

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 77 (1951)  
**Heft:** 5

**Artikel:** Étude théoretique et expérimentale de la dispersion du jet dans la turbine Pelton (suite et fin)  
**Autor:** Oguey, Pierre / Mamin, Marcel / Baatard, François  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-58146>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

**Abonnements :**  
Suisse : 1 an, 24 rancs  
Etranger : 28 francs  
Pour sociétaires :  
Suisse : 1 an, 20 francs  
Etranger : 25 francs  
Pour les abonnements  
s'adresser à :  
**Administration**  
du « Bulletin technique  
de la Suisse romande »,  
Case postale Riponne 21,  
Lausanne  
Compte de chèques pos-  
taux II. 5775, à Lausanne  
Prix du numéro : Fr. 1,40

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

Comité de patronage — Président: R. Neeser, ingénieur, à Genève; Vice-président: G. Epitoux, archi-  
tecte, à Lausanne; Secrétaire: J. Calame, ingénieur, à Genève — Membres, Fribourg: MM. P. Joye,  
professeur; E. Lateltin, architecte — Vaud: MM. F. Chenaux, ingénieur; E. d'Okolski, architecte;  
A. Paris, ingénieur; Ch. Thévenaz, architecte — Genève: MM. L. Archinard, ingénieur; Cl. Grosurin,  
architecte; E. Martin, architecte; V. Rochat, ingénieur — Neuchâtel: MM. J. Béguin, architecte;  
G. Furter, ingénieur; R. Guye, ingénieur — Valais: MM. J. Dubuis, ingénieur; D. Burgener, architecte.

Rédaction: D. Bonnard, ingénieur. Case postale Chauderon 475, Lausanne.

Conseil d'administration de la Société anonyme du Bulletin Technique: A. Stucky, ingénieur, président;  
M. Bridel; G. Epitoux, architecte; R. Neeser, ingénieur.

## Tarif des annonces

Le millimètre  
(larg. 47 mm) 20 cts  
Réclames: 60 cts le mm  
(largeur 95 mm)

Rabais pour annonces  
répétées

Annonces Suisses S.A.



5, Rue Centrale Tél. 22 33 26  
Lausanne et succursales

**SOMMAIRE :** *Etude théorique et expérimentale de la dispersion du jet dans la turbine Pelton* (suite et fin), par PIERRE OQUEY, Conseiller d'Etat, ancien professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne, MARCEL MAMIN et FRANÇOIS BAATARD, ingénieurs E. P. U. L., chefs de travaux. — Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne : *Diplômes*. — BIBLIOGRAPHIE. — LES CONGRÈS : *Union internationale des architectes ; Conférence sur la distribution d'eau potable*. — CARNET DES CONCOURS. — SERVICE DE PLACEMENT. — NOUVEAUTÉS, INFORMATIONS DIVERSES : *La Foire des machines de chantier, Berne, 16-21 mars 1951*. — *Les revêtements KerVit*.

## ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA DISPERSION DU JET DANS LA TURBINE PELTON

(Suite et fin.)<sup>1</sup>

par PIERRE OQUEY

Conseiller d'Etat, ancien professeur à l'Ecole polytechnique  
de l'Université de Lausanne

MARCEL MAMIN et FRANÇOIS BAATARD,  
ingénieurs E. P. U. L., chefs de travaux

### II. Conditions de similitude des jets

#### 9. Le nombre de Reynolds, critère de turbulence et de dispersion

Jusqu'à maintenant, nous avons étudié le comportement des jets et trouvé des lois générales en faisant complètement abstraction des dispositions constructives des injecteurs.

Or, si l'on admet que la dispersion est due à la turbulence, l'état de turbulence d'un jet à la sortie de l'orifice n'est pas le résultat d'une génération spontanée, il dépend étroitement des organes qui précèdent. On peut donc se demander si, négligeant des facteurs importants, la théorie est fondamentalement fautive ou, dans le cas contraire, comment il se fait qu'elle donne des résultats cohérents sans tenir compte des facteurs constructifs.

Quelques réflexions sur la turbulence nous donneront la réponse souhaitée.

Tout serait évidemment facilité si l'on pouvait définir et mesurer un *degré de turbulence*; mais on sait que la notion de turbulence est toute relative et dépend de l'échelle d'observation des écoulements envisagés.

Quant au nombre de Reynolds, si commode en hydraulique, il permet de comparer deux écoulements dans des complexes de canaux géométriquement semblables et de dire que l'un est plus turbulent que l'autre, mais c'est tout. En effet, un nombre de Reynolds

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$$

où  $V$  est la vitesse moyenne en un point du courant et  $d$  une dimension quelconque du dispositif, ne fournit aucune mesure absolue de la turbulence;  $d$  peut être aussi bien la longueur de la tuyère que son diamètre d'entrée ou de sortie ou le diamètre du jet, en admettant, ce qui est suffisamment exact pour les besoins de notre étude, que le coefficient de contraction dépend de la forme de l'injecteur et non de sa grandeur.

Dès qu'il n'y a plus similitude absolue de construction, le nombre de Reynolds perd toute signification.

Toutefois, des systèmes non géométriquement semblables peuvent être comparés en partant de l'observation que la turbulence, soit les mouvements des particules liquides superposés à l'écoulement moyen, est conditionnée par les parois, dont l'influence modératrice sera d'autant plus grande qu'elles

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique de la Suisse romande* du 24 février 1951.

seront importantes en surface par rapport au volume liquide avec lequel elles sont en contact. Dans des tuyaux à section constante entièrement remplie, la turbulence sera vraisemblablement la même (hypothèse d'ailleurs confirmée par d'autres essais que les nôtres) s'il y a égalité des nombres de Reynolds

$$R_i = 4 \frac{V_i \mathfrak{R}_i}{z}$$

où  $\mathfrak{R}_i$  est le *rayon hydraulique*, quotient de la section par le périmètre mouillé, et  $V_i$  la vitesse moyenne dans la section considérée. Le facteur 4 est introduit pour que cette expression donne, dans le cas d'un tuyau cylindrique, où  $\mathfrak{R}_i = di/4$ , la même valeur que celle de la formule habituelle

$$R_i = \frac{V_i d_i}{z}$$

On peut donc imaginer dans un injecteur quelconque une section privilégiée (au point de vue responsabilité !) qui soit à elle seule caractéristique de la turbulence, ou qu'on puisse calculer une section fictive équivalente, désignées l'une ou l'autre par  $S_i$ .

Ceci va nous permettre de confirmer (paragraphe 10) les lois de similitude établies autrefois en partant du diamètre du jet  $d_o$  et de sa vitesse  $V_o$ .

Nous verrons en outre (paragraphe 12), en étudiant des injecteurs différant uniquement par les ailettes de guidage plus ou moins longues et nombreuses, que la comparaison des rayons hydrauliques  $\mathfrak{R}_i$  et des nombres de Reynolds  $Re_i$  avec les angles de dispersion vérifie l'hypothèse que nous venons de formuler. Si le tronçon d'injecteur occupé par les ailettes n'est pas seul déterminant de l'état de turbulence à la sortie, sa prépondérance est assez marquée pour apporter, par les chiffres, une justification de la théorie.

Enfin, il est important de relever que l'interprétation des essais et les recherches des relations entre  $\text{tg } \alpha$  et le facteur  $k$ , chaque jet étant étudié pour lui-même, ne sont pas affectées par les notions nouvelles. Ce n'est qu'à la fin du paragraphe 5, où nous avons introduit, avec les réserves qui s'imposent, un nombre de Reynolds comme critère de comparaison, qu'apparaît l'insuffisance de la théorie. La zone d'incertitude révélée par la figure 14 dans la détermination de l'exposant  $n$  de la formule

$$(\text{tg } \alpha)^2 = G \cdot R_e^n$$

s'explique par le fait qu'ici  $Re = Re_o$ , que le nombre de Reynolds du jet est un critère imparfait, et devrait être remplacé par un nombre de Reynolds  $Re_i$  caractérisant exactement l'état de turbulence.

Dans l'impossibilité de calculer un  $Re_i$  tenant compte de tous les éléments d'un injecteur, nous utiliserons l'expérience et la théorie (l'une confirmant constamment l'autre) pour éliminer l'influence des éléments fonctionnels, chute et débit, et trouver un moyen (paragraphe 13) de mettre en évidence l'influence des éléments constructifs.

### 10. Conditions de similitude

Dans l'expression établie en son temps (Etude 1944, paragraphe 5)

$$\text{tg } \alpha = \sqrt{\frac{p_2 - p_o}{\rho V_1^2} - \frac{2 T_s}{\rho d_o V_1^2}} = \frac{V_2}{V_1}$$

le premier terme sous la racine représente l'effet de la turbulence.

On peut poser que la variation de ce terme dépend d'une fonction de l'abscisse  $x$  et du temps  $t$

$$g \left( \frac{t - \frac{x}{V_1}}{T} \right)$$

et que son amplitude dépend d'une fonction

$$f(\rho \eta V_i \mathfrak{R}_i)$$

et l'analyse dimensionnelle montrerait que

$$f(\rho \eta V_i \mathfrak{R}_i) = f(Re_i).$$

Les calculs effectués dans cette hypothèse sont donc aussi légitimes que ceux de l'étude 1944.

Or, si deux injecteurs sont géométriquement semblables en toutes leurs parties, et à même degré d'ouverture, les dimensions linéaires sont dans le rapport de similitude

$$\frac{d'_o}{d''_o}$$

et il en est de même des rayons hydrauliques de deux sections correspondantes quelconques.

Il est donc indifférent de prendre comme critère de comparaison le nombre de Reynolds du jet

$$Re_o = \frac{V_o d_o}{z} = 4 \frac{V_o \mathfrak{R}_o}{z}$$

ou le nombre de Reynolds d'une section de l'injecteur

$$Re_i = 4 \frac{V_i \mathfrak{R}_i}{z}$$

où  $\mathfrak{R}_i = \frac{S_i}{P_i}$  et  $V_i = \frac{Q_i}{S_i}$ .

