de terre qui en glissant avait brisé les étais.

Reprise de l'exécution de la fouille de la pile IV.

Dès que la fouille générale fut asséchée, on put reprendre l'exécution des ouvrages à l'abri du batardeau renforcé.

Il parut toutefois prudent de poursuivre la fouille de la pile commencée en la partageant en trois parties dont un tronçon central de 16,95 m de longueur (la moitié de la longueur totale environ) et deux autres tronçons, l'un à l'amont, l'autre à l'aval. On commença par la partie centrale et ce ne fut que lorsque cette fouille eut été complètement bétonnée que l'on entreprit simultanément l'extraction des déblais dans les deux autres tronçons. On avait ainsi un très important point d'appui constitué par la fondation de la partie centrale de la pile.

Afin d'assurer la solidarité absolue des trois tronçons de la fondation on ménagea dans les parements amont et aval du massif central des niches verticales de raccordement. Les surfaces de béton furent soigneusement et complètement repiquées ; enfin de nombreux fers d'armatures complétèrent ces précautions.

Dans la fouille centrale (16,95 m × 6,70 m), il fallut descendre jusqu'à 16,50 m en contre-bas du plan d'eau du Rhin (15 m en moyenne dans le terrain). Les deux autres fouilles avaient les dimensions suivantes : amont, 6,50 m × 6,70 m ; aval, 9,20 m × 6,70 m.

C'est la partie aval de la fondation qui fut naturellement la plus profonde : 18,50 m au-dessous du plan d'eau du Rhin (cette hauteur étant mesurée par rapport au niveau de l'eau le jour où l'on atteignit le fond de la fouille).

Le boisage de ces fouilles a été constitué par des madriers horizontaux maintenus par des pièces verticales et des étais transversaux en bois rond. En général, un boisage jointif n'a pas été nécessaire très profondément.

L'extraction de l'argile se faisait à la main, à l'aide d'outillage pneumatique. L'évacuation des déblais était faite au moyen de bennes déposées dans le fond des fouilles par des derricks. Ces bennes, remplies à la main, étaient remontées entre les boisages et vidées dans des vagonnets qui stationnaient sur une voie posée à proximité.

Les eaux d'infiltration venant du Rhin ou de la nappe

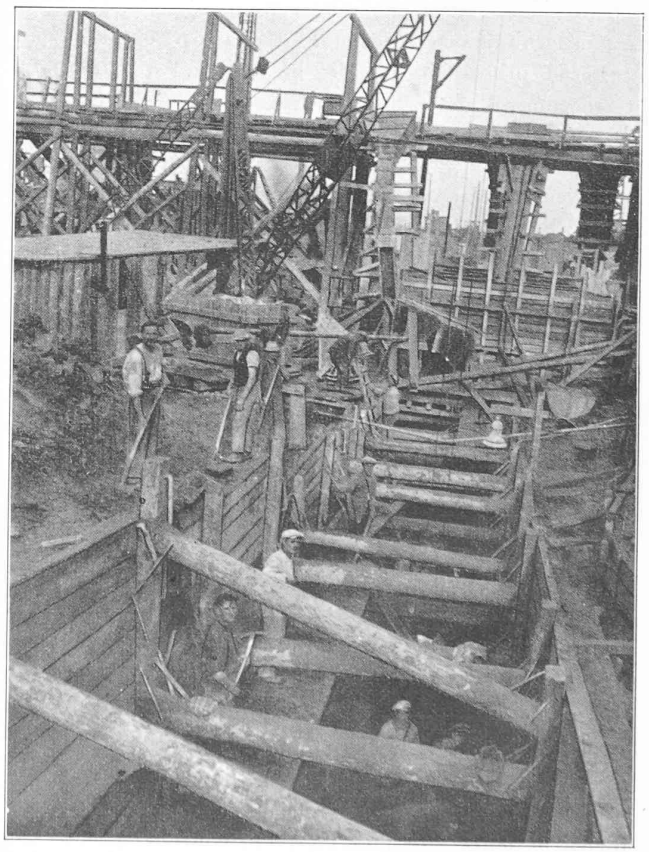

Fig. 12. — Fouille blindée du mur de rive droite amont.
Photo *Dyckerhoff & Widmann* (Berlin).

souterraine étaient détournées en grande partie en surface par des fossés creusés dans l'argile et aboutissant aux puisards de la fouille générale.

De cette façon une petite pompe suffisait dans le fond de chaque fouille blindée.

Avant le bétonnage, les précautions habituelles étaient prises pour assécher le fond des fouilles : rigoles remplies de gravier aboutissant à un puisard bétonné après coup (béton coulé sous l'eau).

La fig. 12 représente la fouille du mur de rive droite amont ; nous ne possédons pas de vue photographique des fouilles faites pour la fondation de la pile IV.

(A suivre.)

Calcul de la contraction causée par une vanne plane dans le cas d'un écoulement dénoyé [1]

par M. Carlos FAWER, ingénieur [2].