La condition de similitude établie au paragraphe 9 de l'étude 1944 peut donc s'écrire indifféremment

$$R'_{e_o} = R''_{e_o} \quad \text{ou} \quad R'_{e_i} = R''_{e_i}.$$

En conséquence, si deux jets sortant d'injecteurs géométriquement semblables ont même nombre de Reynolds, ils présentent la même dispersion et les courbes en valeurs relatives

$$\frac{h}{h_o} = f \left( \frac{y}{y_o} \right)$$

tirées des mesures au tube de Pitot se superposent exactement.

## III. Etude de l'influence des éléments constructifs

### 11. Etude de la dispersion par les valeurs de $\text{tg } \alpha$

L'angle  $\alpha$  est caractéristique de la dispersion d'un jet. On peut donc étudier les facteurs agissant sur la dispersion par leur influence sur les valeurs de  $\text{tg } \alpha$ .

Nous avons donné, lors de la discussion relative à la fonction expérimentale  $F$  et de ses rapports avec le facteur  $k$  (paragraphe 5), un premier tableau de valeurs des  $\text{tg } \alpha$ . Précisons qu'il s'agit là de l'angle  $\alpha_{*max}$  de l'étude 1944 correspondant à la valeur maximum de la fonction  $g$  dans une section d'abscisse  $x$  et pendant l'intervalle  $T$  précédemment défini.

Dans les tableaux du paragraphe n° 6, donnant des exemples de valeurs du facteur  $k$  selon les distances  $L$  le long

du jet, nous avons indiqué en caractères gras les valeurs correspondantes de  $\frac{a_{min}}{y_0}$  et celles de  $\text{tg } \alpha$  que nous reproduisons ici.

	Chute $H = 34$ m	Chute $H = 60$ m
LM 532	$\text{tg } \alpha = 0,0104 - 0,0120$	$\text{tg } \alpha = 0,0130 - 0,0145$
LM 531	0,0104 - 0,0120	0,0130
LM 530	0,0171	0,0200
LM 529	0,023 - 0,025	0,027 - 0,029
LM 528	0,0125	0,014 - 0,018
LM 527	0,0155 - 0,020	0,0165 - 0,0230
LM 526	0,028 - 0,037	—
LM 524	—	0,028 - 0,034
LM 522	—	0,0325 - 0,039

Les valeurs de  $\text{tg } \alpha$  liées au facteur  $k$  du tableau du paragraphe 5 étaient également plausibles, mais les valeurs du tableau ci-dessus (qui d'ailleurs recouvrent la majeure partie des précédentes) représentent les limites entre lesquelles les  $\text{tg } \alpha$  se situent, rationnellement, à la suite de mise en œuvre d'une méthode parfaitement logique de comparaison des résultats expérimentaux et théoriques.

Nous pouvons dire, d'une manière générale, que la dispersion dépend de la vitesse de l'eau dans l'injecteur et des dimensions de celui-ci, ainsi que de la disposition constructive de ses organes.

Un injecteur étant donné, et invariable, les vitesses en toutes sections sont proportionnelles au débit

$$S_o V_o = \frac{\pi}{4} d_o^2 \sqrt{2 g H} .$$

En conséquence, nous pouvons poser

$$\text{tg } \alpha = \text{fonction de (injecteur, ailettes, etc.) et de } (d_o \text{ et } H) .$$

La première parenthèse contient les éléments d'ordre constructif, la seconde contient  $d_o$  et  $H$  à une puissance à déterminer.

*Influence de la chute*

Prenons un injecteur quelconque donnant lieu à un jet de diamètre  $d_o$  invariable.

$$\text{tg } \alpha = f(d_o, \text{injecteur, ailettes, etc.}) . H^n .$$

Désignons par  $m$  le rapport

$$m = \frac{\text{tg } \alpha \text{ (pour } H = 60 \text{ mètres)}}{\text{tg } \alpha \text{ (pour } H = 34 \text{ mètres)}}$$

et calculons-le pour les différents jets auscultés :

LM 532	Injecteur 180/50, 8 ailettes $\varnothing = 45$ mm $s = 3,8$ mm	$m = \frac{0,0130 \text{ à } 0,0145}{0,0104 \text{ à } 0,0120} = 1,08 \text{ à } 1,39$
LM 531	Injecteur 90/60, 8 ailettes $\varnothing = 45$ mm $s = 7$ mm	$m = \frac{0,0130}{0,0104 \text{ à } 0,0122} = 1,07 \text{ à } 1,25$
LM 530	Injecteur 90/60, 8 ailettes $\varnothing = 56$ mm $s = 13$ mm	$m = \frac{0,0200}{0,014} = 1,47$
LM 529	Mince paroi $\varnothing = 45$ mm 8 ailettes	$m = \frac{0,027 \text{ à } 0,029}{0,023 \text{ à } 0,025} = 1,08 \text{ à } 1,26$
LM 528	Mince paroi $\varnothing = 25$ mm 8 ailettes	$m = \frac{0,014 \text{ à } 0,018}{0,0125} = 1,12 \text{ à } 1,44$
LM 527	Mince paroi $\varnothing = 25$ mm 4 ailettes	$m = \frac{0,0165 \text{ à } 0,0230}{0,0155 \text{ à } 0,020} = 0,83 \text{ à } 1,48$
LM 526	Injecteur 90/60, $\varnothing = 56$ mm 4 ailettes Course $s = 7$ mm	$m = \frac{0,028 \text{ à } 0,034}{0,028 \text{ à } 0,037} = 0,76 \text{ à } 1,21$
LM 522	Injecteur 90/60, $\varnothing = 56$ mm 4 ailettes Course $s = 13$ mm	$m = \frac{0,028 \text{ à } 0,034}{0,028 \text{ à } 0,037} = 0,76 \text{ à } 1,21$

Nous pouvons exprimer  $m$  comme suit :

$$m = \frac{\text{tg } \alpha \text{ (pour } H = 60 \text{ mètres)}}{\text{tg } \alpha \text{ (pour } H = 34 \text{ mètres)}} = \frac{f(d_o, \dots) . 60^n}{f(d_o, \dots) . 34^n} = 1,765^n .$$

Les diverses valeurs de  $m$  obtenues ainsi que l'expression de  $\text{tg } \alpha$  montrent qu'il est plausible d'admettre une valeur unique, moyenne des nombres indiqués, soit :

$$m = 1,15$$

d'où

$$m = 1,15 = \frac{60^n}{34^n} = 1,765^n$$

et

$$n = 0,25 = 1/4 .$$

En conséquence

$$\text{tg } \alpha = f(d_o, \text{injecteur, ailettes, etc.}) \sqrt[4]{H}$$

$$\text{tg } \alpha = \text{Cte} . \sqrt[4]{H} .$$

Ce résultat confirme ceux de l'étude 1944, où nous avons trouvé

$$\text{tg } \alpha = \sqrt{\text{Cte} . R_{e_o}} = \sqrt{\text{Cte} \frac{V_o d_o}{z}}$$

$$= \text{Cte} \sqrt{V_o} = \text{Cte} \sqrt[4]{2 g H} .$$

*Influence du diamètre du jet, fonction du débit*

Prenons un injecteur donné, sous chute constante, et faisons varier son débit, passant de  $Q$  à  $Q'$ .

Tout se passe comme si le diamètre de son jet passait de  $d_o$  à  $d'_o$  de telle sorte que

$$\frac{d'_o}{d_o} = \sqrt{\frac{Q'}{Q}} .$$

Supposons une section  $S_i$  de l'injecteur (réelle ou fictive, mais constante) dont l'influence soit déterminante sur l'état de turbulence, où la vitesse soit  $V_i$  et le rayon hydraulique  $\mathfrak{R}_i = \frac{S_i}{P_i}$ . La dispersion dépendra dans ces hypothèses du nombre de Reynolds

$$R_{e_i} = 4 \frac{V_i \mathfrak{R}_i}{z}$$

par l'équation

$$\text{tg } \alpha = \sqrt{G . f(R_{e_i})} = \text{Cte} \sqrt{R_{e_i}}$$

$\mathfrak{R}_i$  est constant, et, si le débit passe de  $Q$  à  $Q'$

$$\frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha} = \sqrt{\frac{R_{e_i}'}{R_{e_i}}} = \sqrt{\frac{V_i'}{V_i}}$$

ou encore, en raison de l'équation de continuité

$$S_i V_i = S_o V_o = \frac{\pi}{4} d_o^2 \sqrt{2 g H}$$

$$\frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha} = \frac{d'_o}{d_o}$$

où  $d'_o$  est le diamètre du jet fictif correspondant, pour l'injecteur donné sous chute constante, au nouveau débit.

En conséquence :

$$\text{tg } \alpha = f(H, \text{injecteur, ailettes, etc.}) . d_o$$

$$\text{tg } \alpha = \text{Cte} . d_o .$$

On peut vérifier aisément la chose en comparant deux jets sortant du même injecteur muni de deux orifices en mince

paroi, dont l'effet sur la turbulence est vraisemblablement négligeable vis-à-vis des autres éléments constructifs.

Essai LM 528 Orifice Ø 25 mm  $d_o = 19,6$  mm  
 LM 529 Orifice Ø 45 mm  $d_o = 35,9$  mm

Sous la même chute  $H = 34$  m

$$\frac{d_o \text{ (LM 529)}}{d_o \text{ (LM 528)}} = \frac{35,9}{19,6} = 1,84$$

$$\frac{\text{tg } \alpha \text{ (LM 529)}}{\text{tg } \alpha \text{ (LM 528)}} = \frac{0,023 \text{ à } 0,025}{0,0125} = 1,84 \text{ à } 2,0.$$

*Remarque*

Dans l'étude 1944, nous avons fait usage du nombre de Reynolds donné par le diamètre du jet

$$Re_o = \frac{V_o d_o}{z}$$

parce que nous n'avions pas encore d'autres moyens de comparaison, d'une part, et d'autre part parce que nous voulions, en première approximation, faire abstraction des facteurs constructifs. Et nos essais, limités au voisinage de la tuyère, avec des jets obtenus par variation de course du pointeau, ne pouvaient être définitivement concluants.