(Suite.) [1]

3. Solution générale. — Mouvement dans le plan z.

La fonction $w(\zeta)$ s'obtient en introduisant les valeurs particulières de δ dans la formule de Schwarz que nous répétons ici :

$$\omega(\zeta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \delta(\sigma)\,\frac{e^{i\sigma}+\zeta}{e^{i\sigma}-\zeta}\,d\sigma.$$

Il vient alors :

$$\omega(\zeta) = \delta + i\tau = \frac{i\alpha}{\pi}\lg\left(\frac{\zeta_1-\zeta}{\zeta_1+\zeta}\right)\left(\frac{1+\zeta_1\zeta}{1-\zeta_1\zeta}\right). \qquad (9)$$

Nous avions établi la liaison entre z et f (éq. 6), de même entre f et ζ (éq. 8). Le passage du plan ζ au plan z est par conséquent déterminé.

$$z - z_0 = \int_{f_0}^{f} e^{i\omega(f)}\,df = \int_1^{\zeta} e^{i\omega(\zeta)}\,\frac{df}{d\zeta}\,d\zeta$$

d'où, après dérivation de f par rapport à ζ dans (8),

$$z - z_0 = \frac{q}{\pi}\int_1^{\zeta} e^{i\omega(\zeta)}\,\frac{\zeta^2-1}{\zeta^2+1}\,\frac{d\zeta}{\zeta}. \qquad (10)$$

A z_0 correspond un point particulier, soit le point de détachement P_1. ($z_0 = x_0 + iy_0 = 0 + ia$, f_0, $\zeta_0 = 1$).

Or nous venons de définir la fonction $\omega(\zeta)$; si nous y supposons ζ_1 connu, nos deux expressions ci-dessus (9) et (10) résolvent parfaitement le problème.

Pour déterminer ζ_1 (ou σ_1), nous exprimerons que la cote du point $N_1(\zeta_1)$ est $y = h_1$ ou que le tirant à l'infini aval est $y = h_2$ (fig. 7). Dans ce but, nous choisirons évidemment dans l'équation (10) le chemin d'intégration le plus simple, c'est-à-dire celui qui longe, soit les parois, soit les frontières du jet, en partant du point de détachement P_1.

[1] Voir *Bulletin technique* du 17 juillet 1937, page 192.

Parois (p_1).

Un point quelconque de la paroi est situé dans le plan ζ sur la demi-circonférence

$$\zeta = e^{i\sigma} \qquad |\zeta| = 1 \qquad (\zeta_1 = e^{i\sigma_1}).$$

En vérifiant que

$$\left(\frac{\zeta_1-\zeta}{\zeta_1+\zeta}\right)\left(\frac{1+\zeta_1\zeta}{1-\zeta_1\zeta}\right) = -\frac{\operatorname{tg}\dfrac{\sigma_1-\sigma}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\sigma_1+\sigma}{2}}$$

l'équation (9) peut s'écrire après des transformations simples :

$$\omega\,(\text{parois}) = \delta + i\tau = \frac{i\alpha}{\pi}\lg\left(-\frac{\operatorname{tg}\dfrac{\sigma_1-\sigma}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\sigma_1+\sigma}{2}}\right) \qquad \tau = \lg V.$$

Séparant les quantités réelles des imaginaires, il vient

$$e^{\tau} = V_{parois} = \left(\left|\frac{\operatorname{tg}\dfrac{\sigma_1-\sigma}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\sigma_1+\sigma}{2}}\right|\right)^{\frac{\alpha}{\pi}}.$$

D'autre part δ prend bien les valeurs $-\alpha$ pour $0 \leqq \sigma \leqq \sigma_1$, et 0 pour $\sigma_1 \leqq \sigma \leqq \frac{\pi}{2}$. Comme il était à prévoir, la vitesse en $N_1\,(\sigma = \sigma_1)$ est nulle. A l'infini amont, $\sigma = \frac{\pi}{2}$, la vitesse est

$$V_\infty = \left(\frac{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\sigma_1}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\sigma_1}{2}\right)}\right)^{\frac{\alpha}{\pi}}.$$

Reprenons l'équation (10) en suivant la paroi. On vérifie facilement que

$$\frac{\zeta^2-1}{\zeta^2+1} = i\operatorname{tg}\sigma \qquad \frac{d\zeta}{\zeta} = i\,d\sigma.$$

D'autre part $e^{i\omega} = e^{i(\delta+i\tau)} = e^{-\tau}\,(\cos\delta + i\sin\delta)$.

En introduisant ces identités dans (10) et en séparant les termes réels des imaginaires, nous obtenons :

$$\begin{cases} x - x_0 = -\dfrac{q}{\pi}\displaystyle\int_0^{\sigma} e^{-\tau}\operatorname{tg}\sigma\cos\delta\,d\sigma \\[2ex] y - y_0 = -\dfrac{q}{\pi}\displaystyle\int_0^{\sigma} e^{-\tau}\operatorname{tg}\sigma\sin\delta\,d\sigma \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\dfrac{q}{\pi}\displaystyle\int_0^{\sigma} \frac{\operatorname{tg}\sigma}{V_{parois}}\cos\delta\,d\sigma \\[2ex] y - a = -\dfrac{q}{\pi}\displaystyle\int_0^{\sigma} \frac{\operatorname{tg}\sigma}{V_{parois}}\sin\delta\,d\sigma \end{cases}$$

Plaçons-nous en $N_1\,(\sigma = \sigma_1)$, $(y = h_1)$. Sur le chemin d'intégration $P_1\,N_1$, $\delta = -\alpha$. En outre

$$q = 2\,h_1\,V_\infty.$$