Or

$$\frac{Re'_o}{Re_o} = \frac{d'_o}{d_o}$$

alors que

$$\frac{Re'_i}{Re_i} = \frac{V'_i}{V_i} = \frac{Q'}{Q} = \left(\frac{d'_o}{d_o}\right)^2.$$

Ainsi, en supposant qu'une variation de course n'affecte pas la turbulence on pourrait dire que, lorsqu'on passe d'un diamètre  $d_o$  à un diamètre plus grand  $d'_o$ , l'augmentation de la turbulence et par suite de la dispersion est due à l'augmentation de la vitesse de passage dans l'injecteur, provoquée par l'augmentation de débit correspondant au nouveau diamètre.

**12. Influence des ailettes de guidage**

La présence des ailettes de guidage du croisillon supportant l'extrémité aval de la tige du pointeau d'une turbine Pelton modifie certainement l'état de turbulence.

Considérons la section  $S_i$  de l'injecteur occupée par les ailettes. D'après la figure 21 le rayon hydraulique est

$$\mathfrak{R}_i = \frac{S_i}{P_i} = \frac{\frac{\pi}{4} D_e^2 - \frac{\pi}{4} D_i^2 - n e \frac{D_e - D_i}{2}}{\pi D_e + \pi D_i - 2 n e + n (D_e - D_i)}$$

et le nombre de Reynolds correspondant

$$Re_i = 4 \frac{V_i \mathfrak{R}_i}{z} = \frac{4 V_o S_o S_i}{z S_i P_i} = \frac{4 S_o V_o}{z P_i}.$$

Nous comparerons des jets de diamètre et de vitesse identiques, mais issus d'injecteurs comportant l'un 4 ailettes, l'autre 8 ailettes.

Comme  $S_o$  et  $V_o$  sont les mêmes pour les deux jets on a :

$$\frac{Re \text{ (8 ailettes)}}{Re \text{ (4 ailettes)}} = \frac{Re \text{ (8)}}{Re \text{ (4)}} = \frac{P \text{ (4)}}{P \text{ (8)}}.$$

Dans le cas des ailettes que nous avons utilisées (fig. 21) nous avons successivement :

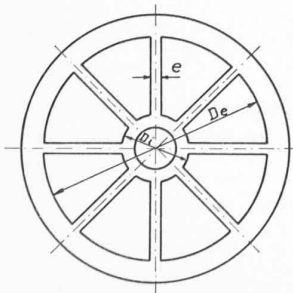


Fig. 21.

$$De_{(8)} = 13,5 \text{ cm} \quad De_{(4)} = 13,5 \text{ cm}$$

$$Di_{(8)} = 4 \text{ cm} \quad Di_{(4)} = 4,5 \text{ cm}$$

$$e_{(8)} = 0,3 \text{ cm} \quad e_{(4)} = 0,5 \text{ cm}$$

On obtient les valeurs suivantes des périmètres mouillés :

$$P_{(8)} = 126,2 \quad P_{(4)} = 88,5$$

d'où :

$$\frac{Re_{(4)}}{Re_{(8)}} = \frac{P_{(8)}}{P_{(4)}} = \frac{126,2}{86,5} = 1,43.$$

Il faut encore mettre en compte l'influence de la longueur des ailettes ; en effet, le croisillon de 8 ailettes est long de  $L_{(8)} = 31,6$  cm tandis que celui de 4 ailettes de  $L_{(4)} = 19,0$  cm. Il s'ensuit que la couche limite turbulente ne remplissant pas entièrement l'espace compris entre les ailettes, l'effet du croisillon à 4 ailettes est diminué en comparaison de celui de 8 ailettes. Quel est l'ordre de grandeur de cette diminution ?

L'épaisseur de la couche limite turbulente, à une distance de l'arête d'entrée est proportionnelle à  $x^{0,9}$ . On peut donc poser :

$$\frac{L_{(8)}}{L_{(4)}} = \left(\frac{31,6}{19}\right)^{0,9} = 1,59.$$

Les valeurs de tg  $\alpha$  correspondant aux deux constructions devraient donc être dans le rapport :

$$\frac{\text{tg } \alpha_{(4)}}{\text{tg } \alpha_{(8)}} = \sqrt{\frac{Re_{(4)}}{Re_{(8)}}} = \sqrt{\frac{P_{(8)}}{P_{(4)}} \cdot \left(\frac{L_{(8)}}{L_{(4)}}\right)^{0,9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{126,2}{88,5} \cdot \left(\frac{31,6}{19}\right)^{0,9}} = 1,5.$$

Voyons maintenant les résultats d'essais :

Nature du jet		tg $\alpha$ p. H = 60 m	tg $\alpha$ p. H = 34 m
LM 528	Mince paroi Ø = 25 mm 8 ailettes	0,0144-	0,0125
LM 527	Mince paroi Ø = 25 mm 4 ailettes	0,0178-0,023	0,0155-0,020
LM 529	Mince paroi Ø = 45 mm 8 ailettes	0,027 -0,0288	0,0234-0,0250
LM 524	Mince paroi Ø = 45 mm 4 ailettes	0,0325-0,039	—
Injecteur		tg $\alpha$ p. H = 60 m	tg $\alpha$ p. H = 34 m
LM 530	Injecteur 90/60, Ø = 56 mm 8 ailettes	0,0200	0,0174
LM 526	Injecteur 90/60, Ø = 56 mm 4 ailettes	—	0,0243-0,0295
LM 522	Injecteur 90/60, Ø = 56 mm 4 ailettes	0,028-0,034	—

Remarquons d'emblée que la dispersion diminue si le nombre d'ailettes augmente. Calculons les rapports des tg  $\alpha$  des jets de 4 et de 8 ailettes, nous obtenons :

$$\frac{\text{tg } \alpha \text{ LM 527, 4 ailettes}}{\text{tg } \alpha \text{ LM 528, 8 ailettes}} = 1,24 \text{ à } 1,6 : \text{ (orifice mince paroi)}$$

$$\frac{\text{tg } \alpha \text{ LM 524, 4 ailettes}}{\text{tg } \alpha \text{ LM 529, 8 ailettes}} = 1,13 \text{ à } 1,45 : \text{ (orifice mince paroi)}$$

$$\frac{\text{tg } \alpha \text{ LM 522, 4 ailettes}}{\text{tg } \alpha \text{ LM 530, 8 ailettes}} = 1,4 \text{ à } 1,7 : \text{ (injecteur avec pointeau)}$$

$$\frac{\text{tg } \alpha \text{ LM 526, 4 ailettes}}{\text{tg } \alpha \text{ LM 530, 8 ailettes}} = 1,4 \text{ à } 1,7 : \text{ (injecteur avec pointeau)}$$

On constate donc, pour les jets en mince paroi, que les valeurs de  $\text{tg } \alpha$  sont moins affectées par un changement d'ailettes que ne le voudrait le calcul. Ce fait peut s'expliquer par la présence d'un espace libre entre l'extrémité des ailettes et la section de sortie de la tuyère, où les sillages dus aux ailettes sont en partie amortis, et une très forte accélération du courant avant l'orifice.

Pour les injecteurs avec pointeau, en revanche, les facteurs calculés par le rapport des nombres de Reynolds  $R_{ei}$  corrigés en tenant compte de la longueur des ailettes tombent entre les valeurs 1,4 et 1,7 données par les essais.

Ainsi se trouvent démontrées la légitimité des hypothèses générales du paragraphe 9 et l'influence prépondérante des ailettes (introduites en fait par les constructeurs pour rectifier les filets liquides et obtenir des jets symétriques) sur la turbulence et la dispersion.

#### Remarque

Le rôle du nombre des ailettes peut être mis en évidence de manière très suggestive en admettant de négliger en première approximation l'épaisseur des ailettes et le diamètre du moyeu supportant la tige du pointeau.

Dans l'expression du rayon hydraulique

$$\mathfrak{R}_i = \frac{S_i}{P_i} = \frac{\frac{\pi}{4}(D_e^2 - D_i^2) - n \cdot e \frac{D_e - D_i}{2}}{\pi(D_e + D_i) - 2n \cdot e + n(D_e - D_i)}$$

posons  $e = 0$   $D_i = 0$

$$\mathfrak{R}_i = \frac{\frac{\pi}{4} D_e^2}{\pi D_e + n D_e} = \frac{D_e}{4 \left(1 + \frac{n}{\pi}\right)}$$

Le rapport des  $\mathfrak{R}_i$  correspondant à deux nombres d'ailettes sera

$$\frac{\mathfrak{R}'_i}{\mathfrak{R}''_i} = \frac{D_e}{4 \left(1 + \frac{n'}{\pi}\right)} : \frac{D_e}{4 \left(1 + \frac{n''}{\pi}\right)} = \frac{1 + \frac{n''}{\pi}}{1 + \frac{n'}{\pi}}$$

et les  $\text{tg } \alpha$  des deux jets seront

$$\frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha''} = \sqrt{\frac{Re'_i}{Re''_i}} = \sqrt{\frac{\mathfrak{R}'_i}{\mathfrak{R}''_i}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{n''}{\pi}}{1 + \frac{n'}{\pi}}}$$

On trouverait par exemple, avec 4 et 8 ailettes

$$\begin{aligned} \frac{\text{tg } \alpha(4)}{\text{tg } \alpha(8)} &= \sqrt{\frac{1 + \frac{8}{\pi}}{1 + \frac{4}{\pi}}} = \sqrt{\frac{1 + 2,54}{1 + 1,27}} = \sqrt{\frac{3,54}{2,27}} = \\ &= \sqrt{1,56} = 1,25. \end{aligned}$$

Alors que le calcul exact donnerait (à longueurs d'ailettes égales)

$$\frac{\text{tg } \alpha(4)}{\text{tg } \alpha(8)} = \sqrt{1,43} = 1,20.$$

### 13. Définition de l'angle spécifique de dispersion Introduction de $\text{tg } \alpha_c$

Tenant compte de ce que nous avons vu au paragraphe 11, on peut écrire

$$\text{tg } \alpha = \text{fonction de (injecteur, ailettes, etc.) } d_o \sqrt[4]{H}.$$

Imaginons de rapporter les valeurs de  $\text{tg } \alpha$  mesurées ou calculées pour un injecteur à celles que l'on obtiendrait, avec le même injecteur, s'il donnait lieu à un jet de diamètre  $d_{oc}$  sous une chute  $H_c$

$$\text{tg } \alpha_c = \text{fonction de (injecteur, ailettes, etc.) } d_{oc} \sqrt[4]{H_c}.$$

Si tous les essais sont ainsi ramenés au même diamètre et à la même chute, les valeurs de  $\text{tg } \alpha_c$  ne peuvent différer que par l'influence des différences de construction.

Pour un injecteur donné

$$\frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \alpha_c} = \sqrt[4]{\frac{H}{H_c} \frac{d_o}{d_{oc}}}.$$

Posons, pour la commodité du calcul

$$d_{oc} = 1,0 \text{ cm et } H_c = 100 \text{ m}$$

On obtient comme expression de la tangente de comparaison

$$\text{tg } \alpha_c = \text{tg } \alpha \frac{1}{d_{ocm}} \sqrt[4]{\frac{100}{H_m}}.$$

Exprimées ainsi en valeurs spécifiques, les  $\text{tg } \alpha$  ne sont plus fonction que des éléments constructifs de l'injecteur.

### 14. Influence des éléments constructifs

Si, dans le cas des ailettes, un calcul simple au moyen du rayon hydraulique est possible, il n'en est pas de même pour les autres éléments.

Nous ferons donc usage des essais comparés entre eux au moyen des angles spécifiques  $\alpha_c$ .

A titre d'exemple, nous citons cependant tout d'abord :

#### Influence des ailettes

Avec orifice mince paroi :

8 ailettes longues	$H = 60 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0084$ à $0,0102$
LM 528	$H = 34 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0084$
4 ailettes courtes	$H = 60 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0103$ à $0,0134$
LM 527	$H = 34 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0103$ à $0,0134$

Les ailettes nombreuses et longues améliorent l'angle de dispersion dans le rapport

$$\frac{LM 528}{LM 527} = \frac{0,0084 \text{ à } 0,0102}{0,0103 \text{ à } 0,0134} = 0,76 \text{ à } 0,82$$

Avec injecteur Pelton. Tuyère  $90^\circ$  ; pointeau  $60^\circ$

8 ailettes longues	$H = 60 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0065$
LM 530	$H = 34 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0065$
4 ailettes courtes	$H = 60 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0092$ à $0,0112$
LM 526	$H = 34 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0092$ à $0,0112$

D'où une amélioration donnée par le rapport

$$\frac{LM 530}{LM 526} = \frac{0,0065}{0,0092 \text{ à } 0,0112} = 0,58 \text{ à } 0,71$$

#### Influence du pointeau

Comparons deux injecteurs précédés de 8 ailettes longues avec tuyère conique terminée par un orifice en mince paroi et fonctionnant l'un sans pointeau, l'autre avec pointeau.

Sans pointeau	$H = 60 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0085$ à $0,0091$
LM 529	$H = 34 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0085$ à $0,0091$
Avec pointeau $50^\circ$	$H = 60 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0073$ à $0,0083$
LM 532	$H = 34 \text{ m}$	$\text{tg } \alpha_c = 0,0068$ à $0,0078$
et nous admettons		$\text{tg } \alpha_c = 0,0068$ à $0,0083$

La présence du pointeau se traduit par une réduction de la dispersion dans le rapport

$$\frac{LM\ 532}{LM\ 529} = \frac{0,0068 \text{ à } 0,0083}{0,0085 \text{ à } 0,0091} = 0,80 \text{ à } 0,92$$

L'influence de l'angle du pointeau, lorsqu'on passe de 50° à 60° est négligeable, comme le montre l'essai suivant comparé au LM 532 ci-dessus :

Avec pointeau 60°  $H = 60\text{ m}$   $\text{tg } \alpha_c = 0,0073$   
 LM 531  $H = 34\text{ m}$   $\text{tg } \alpha_c = 0,0068 \text{ à } 0,0078$

*Influence de la tuyère*

On peut comparer la tuyère conique avec orifice en mince paroi désignée par « 180° » avec une tuyère de turbine Pelton terminée par un angle de 90°, les deux avec pointeau de 60° et avec 8 ailettes longues :

Tuyère 180°  $H = 60\text{ m}$   $\text{tg } \alpha_c = 0,0073$   
 LM 531  $H = 34\text{ m}$   $\text{tg } \alpha_c = 0,0068 \text{ à } 0,0078$   
 Tuyère Pelton 90°  $H = 60\text{ m}$   $\text{tg } \alpha_c = 0,0065$   
 LM 530  $H = 34\text{ m}$   $\text{tg } \alpha_c = 0,0065$

D'où une réduction de

$$\frac{LM\ 530}{LM\ 531} = \frac{0,0065}{0,0068 \text{ à } 0,0078} = 0,95 \text{ à } 0,83$$

On remarque que la tuyère Pelton est meilleure que la tuyère d'essai 180°, très imparfaite, mais l'amélioration est plus faible qu'on ne pouvait s'y attendre. Ceci provient du fait que la vitesse locale, dans le voisinage de l'angle entre tuyère et plaque terminale, tend vers zéro pour augmenter ensuite, d'une part, et d'autre part que la forte accélération dans le voisinage de l'orifice est favorable. On peut en conclure qu'au point de vue de la dispersion (mais non des pertes de charge, voir plus loin remarque paragraphe 20) la forme de la tuyère a relativement peu d'importance.

*Autres organes*

L'influence d'autres éléments constructifs pourrait être décelée et chiffrée, au moyen des  $\text{tg } \alpha_c$ , avec la même facilité.

**15. Détermination de la section origine de la dispersion**

La situation de chaque section droite du jet était caractérisée dans nos essais par la lecture directe de la distance  $L$  sur une échelle s'appuyant contre la face aval de l'injecteur. L'origine de ces lectures était donc arbitraire.

Par ailleurs, tous les calculs font état d'abscisses  $x$  mesurées à partir de la section où la dispersion commence, laquelle se trouvera elle-même à une distance  $L_o$  à lire sur l'échelle.

L'observation directe ne permet pas de déceler avec certitude cette section origine. Il est préférable de partir des valeurs de  $\text{tg } \alpha$  données par l'ensemble du jet, qui sont bien déterminées, et des mesures de  $a_{min}/y_o$  dans le voisinage de la région contractée.

En outre, la distance caractérisant cette section doit être déterminée non par rapport à la face aval de l'injecteur, mais à partir d'un point indépendant de l'épaisseur des parois ou de la construction, par exemple l'arête de sortie de l'orifice. Or nos essais ont montré que, dans les injecteurs Pelton de divers types, on a avantage à mesurer cette distance, que nous appellerons  $l_{op}$  à partir de l'extrémité du pointeau.

Reportons à grande échelle (fig. 22) les zones entre lesquelles on peut choisir  $a_{min}/y_o$  dans une section de mesure près de l'injecteur, d'abscisse  $L$ . Par les deux extrémités de cette zone, faisons passer deux droites de pente correspondant aux deux valeurs extrêmes de  $\text{tg } \alpha$  données par les

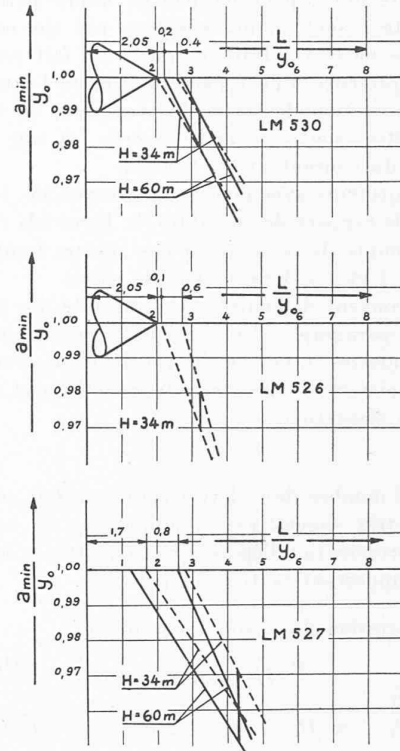


Fig. 22.

essais. On détermine ainsi pour chaque jet deux valeurs de  $L_o/y_o$  entre lesquelles doit se trouver la valeur donnant la section origine de la dispersion.

A titre d'exemple, on obtient, pour des jets en mince paroi :

LM 529	$L_o/y_o = 1,7 \text{ à } 1,9$
528	$1,5 \text{ à } 2,7$
527	$1,7 \text{ à } 2,6$
524	$1,65 \text{ à } 2,05$

Nous ne nous attarderons pas à commenter ces chiffres, qui ne présentent pas un grand intérêt technique.

Pour les jets avec pointeau, nous déterminons tout d'abord la longueur  $l_p$  (variable avec la construction) distance mesurée, selon l'axe du jet, entre l'extrémité du pointeau et l'arête de sortie de la tuyère (voir fig. 23)

$$l_p = \frac{D}{2 \text{tg } \frac{\theta}{2}} - s.$$

Prenons quelques exemples :

LM 522  $D = 56\text{ mm}$ ,  $\frac{\theta}{2} = 30^\circ$ ,  $\text{tg } \frac{\theta}{2} = 0,577$ ,  $s = 13\text{ mm}$ ,

$$y_o = \frac{d_o}{2} = 17,325 ; l_p/y_o = 2,05$$

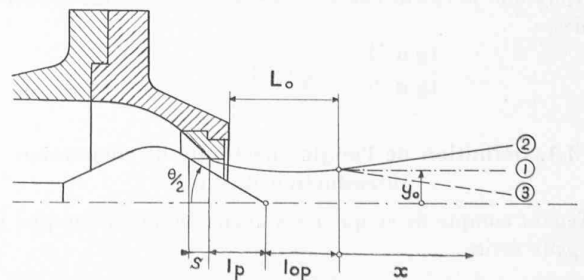


Fig. 23.

526  $D = 56 \text{ mm}$ ,  $\frac{\theta}{2} = 30^\circ$ ,  $\text{tg} \frac{\theta}{2} = 0,577$ ,  $s = 13 \text{ mm}$ ,

$$y_o = \frac{d_o}{2} = 17,325 ; l_p/y_o = 2,05$$

530  $D = 56 \text{ mm}$ ,  $\frac{\theta}{2} = 30^\circ$ ,  $\text{tg} \frac{\theta}{2} = 0,577$ ,  $s = 13 \text{ mm}$ ,

$$y_o = \frac{d_o}{2} = 17,325 ; l_p/y_o = 2,05$$

531  $D = 45 \text{ mm}$ ,  $\frac{\theta}{2} = 30^\circ$ ,  $\text{tg} \frac{\theta}{2} = 0,577$ ,  $s = 7 \text{ mm}$ ,

$$y_o = \frac{d_o}{2} = 10,075 ; l_p/y_o = 3,24$$

532  $D = 45 \text{ mm}$ ,  $\frac{\theta}{2} = 25^\circ$ ,  $\text{tg} \frac{\theta}{2} = 0,466$ ,  $s = 8,5 \text{ mm}$ ,

$$y_o = 10,1 \text{ mm et } l_p/y_o = 4,02$$

Des épures telles que celle de la figure 22 permettent de déterminer  $L_o/y_o$  puis  $l_p/y_o$  et enfin

$$\frac{l_{op}}{y_o} = \frac{L_o}{y_o} - \frac{l_p}{y_o}$$

	$\frac{L_o}{y_o}$	$\frac{l_p}{y_o}$	$\frac{l_{op}}{y_o}$
LM 532	4,4 à 5,1	4,02	0,4 à 1,1
531	3,7 à 4,1	3,24	0,45 à 0,85
530	2,2 à 2,6	2,05	0,15 à 0,55
526	2,15 à 2,7	2,05	0,15 à 0,55
522	2,2 à 2,65	2,05	0,15 à 0,55

De tous les contrôles effectués, nous constatons que

1. La chute, soit la vitesse du jet, ne paraît pas avoir d'influence sur la distance  $l_{op}/y_o$ .
2. Les ailettes n'ont pas d'influence.

Or, ces éléments conditionnent la turbulence, laquelle n'aurait donc pas d'influence sur le point où la dispersion commence (au sens que nous avons donné à ces termes), qui ne dépendrait que de la forme de l'extrémité de l'injecteur, en particulier du pointeau.

On peut donc considérer, et ceci nous paraît important, que la distance à partir de laquelle il faut appliquer les résultats de la théorie est une *caractéristique de la forme de l'injecteur*, près de la sortie, au même titre et avec les mêmes réserves que le coefficient de contraction. *Des injecteurs géométriquement semblables devraient donc donner une même valeur de  $l_{op}/y_o$ .*

3. Pour les injecteurs essayés, du type courant, à pointeaux coniques avec diverses tuyères, on constate que la distance  $l_{op}$  est toujours inférieure au rayon  $y_o$  du jet, et qu'on pourrait admettre en pratique, comme valeur probable moyenne

$$\frac{l_{op}}{y_o} = 0,5$$

en rappelant bien que  $l_{op}$  est mesuré, pour toute ouverture, à partir de l'extrémité du pointeau.

#### IV. Le phénomène de la dispersion

##### 16. Transformation d'un jet en gouttes, sans dispersion

Dans l'étude de 1944, après avoir établi la relation entre  $\text{tg} \alpha$  (angle des droites limites de la zone homogène et de la zone dispersée avec la droite du jet théorique hydrodynamique), les fonctions caractéristiques de la turbulence et la tension superficielle, nous avons cherché la condition pour que la dispersion soit impossible.

A cette occasion, nous avons observé des jets sans dispersion qui se transformaient en gouttes dont la trajectoire restait dans l'axe du jet. Un tel jet présente à certains moments des gouttes presque identiques, et parfois des

gouttelettes très petites intercalées. Or, si l'on admet un jet parfaitement homogène à la sortie de la tuyère, le fractionnement en gouttes régulières se comprend, la présence de gouttes d'un autre ordre de grandeur est de prime abord inexplicable, mais on ne saurait l'attribuer au hasard, pas plus que la présence, autour d'un gros jet dispersé, d'une multitude de fines gouttelettes.

Dans l'idée qu'on en pourrait tirer quelques renseignements sur le fonctionnement du tube de Pitot placé dans une zone de mélange d'air et d'eau, nous avons repris l'examen de petits jets en dessous de la limite de dispersion impossible.

Après quelques essais, nous avons eu le bonheur de recueillir des documents photographiques expliquant de manière irréfutable les phénomènes constatés.

Examinons les photos instantanées d'un jet sortant d'un orifice à mince maroi de 2 mm de diamètre sous  $H = 10 \text{ m}$  dont la vitesse est donc d'environ 14 m/sec.

A 14 cm de l'orifice (fig. 24) le jet est encore parfaitement cylindrique, c'est une barre de cristal.

A 55 cm (fig. 25) le cylindre liquide soumis à une tension superficielle étant instable, il commence à présenter des zones contractées séparées par des zones dilatées accusant une certaine périodicité.

A la même distance de 55 cm de l'orifice, mais à un autre instant, le phénomène est à un stade ultérieur. Les zones renflées se ramassent sur elles-mêmes, tendant naturellement à la forme sphérique ; les zones intermédiaires s'étirent en

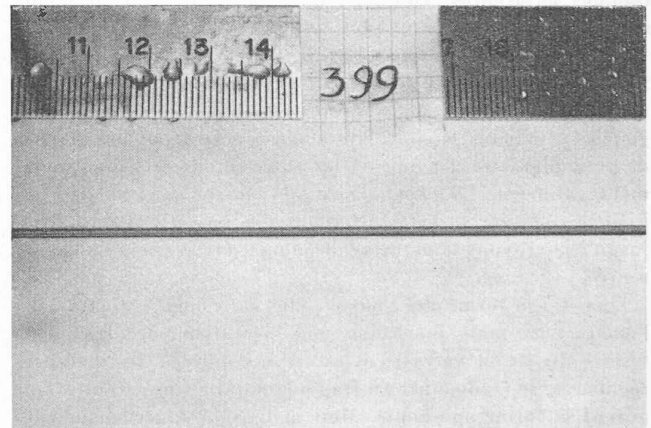


Fig. 24.

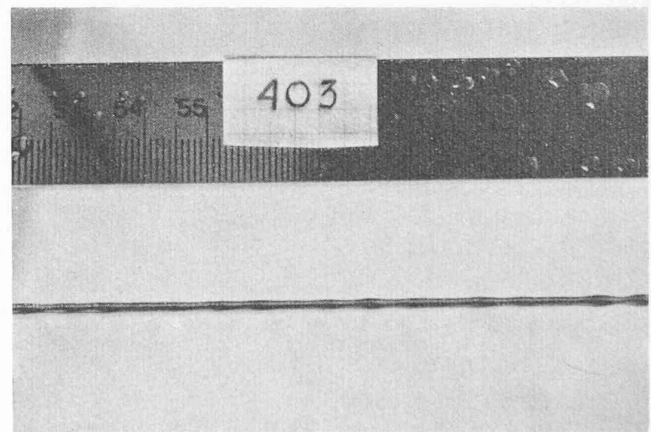


Fig. 25.



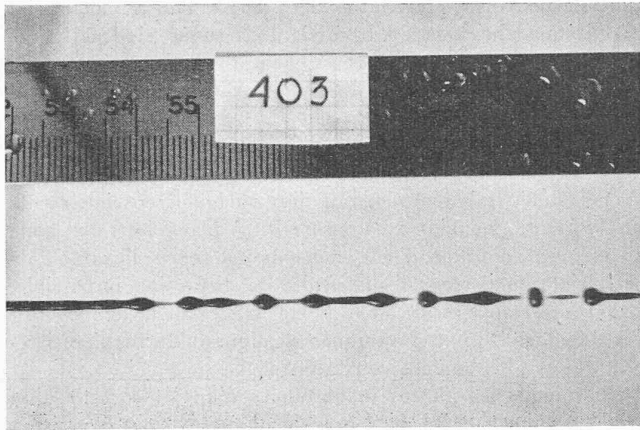


Fig. 26.

diminuant de diamètre. Si l'une des deux futures sphères voisines est plus « attirante » que l'autre, la zone intermédiaire se ralliera à elle, et les deux gouttes seront séparées par de l'air. Mais si, comme sous le chiffre 403 de la figure 26, le cylindre intermédiaire est géométriquement parfait et suffisamment long, il hésite entre l'une et l'autre des sphères voisines. Lorsque son diamètre sera devenu suffisamment petit, il cédera à sa propre attraction moléculaire et, comme on le voit à droite de cette photo, il se séparera des masses liquides adjacentes. Dès lors, il se ramassera sur lui-même en une goutte beaucoup plus petite que ses voisines.

Ce phénomène n'est pas fortuit, il dépend du diamètre du jet et de l'espacement des zones où la tendance à la sphéricité se manifeste. On remarque (fig. 27) une série de grosses gouttes régulières séparées systématiquement par des gouttes de petit diamètre, les unes et les autres étant presque exactement calibrées. La photo figure 26 contient donc à elle seule l'image complète de la transformation d'un jet en gouttes qui jusqu'ici, croyons-nous, n'avait jamais été clairement représentée.

Quant à la forme des gouttes, elle varie bien entendu avec l'époque. Si nous imaginons un spectateur circulant à la vitesse du jet, il verra le cylindre se gonfler à des distances régulières, se tronçonner en fragments qui à un instant donné auront la forme sphérique. Mais la tension superficielle a dû vaincre l'inertie des molécules qui, à cet instant, ont une certaine vitesse, les unes radiales, dans le plan médian, les

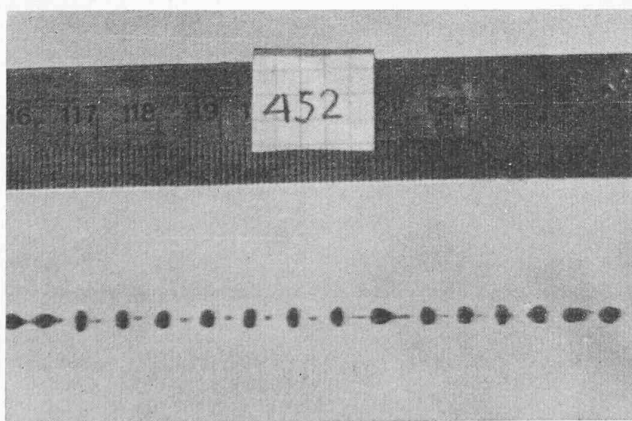


Fig. 27.

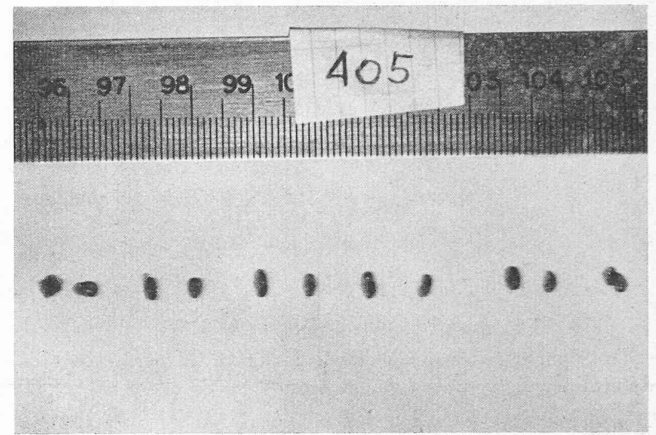


Fig. 28.

autres axiales, selon l'axe de translation. La goutte s'aplatira donc, et ce n'est qu'après un ou deux mouvements alternatifs qu'elle sera définitivement sphérique. Nous avons pu saisir (fig. 28) l'instant où les gouttes affectent la forme de lentilles placées perpendiculairement à l'axe du jet qui, rappelons-le, circule à 14 m/sec.

A grande distance, le train de gouttes donne lieu à des tourbillons d'air qui entraînent les gouttelettes intermédiaires hors de l'axe général de translation (fig. 29). Ainsi s'explique la structure spéciale des jets à longue distance, formés de grosses gouttes entourées d'un nuage de gouttelettes très fines; phénomène qui se retrouve dans les gros jets de turbines Pelton industrielles (Vernayaz, etc.).

Ces documents nous ont éclairés sur la façon d'aborder l'étude du tube de Pitot. D'un autre côté, ils nous ont paru suffisamment intéressants en eux-mêmes pour être mentionnés ici.

### 17. Processus de dispersion

Au début de notre étude, et jusqu'en 1946, nous disposions de l'observation directe, des mesures au tube de Pitot et de documents tels que la photographie de la figure 30.

Par raisonnement, en formulant diverses hypothèses dont nous ne conservions que celles qui conduisaient à des conclusions logiques et ne présentaient aucune contradiction avec les résultats d'essais, nous avons échafaudé une théorie, ou

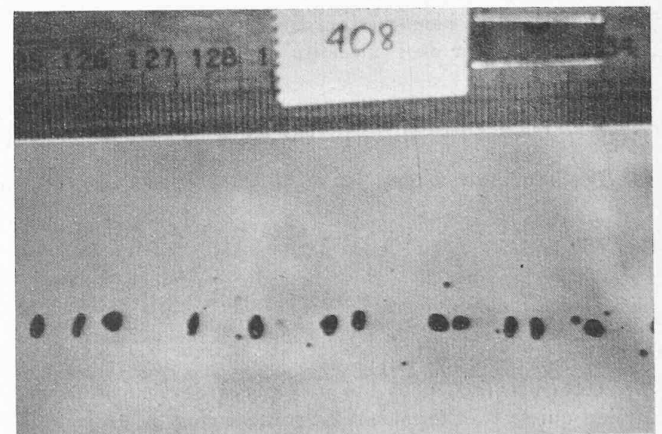


Fig. 29.

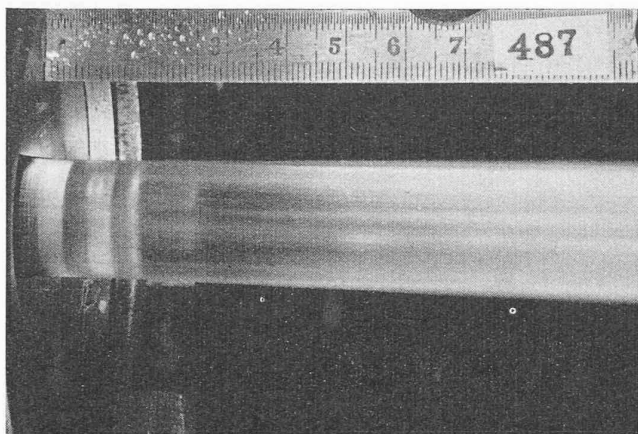


Fig. 30.

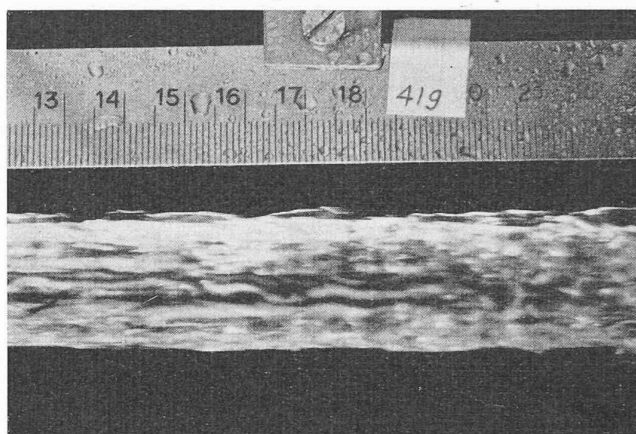


Fig. 32.

disons mieux, une méthode permettant d'établir des lois générales traduisant le phénomène de la dispersion.

Dès lors, nous avons recueilli des documents photographiques montrant l'aspect réel du jet dispersé, et il est intéressant de comparer leurs enseignements avec des hypothèses qui, en dépit de leurs résultats, pourraient passer pour des vues de l'esprit.

Un jet de gros diamètre sortant d'un orifice circulaire ou annulaire est sujet au phénomène de la dispersion. En se déplaçant le long du jet, on constate dès la section contractée des stries, puis des protubérances liquides de plus en plus hautes qui finissent par se détacher de la masse homogène pour former des gouttes animées d'une vitesse normale à la vitesse de translation.

Examinons les photographies de jets, photos dont les temps de pose sont de quelques millièmes de seconde. Les photos constituant les essais 486 et 487 (fig. 31) montrent que le trouble causé à la surface du jet par la turbulence, commence immédiatement à la sortie de la tuyère. Ce trouble se manifeste sous forme de filaments ou saillies étroites et longues, dont la hauteur reste assez faible jusqu'à la section contractée à cause de la courbure des filets liquides. A partir de la section contractée, ces saillies augmentent puis ondulent sous l'influence de la tension superficielle et de la turbulence interne du jet, ainsi que le montrent les photos.

On peut constater que si un filament se présente comme une lame mince, il peut se déformer sous l'influence de la

tension superficielle (fig. 32) ou se transformer en gouttes par l'effet de la turbulence (fig. 33). En général, les protubérances formées à la surface du jet restent liées à la masse de celui-ci, mais elles s'amplifient sous l'effet de la turbulence interne (fig. 34). Les crêtes de ces protubérances se détachent de l'ensemble (fig. 35) sous l'influence de la résistance de l'air, elles se divisent en gouttes qui, ainsi formées, augmentent la dispersion apparente du jet.

La ligne extérieure théorique, symétrique de la ligne limite de la zone homogène, peut être l'enveloppe de ces sommets de protubérances, si celles-ci restent entières. Or, comme les crêtes se détachent des protubérances, l'enveloppe des sommets doit être inférieure à la ligne de dispersion théorique, mais cette différence est très faible à cause de la très petite quantité d'eau arrachée aux protubérances. C'est d'ailleurs bien ce que montrent les comparaisons entre les valeurs de  $tg \alpha$  de la zone homogène et des  $tg \alpha$  de la ligne extérieure que nous avons vue au paragraphe 8, figure 20.

Remarquons que l'interprétation physique de la dispersion, que nous donnions au paragraphe 3 de l'Etude 1944, se trouve être parfaitement l'image schématisée du phénomène, telle qu'elle est révélée par les photographies. On peut même dire que, malgré la complexité du mouvement réel interne d'un jet, l'image d'une particule s'échappant du jet à une vitesse radiale acquise après la sortie de la tuyère, sous l'influence d'une pression radiale  $p_2$  « pression instantanée de turbulence », se rapproche sans doute beaucoup de

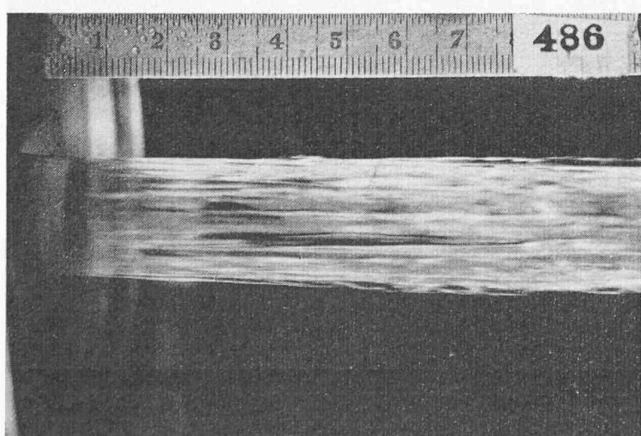


Fig. 31.

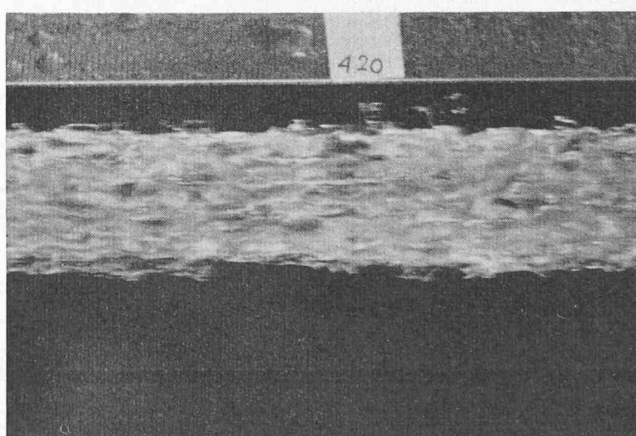


Fig. 33.

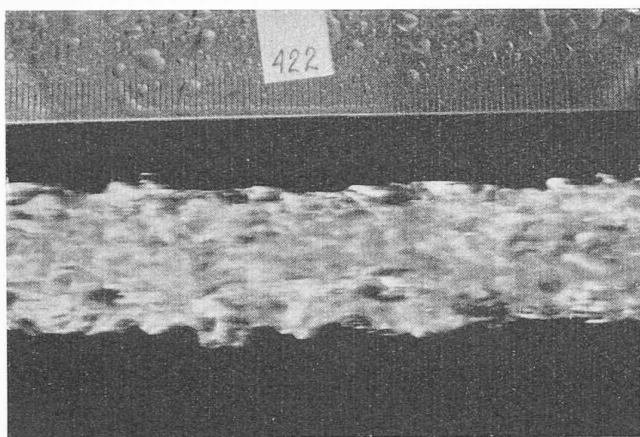


Fig. 34.

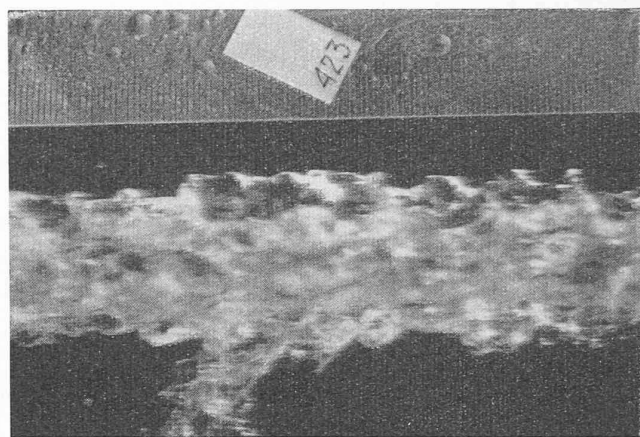


Fig. 35.

la réalité. Bien que l'introduction de cette pression  $p_2$  ait été considérée par nous comme un artifice de calcul, sans influence sur les résultats de l'étude, on doit relever que les théories modernes rendent plausibles des tensions de ce genre, comme l'a montré l'un de nous dans une étude critique de théories récentes sur la turbulence<sup>1</sup>. Toutefois, considérant la difficulté de faire usage de ces notions nouvelles, nous avons préféré faire intervenir la turbulence sous une forme simple et mathématiquement utilisable, soit une pression radiale  $p_2$  variable dans le temps.

## V. Puissance d'un jet dispersé

### 18. Effet de la résistance de l'air

Nous avons formulé l'hypothèse, au début de notre Etude 1944, que la dispersion d'un jet était due à la turbulence, et non à la résistance de l'air.

Une première preuve du bien-fondé de cette hypothèse était donnée par la constatation que les mesures au tube de Pitot en deux sections successives d'un jet révélaient la conservation de la puissance, ce qui ne serait pas le cas si l'air produisait un ralentissement appréciable des gouttes.

<sup>1</sup> *La mécanique aléatoire et le problème de la turbulence*, par FRANÇOIS BAATARD, ing. E. P. L., Lausanne, Librairie de l'Université, 1948.

Une seconde preuve nous est maintenant donnée par les différences que présentent des jets de turbulences différentes provoquées par des éléments constructifs (orifice mince paroi, pointeau, ailettes) pour des jets de même diamètre et même vitesse, différences de comportement qui n'existeraient pas si la dispersion était due au frottement contre l'air ambiant.

Les photographies nous apportent une troisième confirmation. Elles révèlent en effet des protubérances ressemblant à des vagues, mais des vagues qui déferlent indifféremment en avant ou en arrière par rapport à la translation du jet. Sur certaines photographies de jets déjà très déchiquetés, il est impossible, sans en être prévenu, de dire dans quel sens le jet circule ! Ce n'est que très loin de l'orifice qu'on observe un certain freinage systématique du sommet de ces protubérances qui semblent donc déformées par la résistance de l'air, mais non créées par elles.

A très grande distance de l'orifice on constate que dans l'ensemble, les protubérances ont une légère tendance à se courber vers l'arrière, d'où on peut inférer que le sommet de la protubérance a une vitesse plus faible que la base. Ainsi sur la figure 36 (jet de 19,6 mm à 34,30 m/sec), nous pouvons voir à l'abscisse  $L = x = 142$  cm une protubérance dont le sommet semble être retardé de  $\Delta x = 1$  cm environ par rapport à la base. Admettons que la vitesse du sommet soit de la forme  $v = V_0 - at$ ,  $t$  étant le temps mis par le

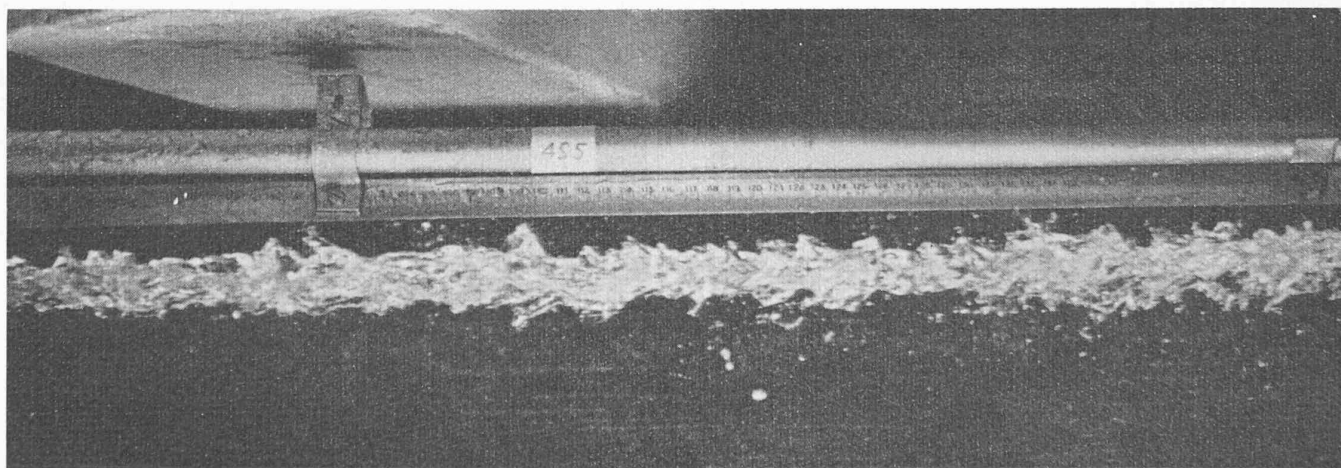


Fig. 36.

jet pour parcourir la distance  $L$  et  $V_o$  désignant la vitesse du jet dans la zone homogène

$$v = \frac{dx}{dt} = V_o - at$$

$$x = V_o t - a \frac{t^2}{2}$$

$L$  étant l'abscisse du sommet et celle de la base :  $x + \Delta x = V_o t$ ; de là on constate que  $\Delta x = \frac{at^2}{2}$ .

Par suite, la diminution de vitesse  $\Delta v = at$  du sommet de la protubérance est :

$$\Delta v = 2 \frac{\Delta x}{t} \text{ mais } t = \frac{x}{V_o}$$

$$\frac{\Delta v}{V_o} = 2 \cdot \frac{\Delta x}{x} = 2 \cdot \frac{1}{142} = 0,015.$$

Dans ce cas, la diminution de vitesse du sommet de la protubérance est de 1 % à 2 %, par rapport à celle de la base, et ceci à une distance de 72 fois le diamètre du jet.

Par ailleurs, les mesures au tube de Pitot à la base des protubérances révèlent une vitesse constante égale à  $V_o$ . Nous pouvons dire que pour la section totale, la diminution de puissance provoquée par le frottement du jet sur l'air est de l'ordre de quelques ‰, alors que la section du jet a presque triplé à l'abscisse  $L = 142$  cm.

Dans la zone de travail d'un jet de turbine Pelton, c'est-à-dire pour une abscisse comprise entre 0 et 20  $d_o$ , il se confirme que la diminution de puissance du jet due à la résistance de l'air est absolument négligeable.

### 19. Distribution de la puissance hydraulique et pertes dans un jet de turbine Pelton

La démonstration étant faite que, dans la région d'utilisation par une roue Pelton, la vitesse des particules liquides reste constante, les raisonnements et calculs des paragraphes 12 et 14 de l'Etude 1944 restent valables.

Les nouveaux essais ayant révélé une valeur de  $k$  (facteur caractéristique de la courbure des courbes de la pression dynamique) comprise entre 3 et 4, et non égale à environ 8, nous aurions pu établir deux nouveaux abaques analogues à celui de la figure 25 de 1944. Mais ce calcul ne présenterait qu'un intérêt académique.

En effet, l'essentiel pour le constructeur est de connaître la répartition des masses d'eau arrivant sur la roue, donnée par les figures 18 et 19 (abaques  $k = 3$  et  $k = 4$ ). La puissance hydraulique totale du jet est pratiquement conservée, et la puissance perdue pour la turbine est celle des gouttes, extérieures à une droite de tangente à déterminer, que la roue n'arrivera plus à utiliser correctement, et là, des essais sur turbine complète redeviennent nécessaires.

Constatant en outre que l'effet du facteur  $k$  est très peu sensible sur les masses d'eau voisines du diamètre extérieur de la zone dispersée, les considérations autrefois émises restent valables et l'abaque figure 26 de l'Etude 1944 peut être utilisée.

Dans la zone d'action d'une turbine Pelton, la puissance du jet reste pratiquement constante, et seule la structure du jet peut avoir une influence sur le rendement par la difficulté qu'elle présente à être rationnellement recueillie par la roue et transformée en énergie mécanique.

## VI. Résultats pratiques et conclusions

### 20. Utilisation pratique des résultats de l'Etude

Nous indiquerons en résumé comment devrait procéder un constructeur pour effectuer des essais complets sur une turbine modèle rigoureusement semblable à une turbine industrielle projetée, comment il pourrait en réduire le nombre en utilisant nos résultats et enfin de quelle manière les essais sur modèle peuvent être utilisés pour améliorer la qualité d'un jet par modification des éléments constructifs.

Soit une turbine projetée dont le jet à pleine ouverture aura un diamètre  $d_o$  sous une chute  $H$  (énergie totale hydraulique mesurée immédiatement avant la tuyère, soit après le coude d'entrée éventuel) donnant lieu à une vitesse théorique

$$V_o = \sqrt{2 g H}$$

On construira un injecteur modèle géométriquement semblable en toutes ses parties, donnant à même degré d'ouverture, un jet de diamètre  $d'_o$  animé d'une vitesse  $V'_o = \sqrt{2 g H'}$  sous une chute  $H'$  telle que

$$Re'_o = Re_o \text{ soit } \frac{V'_o d'_o}{z} = \frac{V_o d_o}{z} \text{ ou encore } \frac{\sqrt{H'} d'_o}{z} = \frac{\sqrt{H} d_o}{z}$$

c'est-à-dire, le rapport de similitude étant choisi et les températures de l'eau étant supposées égales, soit  $z = z'$

$$\frac{H'}{H} = \left( \frac{d'_o}{d_o} \right)^2.$$

#### Essais complets au tube de Pitot

Ces essais seront conduits comme les nôtres (paragraphe 4), les courbes relevées corrigées d'après les photographies instantanées (paragraphes 6 et 8), ce qui permet de calculer les angles  $\alpha$  des droites limite extérieure et limite zone homogène du jet, puis la distribution de la puissance hydraulique en chaque section du jet. Toutes les quantités en jeu étant exprimées en valeurs relatives, les figures obtenues ne sont pas semblables, mais identiques à celles de l'injecteur projeté. Ceci bien entendu sous les réserves habituelles, sachant qu'il n'est pas possible rigoureusement d'obtenir des degrés de rugosité des surfaces qui soient dans le rapport de similitude des deux turbines.

La position, soit l'abscisse  $\frac{L_o}{y_o}$ , de la section origine de la dispersion, sera déterminée comme indiqué au paragraphe 15.

On aura ainsi les bases du calcul des trajectoires sur l'aube et du rendement de la roue.

#### Essais sans tube de Pitot, avec photos instantanées

Si l'on veut éviter l'auscultation longue et délicate au tube de Pitot, on déterminera, sur des photos « instantanées », c'est-à-dire d'une durée d'exposition de quelques millièmes de seconde, la droite limite passant par le sommet des protubérances du jet. Sa symétrique par rapport à la limite du jet théorique, d'ordonnée  $y_o = d_o/2$  est la droite limite de la zone homogène qui donne pour chaque section la valeur  $\frac{a_{min}}{y_o}$ .

Les abaques des figures 18 et 19 donneront la répartition des poids spécifiques moyens

$$\frac{\gamma}{\gamma_o} = f \left( \frac{y}{y_o} \right)$$

puisqu'il est démontré que  $V = V_1 = \text{etc.}$

La suite des opérations reste la même.

Si l'on veut éviter de déterminer  $L_0/y_0$  et se contenter d'une approximation, on pourra admettre que la section d'origine de la dispersion est à une distance

$$\frac{l_{op}}{y_0} = 0,5$$

de l'extrémité du pointeau.

#### Etude des modifications constructives

Tous les résultats d'essais d'un injecteur seront ramenés à ceux d'un jet de 1 cm de diamètre sous une chute de 100 m et les valeurs de  $\text{tg } \alpha_c$  transformées en valeurs

$$\text{tg } \alpha_c = \frac{1 \text{ cm}}{d_{ocm}} \sqrt{\frac{100}{H_m}}$$

L'effet d'une modification constructive quelconque, par exemple le remplacement d'un pointeau par un autre, un changement de forme de la tuyère, un allongement des ailettes de guidage sera immédiatement visible par la variation de  $\text{tg } \alpha_c$ .

Il convient toutefois de relever ici que  $\text{tg } \alpha_c$  est un critère de comparaison de la dispersion due à la turbulence, et non de l'évasement des jets par vitesses à composante circumferentielle causée par la présence d'un coude brusque en amont. Seconde remarque également importante, le rendement de l'injecteur proprement dit doit être mesuré. En effet, multiplier le nombre des ailettes, par exemple, provoque une diminution du degré de turbulence et par suite de la dispersion, mais une augmentation des pertes par frottement. On fera donc bien de mesurer, par un ou deux relevés au tube de Pitot, la vitesse du jet dans la section contractée et de calculer la perte d'énergie dans l'injecteur avant et après chaque modification de la construction. Ainsi seulement seront déterminées les dispositions constructives donnant le résultat optimum.

### 21. Conclusions générales

Les recherches poursuivies ont comporté des observations nombreuses et nouvelles, avec des moyens améliorés, et des essais de jets jusqu'à très grande distance de la tuyère. Des divergences de résultats imperceptibles au voisinage de l'orifice (Etude 1944) sont apparues, qui nous ont permis de préciser mieux le rôle de la turbulence et d'apprécier l'influence des éléments constructifs; elles nous ont conduits à l'examen du comportement du tube de Pitot dans un mélange

non homogène et de la transformation d'un jet en gouttes, sans dispersion.

En définitive, elles ont prouvé que les conclusions citées au paragraphe 16 de l'Etude 1944 pouvaient être intégralement maintenues, résumées et complétées comme suit:

1. La dispersion d'un jet dépend essentiellement de la turbulence, celle-ci étant fonction de la chute et des organes constructifs précédant l'orifice de sortie.
2. L'effet de la résistance de l'air peut être négligé sur le tronçon du jet utilisable par une roue de turbine Pelton, sauf dans une zone limite extérieure de faible débit où les gouttes deviennent suffisamment distinctes pour être freinées.
3. Le constructeur pourra calculer l'aubage de sa roue en admettant une vitesse de l'eau uniforme, égale à celle mesurée dans la section contractée, sauf dans une zone limite extérieure dont la puissance peut être considérée comme perdue, mais en tenant compte, pour chaque position d'impact, de la distribution des masses dans les diverses sections du jet.
4. Les lois de similitude établies permettent d'étudier un injecteur à construire sur un modèle réduit géométriquement semblable fonctionnant sous une chute telle que l'égalité des nombres de Reynolds soit réalisée.
5. L'introduction des valeurs spécifiques de la tangente de l'angle des droites limitant l'extérieur du jet et la zone liquide homogène avec l'axe fournit un critère commode permettant de voir l'influence de telle ou telle modification constructive sur la dispersion du jet. Le perfectionnement de l'injecteur Pelton peut donc être étudié sur modèle réduit d'injecteur et sans passer par l'essai de rendement global d'une turbine complète, lequel n'interviendra qu'ensuite et à titre de vérification.

La présente étude a été effectuée et menée à chef grâce à un crédit d'encouragement aux recherches scientifiques accordé par la Confédération. Nous en exprimons notre reconnaissance à M. le Dr O. Zipfel, délégué aux possibilités de travail à l'Office fédéral de l'industrie, des arts et métiers et du travail, et à ses collaborateurs.

Si les circonstances ne nous ont pas permis d'étendre nos investigations à d'autres domaines de la technique des jets, nous croyons que cette étude est suffisamment poussée et complète pour être utile à notre industrie dans le domaine de la turbine Pelton.

## ECOLE POLYTECHNIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE LAUSANNE

### Diplômes

L'Ecole polytechnique a décerné, en 1950-1951, sur proposition du Conseil des professeurs de l'Ecole et avec l'approbation de l'Université, les diplômes d'ingénieur et d'architecte suivants:

#### Ecole d'ingénieurs

*Section du génie civil:* MM. Bornand R., Topkaya H., Vocat A., Bettens P., Bohnenblust R., Djalinoouss N., Droz J.-Cl., Epars R., Lambert A., Merminod H., Mottier J.-Ls, Parietti L., Pochon J.-D., Recordon Ed., Reymond L., Rivier W., Rossier J., Schweizer P., Strauss E., Suter R., Trachsler H., Torrione J., Vallon G.

*Section mécanique:* MM. Ansorge E., Bally G., Barth K., Berberat

R., Bolle J.-P., Borruat H., Fosset J.-P., Gobalet R., Guinard P., Luks G., Maillefer H., Mortara E., Savoye R., Volet L.

*Section électricité:* MM. Bless W., Capua R., Djabri W., Egli R., Loschetter R., Perrenoud Bl., Pouly J., Simond B., Stetter H., Tawtel V., Viddinoff N.

*Section chimie:* MM. Curiat G., Paliaris M., Scheinin E., Vilar Soares L.-M., Barreto L. D., Bodmer M., Bourgeois J., Brody T., Chebib A., Giddey A., Hatwell H., Kauders G., Mattini M., Najer H., Reymond P., Soares de Figueiredo V., Walter E., Zananiri H.

*Section des géomètres:* MM. Frank P., Kissling J., Wagner R.

*Prix décernés:* Prix Dommer: M. R. Egli; prix de l'Association des anciens élèves: M. V. Tawtel; prix de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes: M. H. Maillefer; prix Grenier: MM. J. Pouly et R. Suter; prix A. Stucky: M. L. Borel.

#### Ecole d'architecture

*Diplômes d'architecte:* MM. Baroudi M., Dufour G., Favre J., Gonin R., Kayser L., Lonchamp J., Margot P., Prod'hom P., Ratanakul A., Wolf J.

*Prix décernés:* Prix de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes: M. P. Prod'hom.